EDISI REVISI 2018

Buku Guru

MATEMATIKA

SMP/MTs

KELAS

IX

Disklaimer: *Buku ini merupakan buku guru yang dipersiapkan Pemerintah dalam rangka implementasi Kurikulum 2013. Buku guru ini disusun dan ditelaah oleh berbagai pihak di bawah koordinasi Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, dan dipergunakan dalam tahap awal penerapan Kurikulum 2013. Buku ini merupakan "dokumen hidup" yang senantiasa diperbaiki, diperbaharui, dan dimutakhirkan sesuai dengan dinamika kebutuhan dan perubahan zaman. Masukan dari berbagai kalangan yang dialamatkan kepada penulis dan laman http://buku.kemdikbud.go.id atau melalui email buku@kemdikbud.go.id diharapkan dapat meningkatkan kualitas buku ini.*

Katalog Dalam Terbitan (KDT)

Indonesia. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.
Matematika : buku guru/ Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.-- . Edisi Revisi
Jakarta : Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, 2018.
vi, 490 hlm. : ilus. ; 25 cm.

Untuk SMP/MTs Kelas IX
ISBN 978-602-282-991-1 (jilid lengkap)
ISBN 978-602-282-994-2 (jilid 3)

1. Buku Guru Matematika -- Studi dan Pengajaran I. Judul
II. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

510

Penulis : Subchan, Winarni, Muhammad Syifa'ul Mufid, Kistosil Fahim, dan Wawan Hafid Syaifudin.

Penelaah : Agung Lukito, Turmudi, Sri Wardhani, St. Suwarno, dan Alhadi Bustamam.

Pe-*review* : Rachimin

Penyelia Penerbitan : Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud.

Cetakan Ke-1, 2015 (ISBN: 978-602-282-994-2 (jilid 3))
Cetakan Ke-2, 2018 (Edisi Revisi)
Disusun dengan huruf Times New Roman, 11 pt.

Kata Pengantar

Alhamdulillah, segala puji bagi Allah, Tuhan semesta alam. Berkat kuasa Allah SWT penulis bisa menuntaskan Buku Guru Matematika Kelas IX SMP/MTs Kurikulum 2013 edisi revisi pertama ini. Buku ini disusun berdasarkan Kurikulum 2013 yang diterbitkan oleh Kementerian Pendidikan Dasar dan Menengah Republik Indonesia. Selain itu, buku ini juga ditulis dengan menyesuaikan materi dan kompetensi berdasar standar internasional seperti PISA (*Program for International Student Assessment*) dan TIMSS (*The International Mathematics and Science Survey*).

Ibu dan Bapak guru yang terhormat, banyak masalah pembelajaran matematika dan juga dalam dunia pendidikan pada umumnya yang kita hadapi di negari tercinta ini. Banyak hal yang harus kita lakukan bersama sebagai upaya mempersiapkan anak bangsa, generasi penerus bangsa. Salah satunya dengan membelajarkan siswa dengan harapan agar mereka berketuhanan, berperikemanusiaan, berpengetahuan, dan berketerampilan melalui pendidikan matematika. Tugas tersebut memang berat tetapi ini merupakan tugas mulia, dan menuntut tanggung jawab yang besar. Ibu dan Bapak guru telah memilih atau terpilih menjadi guru berarti adalah orang-orang mulia, pahlawan bangsa. Ibu dan Bapak guru adalah orang yang berada di garda terdepan dan penentu utama yang bertindak sebagai pengembang kurikulum yang mengenal karakteristik siswa dengan baik. Kurikulum apapun namanya tidak akan sukses tanpa peran aktif guru. Sebagai orang yang berada di garda terdepan tentu Ibu dan Bapak guru akan diikuti dan dicontoh oleh yang ada di belakangnya yaitu anak-anak didik kita bahkan masyarakat. Untuk itu, marilah berikan yang terbaik untuk anak-anak didik kita. Semoga Allah SWT senantiasa memberi kekuatan dan memudahkan langkah Ibu dan Bapak guru dalam mengemban tugas mulia tersebut.

Ibu dan Bapak Guru dalam membelajarkan buku ini sebisa mungkin menghindari pembelajaran dengan memberikan semua pengetahuan secara langsung atau dengan metode lama yaitu ceramah. Ibu dan Bapak Guru diminta mengajak, mengarahkan, dan memandu siswa secara aktif menggali pengetahuan, menemukan dan mengkontruksi suatu konsep dengan beraktivitas dan bernalar melalui kegiatan-kegiatan yang disajikan dalam buku ini. Pembelajaran matematika diarahkan agar siswa mampu berpikir rasional, kritis dan kreatif, memiliki rasa ingin tahu yang tinggi pada ilmu pengetahuan, mampu berkomunikasi dan bekerjasama, jujur, konsisten, dan tangguh dalam menghadapi masalah. Untuk itu, pembelajaran dilakukan dengan pendekatan pembelajaran ilmiah (scientific) yang mencakup lima metode, yaitu (1) mengamati suatu objek, fenomena, kejadian, atau informasi lainnya; (2) membuat pertanyaan/menanya; (3) menggali/mengumpulkan informasi/mencoba; (4) menalar/mengasosiasi/menganalisa; dan (5) mengkomunikasikan.

Pembahasan materi dalam buku ini selalu didahului dengan pengetahuan konkret yang dijumpai siswa dalam kehidupan sehari-hari. Permasalahan konkret tersebut dipergunakan sebagai jembatan untuk menuju ke dunia matematika abstrak melalui pemanfaatan simbol-simbol matematika yang sesuai melalui permodelan. Sesampainya pada ranah abstrak, metode-metode matematika diperkenalkan untuk menyelesaikan model permasalahan yang diperoleh dan mengembalikan hasilnya pada ranah konkret. Sesuai dengan pendekatan yang dipergunakan dalam Kurikulum 2013, siswa dilatih untuk mencari informasi dari sumber belajar lain seluas-luasnya. Peran guru sangat penting untuk meningkatkan dan menyesuaikan daya serap siswa dengan ketersedian kegiatan pada buku ini. Guru dapat memperkayanya dengan kreasi dalam bentuk kegiatan dan media belajar lain yang sesuai dan relevan yang bersumber dari lingkungan sosial dan alam.

Terkait dengan materi, dalam Kurikulum 2013 sejak kelas VII telah diajarkan antara lain tentang data dan peluang; pola dan barisan bilangan, aljabar, dan bangun; serta transformasi geometri. Keseimbangan antara matematika bilangan dan matematika pola dan bangun selalu dijaga. Kompetensi pengetahuan bukan hanya memahami secara konseptual tetapi sampai ke penerapan melalui pengetahuan prosedural dalam pemecahan masalah matematika termasuk dalam masalah dalam kehidupan nyata. Kompetensi keterampilan berfikir juga diasah untuk dapat memecahkan masalah yang membutuhkan pemikiran order tinggi seperti menalar pemecahan masalah melalui pemodelan, pembuktian dan perkiraan/pendekatan. Adapun kompetensi dasar yang berkenaan dengan sikap spiritual dan sikap sosial ditumbuhkan melalui pembelajaran tidak langsung (*indirect teaching*), yaitu melalui pembelajaran kompetensi pengetahuan (KD pada KI-3) dan kompetensi keterampilan (KD pada KI-4), dan melalui pembiasaan dan keteladanan.

Implementasi Kurikulum 2013 yang telah berjalan selama tiga tahun ini telah mendapat tanggapan yang positif dan masukan yang sangat berharga. Berbagai evaluasi dan revisi juga dilakukan oleh Kementerian Pendidikan Dasar dan Menengah. Hal tersebut dipergunakan semaksimal mungkin, salah satunya dalam menyiapkan buku untuk menyempurnakan implementasi pada tahun ajaran 2015/2016 dan seterusnya. Sebagai edisi revisi pertama, buku ini sangat terbuka dan perlu dilakukan perbaikan untuk penyempurnaan. Oleh karena itu, kami mengundang para pembaca memberikan kritik, saran dan masukan untuk perbaikan dan penyempurnaan pada edisi berikutnya. Kritik, saran, dan masukan dapat disampaikan melalui email. Atas kontribusi tersebut, kami mengucapkan terima kasih. Mudah-mudahan kita dapat memberikan yang terbaik bagi kemajuan dunia pendidikan dalam rangka mempersiapkan generasi penerus yang lebih baik untuk Indonesia tercinta.

Jakarta, Januari 2016

Tim Penulis

1...
2...
3...
DAFTAR ISI

Petunjuk Umum Buku Guru

A. Tujuan dan Fungsi Buku Guru

Buku Guru ini terdiri atas dua bagian yaitu Petunjuk Umum dan Petunjuk Khusus. Petunjuk Umum Buku Guru berisi mengenai Tujuan dan Fungsi Buku Guru, Kurikulum 2013, Karakteristik dan Tujuan mata pelajaran Matematika SMP, Petunjuk Penggunaan Buku dan penjelasan bagian-bagian Buku Siswa dan Strategi Pembelajaran Matematika.

Buku Guru adalah panduan bagi guru dalam menggunakan Buku Siswa dan melaksanakan pembelajaran di kelas. Berikut ini penjelasan tentang tujuan dan fungsi buku guru.

1. Sebagai Petunjuk Penggunaan Buku Siswa

   Guru harus mempelajari terlebih dahulu Buku Guru dan Buku Siswa. Guru akan mendapatkan informasi berikut.

   a. Karakteristik Kurikulum 2013, Kompetensi Inti, Kompetensi Dasar, dan Indikator Pencapaian Kompetensi Dasar pembelajaran Matematika SMP kelas IX.

   b. Petunjuk Penggunaan Buku dan penjelasan bagian-bagian Buku Siswa.

2. Sebagai Acuan Kegiatan Pembelajaran di Kelas

   Buku Guru menyajikan hal-hal sebagai berikut.

   a. Menjelaskan tujuan pembelajaran yang harus dicapai.

   b. Menjelaskan langkah-langkah pembelajaran yang dilakukan dalam menyelenggarakan proses pembelajaran agar dapat membantu guru dalam menyusun rencana pelaksanaaan pembelajaran dengan sistematis mengikuti langkah-langkah pembelajaran tersebut.

   c. Menjelaskan tentang teknik dan instrumen penilaian yang dapat digunakan dalam setiap pilihan pembelajaran yang mungkin memiliki karakteristik tertentu.

3. Penjelasan tentang metode dan teknik pembelajaran yang digunakan dalam proses pembelajaran.

   Buku Guru memuat informasi tentang metode dan teknik pembelajaran yang dapat digunakan sebagai acuan penyelenggaraan proses pembelajaran.

B. Kurikulum 2013

Kurikulum merupakan salah satu unsur yang memberikan kontribusi untuk mewujudkan proses berkembangnya kualitas potensi siswa. Kurikulum 2013 dikembangkan berbasis pada kompetensi sangat diperlukan sebagai instrumen untuk mengarahkan siswa menjadi: (1) manusia berkualitas yang mampu dan proaktif menjawab tantangan zaman yang selalu berubah; (2) manusia terdidik yang beriman dan bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, berakhlak mulia, sehat, berilmu, cakap, kreatif, mandiri; dan (3) warga negara yang demokratis, bertanggung jawab.

1. Karakteristik Kurikulum 2013

Kurikulum 2013 dirancang dengan karakteristik sebagai berikut.

a. Mengembangkan keseimbangan antara sikap spiritual dan sosial, pengetahuan, dan keterampilan, serta menerapkannya dalam berbagai situasi di sekolah dan masyarakat.

b. Menempatkan sekolah sebagai bagian dari masyarakat yang memberikan pengalaman belajar agar siswa mampu menerapkan apa yang dipelajari di sekolah ke masyarakat dan memanfaatkan masyarakat dan lingkungan sebagai sumber belajar.

c. Memberi waktu yang cukup leluasa untuk mengembangkan berbagai sikap, pengetahuan, dan keterampilan.

d. Mengembangkan kompetensi yang dinyatakan dalam bentuk Kompetensi Inti yang dirinci lebih lanjut dalam Kompetensi Dasar mata pelajaran.

e. Mengembangkan Kompetensi Inti menjadi unsur pengorganisasi (*organizing elements*) Kompetensi Dasar. Semua Kompetensi Dasar dan proses pembelajaran dikembangkan untuk mencapai kompetensi yang dinyatakan dalam Kompetensi Inti.

f. Mengembangkan Kompetensi Dasar berdasar pada prinsip akumulatif, saling memperkuat (*reinforced*) dan memperkaya (*enriched*) antar-mata pelajaran dan jenjang pendidikan (organisasi horizontal dan vertikal).

2. Standar Kompetensi Lulusan (SKL)

Standar Kompetensi Lulusan adalah kriteria mengenai kualifikasi kemampuan lulusan yang mencakup sikap, pengetahuan, dan keterampilan. Standar Kompetensi Lulusan digunakan sebagai acuan utama pengembangan standarisasi, standar proses, standar penilaian pendidikan, standar pendidik dan tenaga kependidikan, standar sarana dan prasarana, standar pengelolaan, dan standar pembiayaan. Standar Kompetensi Lulusan SMP/MTs/SMPLB/Paket B memiliki sikap, pengetahuan, dan keterampilan sebagai berikut.

SMP/MTs/SMPLB/Paket B	
Dimensi	**Kualifikasi Kemampuan**
Sikap	Memiliki perilaku yang mencerminkan sikap orang beriman, berakhlak mulia, berilmu, percaya diri, dan bertanggung jawab dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.
Pengetahuan	Memiliki pengetahuan faktual, konseptual, dan prosedural dalam ilmu pengetahuan, teknologi, seni, dan budaya dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait fenomena dan kejadian yang tampak mata.
Keterampilan	Memiliki kemampuan pikir dan tindak yang efektif dan kreatif dalam ranah abstrak dan konkret sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain sejenis.

3. Kompetensi Inti (KI)

Kompetensi Inti merupakan tingkat kemampuan untuk mencapai SKL yang harus dimiliki seorang siswa pada setiap tingkat kelas atau program yang menjadi landasan pengembangan Kompetensi Dasar.

Rumusan Kompetensi inti sebagai berikut.

1. Kompetensi Inti-1 (KI-1) untuk kompetensi inti sikap spiritual.
2. Kompetensi Inti-2 (KI-2) untuk kompetensi inti sikap sosial.
3. Kompetensi Inti-3 (KI-3) untuk kompetensi inti pengetahuan.
4. Kompetensi Inti-4 (KI-4) untuk kompetensi inti keterampilan.

Kompetensi Inti (KI) berfungsi sebagai unsur pengorganisasi (*organising element*) Kompetensi Dasar. Sebagai unsur pengorganisasi, Kompetensi Inti merupakan pengikat untuk organisasi vertikal dan organisasi horizontal Kompetensi Dasar. Organisasi vertikal Kompetensi Dasar adalah keterkaitan Kompetensi Dasar satu kelas dengan kelas di atasnya sehingga memenuhi prinsip belajar yaitu terjadi suatu akumulasi yang berkesinambungan antarkompetensi yang dipelajari siswa. Organisasi horizontal adalah keterkaitan antara Kompetensi Dasar satu mata pelajaran dengan Kompetensi Dasar dari mata pelajaran yang berbeda dalam satu kelas yang sama sehingga terjadi proses saling memperkuat. Kompetensi Inti untuk jenjang SMP/MTs/SMPLB/PAKET B adalah sebagai berikut:

1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.
2. Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (toleran, gotong royong), santun, dan percaya diri dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.
3. Memahami dan menerapkan pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.
4. Mengolah, menyaji, dan menalar dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.

Untuk mencapai kompetensi inti telah dirumuskan kompetensi dasar.

4. Kompetensi Dasar

Kompetensi Dasar dirumuskan untuk mencapai Kompetensi Inti. Rumusan Kompetensi Dasar dikembangkan dengan memperhatikan karakteristik siswa, kemampuan awal, serta ciri dari suatu mata pelajaran. Kompetensi Dasar dibagi menjadi empat kelompok sesuai dengan pengelompokkan Kompetensi Inti sebagai berikut:

1. Kelompok 1: kelompok Kompetensi Dasar sikap spiritual dalam rangka menjabarkan KI-1;
2. Kelompok 2: kelompok Kompetensi Dasar sikap sosial dalam rangka menjabarkan KI-2;
3. Kelompok 3: kelompok Kompetensi Dasar pengetahuan dalam rangka menjabarkan KI-3;
4. Kelompok 4: Kompetensi Dasar keterampilan dalam rangka menjabarkan KI-4.

Kompetensi Dasar yang berkenaan dengan sikap spiritual (KD pada KI-1) dan sikap sosial (KD pada KI-2) ditumbuhkan melalui pembelajaran tidak langsung (*indirect teaching*), yaitu melalui pembelajaran kompetensi pengetahuan (KD pada KI-3) dan kompetensi keterampilan (KD pada KI-4), pembiasaan dan keteladanan. Pembelajaran langsung berkenaan dengan pembelajaran yang menyangkut KD yang dikembangkan dari KI-3 dan KI-4. Keduanya, dikembangkan secara bersamaan dalam suatu proses pembelajaran dan menjadi wahana untuk mengembangkan KD pada KI-1 dan KI-2.

Penjabaran lengkap mengenai Kompetensi Dasar mata pelajaran Matematika Kelas IX sesuai dengan lampiran Permendikbud Nomor 24 Tahun 2016 tentang Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar pada Kurikulum 2013 pada Pendidikan Dasar dan Pendidikan Menengah adalah sebagai berikut.

Kompetensi Inti	Kompetensi Dasar
1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya. 2. Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (toleran, gotong royong), santun dan percaya diri dalam	

Kompetensi Inti	Kompetensi Dasar
berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.	
3. Memahami dan menerapkan pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.	3. 1 Menjelaskan dan melakukan operasi bilangan berpangkat bilangan rasional dan bentuk akar, serta sifat-sifatnya. 3. 2 Menjelaskan persamaan kuadrat dan karakteristiknya berdasarkan akar-akarnya serta cara penyelesaiannya. 3. 3 Menjelaskan fungsi kuadrat dengan menggunakan tabel, persamaan, dan grafik. 3. 4 Menjelaskan hubungan antara koefisien dan diskriminan fungsi kuadrat dengan grafiknya. 3. 5 Menjelaskan transformasi geometri (refleksi, translasi, rotasi, dan dilatasi) yang dihubungkan dengan masalah kontekstual. 3. 6 Menjelaskan dan menentukan kesebangunan dan kekongruenan antar bangun datar. 3. 7 Membuat generalisasi luas permukaan dan volume berbagai bangun ruang sisi lengkung (tabung, kerucut, dan bola).

Kompetensi Inti	Kompetensi Dasar
4. Mengolah, menyaji, dan menalar dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.	4.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat-sifat operasi bilangan berpangkat bulat dan bentuk akar. 4.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan kuadrat. 4.3 Menyajikan fungsi kuadrat menggunakan tabel, persamaan, dan grafik. 4.4 Menyajikan dan menyelesaikan masalah kontekstual dengan menggunakan sifat-sifat fungsi kuadrat. 4. 5 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan transformasi geometri (refleksi, translasi, rotasi, dan dilatasi). 4.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan kesebangunan dan kekongruenan antar bangun datar. 4.7 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan luas permukaan dan volume bangun ruang sisi lengkung (tabung, kerucut, dan bola), serta gabungan beberapa bangun ruang sisi lengkung.

Penjabaran KI dan KD ke dalam indikator pencapaian kompetensi (IPK) dan materi pembelajaran dapat dilihat pada bagian Petunjuk Khusus Buku Guru untuk masing-masing bab.

5. Struktur KI dan KD Matematika Kelas IX

Pengelompokan materi Matematika SMP kelas IX terdiri empat Kompetensi Inti (KI) yang kemudian dijabarkan menjadi tiga Kompetensi Dasar (KD) itu merupakan bahan kajian yang akan ditransformasikan dalam kegiatan pembelajaran selama satu tahun yaitu kurang lebih 20 minggu efektif untuk pembelajaran materi kelas IX, lebih sedikit dibanding kelas VII dan VIII (32 minggu/tahun), karena kelas IX harus mempersiapkan Ujian Nasional (UN) dan Ujian Sekolah (US), kurang lebih 12 minggu digunakan untuk intensif persiapan dan pelaksanaan UN dan US (biasanya mulai bulan Februari).

Sehingga alokasi waktu yang tersedia untuk pembelajaran Matematika kelas IX kurang lebih adalah 5 JP × 20 minggu = 100 JP, temasuk Ulangan Harian, Ujian Tengah Semester dan Ujian Akhir Semester.

Untuk efektivitas dan optimalisasi pelaksanaan pembelajaran pihak pemerintah melalui Kementerian Pendidikan Dasar dan Menengah menerbitkan buku teks pelajaran Matematika kelas IX. Berdasarkan KD untuk pelajaran Matematika kelas IX, buku teks pelajaran Matematika Kelas IX disusun menjadi lima bab, yaitu:

Bab I : Perpangkatan dan Bentuk Akar

Bab II : Persamaan dan Fungsi Kuadrat

Bab III : Transformasi

Bab IV : Kekongruenan dan Kesebangunan

Bab V : Bangun Ruang Sisi Lengkung

Berdasarkan alokasi waktu yang tersedia selama satu tahun, maka penjabaran dalam setiap Kompetensi Dasar sebagai berikut:

Tabel 1.1. Alokasi Waktu setiap Kompetensi Dasar

Semester	Materi	Jam Pelajaran
I (Satu)	Bab I	17
	Bab II	15
	UTS	5
	Bab III	16

Semester	Materi	Jam Pelajaran
I (Satu)	Bab IV	22
	UAS	5
II (Dua)	Bab V	20
	Review Materi Mulai Kelas VII, Persiapan dan Pelaksanaan UN dan US	60
Jumlah		160

C. Hakikat Mata Pelajaran Matematika

Matematika merupakan ilmu universal yang berguna bagi kehidupan manusia dan juga mendasari perkembangan teknologi modern, serta mempunyai peran penting dalam berbagai disiplin dan memajukan daya pikir manusia. Perkembangan pesat di bidang teknologi informasi dan komunikasi dewasa ini dilandasi oleh perkembangan matematika di bidang teori bilangan, aljabar, analisis, teori peluang, dan matematika diskrit. Untuk menguasai dan mencipta teknologi di masa depan, diperlukan penguasaan dan pemahaman atas matematika yang kuat sejak dini.

Mata pelajaran Matematika perlu diberikan kepada semua siswa mulai dari Sekolah Dasar, untuk membekali siswa dengan kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, inovatif dan kreatif, serta kemampuan bekerjasama. Kompetensi tersebut diperlukan agar siswa dapat memiliki kemampuan memperoleh, mengelola, dan memanfaatkan informasi untuk hidup lebih baik pada keadaan yang selalu berubah, tidak pasti, dan sangat kompetitif. Dalam melaksanakan pembelajaran Matematika, diharapkan bahwa siswa dapat merasakan kegunaan belajar Matematika.

Dalam pembelajaran, pemahaman konsep sering diawali secara induktif melalui pengamatan pola atau fenomena, pengalaman peristiwa nyata atau intuisi. Proses induktif-deduktif dapat digunakan untuk mempelajari konsep matematika. Dengan demikian, *cara belajar secara deduktif dan induktif digunakan dan sama-sama berperan penting dalam matematika*. Dari cara kerja matematika tersebut diharapkan akan terbentuk sikap kritis, kreatif, jujur, dan komunikatif pada siswa.

1. Karakteristik Mata Pelajaran Matematika

Pendidikan Matematika dapat diartikan sebagai proses perubahan baik kognitif, afektif, dan psikomotor ke arah kedewasaan sesuai dengan kebenaran logika. Ada beberapa karakteristik mata pelajaran Matematika, antara lain:

1) Objek yang dipelajari abstrak.

   Sebagian besar yang dipelajari dalam Matematika adalah angka atau bilangan yang secara nyata tidak ada atau merupakan hasil pemikiran otak manusia.

2) Kebenarannya berdasarkan logika.

   Kebenaran dalam Matematika adalah kebenaran secara logika bukan empiris. Artinya kebenarannya tidak selalu dapat dibuktikan melalui eksperimen seperti dalam ilmu Fisika atau Biologi. Contohnya nilai $\sqrt{-2}$ tidak dapat dibuktikan dengan kalkulator, tetapi secara logika ada jawabannya sehingga bilangan tersebut dinamakan bilangan imajiner (khayal).

3) Pembelajarannya secara bertingkat dan kontinu.

   Pemberian atau penyajian materi Matematika disesuaikan dengan tingkatan pendidikan dan dilakukan secara terus-menerus. Artinya dalam mempelajari Matematika harus secara berulang melalui latihan-latihan soal.

4) Ada keterkaitan antara materi yang satu dengan yang lainnya.

   Materi yang akan dipelajari harus memenuhi materi prasyarat sebelumnya. Contohnya ketika akan mempelajari tentang volume atau isi suatu bangun ruang maka harus menguasai tentang materi luas dan keliling bidang datar.

5) Menggunakan bahasa simbol.

   Dalam Matematika penyampaian materi menggunakan simbol-simbol yang telah disepakati dan dipahami secara umum. Misalnya penjumlahan menggunakan simbol “+” sehingga tidak terjadi dualisme jawaban.

6) Diaplikasikan dalam bidang ilmu lain.

   Materi Matematika banyak digunakan atau diaplikasikan dalam bidang ilmu lain. Misalnya materi fungsi digunakan dalam ilmu Ekonomi untuk mempelajari fungsi permintan dan fungsi penawaran.

Berdasarkan karakteristik tersebut maka Matematika merupakan suatu ilmu yang penting dalam kehidupan bahkan dalam perkembangan ilmu pengetahuan. Hal

ini yang harus dipahami oleh guru dan ditekankan kepada siswa sebelum mempelajari Matematika.

Perkembangan Matematika, bermula dari kepekaan serta kesadaran ataupun kepedulian manusia untuk memahami fenomena-fenomena empiris yang ditemui dalam kehidupan keseharian. Bermunculanlah konsep-konsep dasar yang selanjutnya mengalami perluasan (ekspansi), pembenaran (*justification*), pembenahan serta generalisasi atau formalisasi.

Konsep Matematika disajikan dengan bahasa yang jelas dan spesifik. Bahasa matematika (yang digunakan dalam Matematika) sangat efisien dan merupakan alat yang ampuh untuk menyatakan konsep-konsep matematika, merekonstruksi konsep atau menata suatu penyelesaian secara sistematis setelah terlaksananya eksplorasi, dan terutama untuk komunikasi. Bahasa matematika ini tidak ambigu namun singkat dan jelas. Hal ini sangat diperlukan terutama dalam menyusun suatu definisi ataupun teorema.

2. Tujuan Mata Pelajaran Matematika

Kecakapan atau kemahiran matematika merupakan bagian dari kecakapan hidup yang harus dimiliki siswa terutama dalam pengembangan penalaran, komunikasi, dan pemecahan masalah-masalah yang dihadapi dalam kehidupan siswa sehari-hari. Matematika selalu digunakan dalam segala segi kehidupan, semua bidang studi memerlukan keterampilan matematika yang sesuai, merupakan sarana komunikasi yang kuat, singkat dan jelas, dapat digunakan untuk menyajikan informasi dalam berbagai cara, meningkatkan kemampuan berpikir logis, ketelitian dan kesadaran keruangan, memberikan kepuasan terhadap usaha memecahkan masalah yang menantang, mengembangkan kreativitas dan sebagai sarana untuk meningkatkan kesadaran terhadap perkembangan budaya.

Terdapat kaitan antara penguasaan matematika dengan ketinggian, keunggulan dan kelangsungan hidup suatu peradaban. Penguasaan matematika tidak cukup hanya dimiliki oleh sebagian orang dalam suatu peradaban. Setiap individu perlu memiliki penguasaan matematika pada tingkat tertentu. Penguasaan individual demikian pada dasarnya bukanlah penguasaan terhadap matematika sebagai ilmu, melainkan penguasaan akan kecakapan matematika (*mathematical literacy*) yang diperlukan untuk dapat memahami dunia di sekitarnya serta untuk berhasil dalam kehidupan atau kariernya. Kecakapan matematika yang ditumbuhkan pada siswa merupakan

sumbangan mata pelajaran Matematika kepada pencapaian kecakapan hidup yang ingin dicapai melalui kurikulum Matematika. Mata pelajaran Matematika bertujuan agar siswa dapat:

1) Memahami konsep matematika.

   Memahami konsep matematika mencakup kompetensi dalam menjelaskan keterkaitan antarkonsep dan menggunakan konsep maupun algoritma, secara luwes, akurat, efisien, dan tepat dalam pemecahan masalah. Indikator-indikator pencapaian kecakapan ini, meliputi: (a) menyatakan ulang konsep yang telah dipelajari, (b) mengklasifikasikan objek-objek berdasarkan dipenuhi tidaknya persyaratan yang membentuk konsep tersebut, (c) mengidentifikasi sifat-sifat operasi atau konsep, (d) menerapkan konsep secara logis, (e) memberikan contoh atau contoh kontra (bukan contoh) dari konsep yang dipelajari, (f) menyajikan konsep dalam berbagai macam bentuk representasi matematis (tabel, grafik, diagram, gambar, sketsa, model matematika, atau cara lainnya), (g) mengaitkan berbagai konsep dalam matematika maupun di luar matematika, (h) mengembangkan syarat perlu dan atau syarat cukup suatu konsep.

   Termasuk dalam kecakapan ini adalah melakukan algoritma atau prosedur, yaitu kompetensi yang ditunjukkan saat bekerja dan menerapkan konsep-konsep matematika seperti melakukan operasi hitung, melakukan operasi aljabar, melakukan manipulasi aljabar, dan keterampilan melakukan pengukuran dan melukis/menggambarkan/merepresentasikan konsep keruangan. Indikator-indikator pencapaian kecakapan ini, meliputi: (a) menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur/algoritma, (b) memodifikasi atau memperhalus prosedur, (c) mengembangkan prosedur, (d) menggunakan matematika dalam konteks matematika seperti melakukan operasi matematika yang standar ataupun tidak standar (manipulasi aljabar) dalam menyelesaikan masalah matematika.

2) Menggunakan pola sebagai dugaan dalam penyelesaian masalah, dan mampu membuat generalisasi berdasarkan fenomena atau data yang ada. Indikator-indikator pencapaian kecakapan ini, meliputi: (a) mengajukan dugaan (*conjecture*), (b) menarik kesimpulan dari suatu pernyataan, (c) memberikan alternatif bagi suatu argumen, (d) menemukan pola pada suatu gejala matematis.

3) Menggunakan penalaran pada sifat, melakukan manipulasi matematika baik dalam penyederhanaan, maupun menganalisa komponen yang ada dalam pemecahan masalah dalam konteks matematika maupun di luar

matematika (kehidupan nyata, ilmu, dan teknologi) yang meliputi kemampuan memahami masalah, membangun model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh termasuk dalam rangka memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari (dunia nyata). Masalah ada yang bersifat rutin maupun yang tidak rutin. *Masalah tidak rutin* adalah masalah baru bagi siswa, dalam arti memiliki tipe yang berbeda dari masalah-masalah yang telah dikenal siswa. Untuk menyelesaikan masalah tidak rutin, tidak cukup bagi siswa untuk meniru cara penyelesaian masalah-masalah yang telah dikenalnya, melainkan ia harus melakukan usaha-usaha tambahan, misalnya dengan melakukan modifikasi pada cara penyelesaian masalah yang telah dikenalnya, atau memecah masalah tidak rutin itu ke dalam beberapa masalah yang telah dikenalnya, atau merumuskan ulang masalah tidak rutin itu menjadi masalah yang telah dikenalnya. Indikator-indikator pencapaian kecakapan ini, meliputi: (a) memahami masalah, (b) mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah, (c) menyajikan suatu rumusan masalah secara matematis dalam berbagai bentuk, (d) memilih pendekatan dan strategi yang tepat untuk memecahkan masalah, (e) menggunakan atau mengembangkan strategi pemecahan masalah, (f) menafsirkan hasil jawaban yang diperoleh untuk memecahkan masalah, (g) menyelesaikan masalah.

4) Mengkomunikasikan gagasan, penalaran serta mampu menyusun bukti matematika dengan menggunakan kalimat lengkap, simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah. Indikator-indikator pencapaian kecakapan ini, meliputi: (a) memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan, (b) Menduga dan memeriksa kebenaran dugaan (*conjecture*), (c) memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argumen dengan penalaran induksi, (d) Menurunkan atau membuktikan rumus dengan penalaran deduksi, (e) Menduga dan memeriksa kebenaran dugaan (*conjecture*).

5) Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah. Indikator-indikator pencapaian kecakapan ini, meliputi: (a) memiliki rasa ingin tahu yang tinggi, (b) bersikap penuh perhatian dalam belajar matematika, (c) bersikap antusias dalam belajar matematika, (d) bersikap gigih dalam menghadapi permasalahan, (e) memiliki penuh percaya diri dalam belajar dan menyelesaikan masalah.

6) Memiliki sikap dan perilaku yang sesuai dengan nilai-nilai dalam matematika dan pembelajarannya, seperti taat azas, konsisten, menjunjung tinggi kesepakatan, toleran, menghargai pendapat orang lain, santun, demokrasi, ulet, tangguh, kreatif, menghargai kesemestaan (konteks, lingkungan), kerjasama, adil, jujur, teliti, cermat, bersikap luwes dan terbuka, memiliki kemauan berbagi rasa dengan orang lain.

7) Melakukan kegiatan-kegiatan motorik yang menggunakan pengetahuan matematika.

8) Menggunakan alat peraga sederhana maupun hasil teknologi untuk melakukan kegiatan-kegiatan matematika. Kecakapan atau kemampuan-kemampuan tersebut saling terkait erat, yang satu memperkuat sekaligus membutuhkan yang lain. Sekalipun tidak dikemukakan secara eksplisit, kemampuan berkomunikasi muncul dan diperlukan di berbagai kecakapan, misalnya untuk menjelaskan gagasan pada Pemahaman Konseptual, menyajikan rumusan dan penyelesaian masalah, atau mengemukakan argumen pada penalaran.

3. Manfaat Pembelajaran Matematika

Dengan belajar matematika diharapkan siswa dapat memperoleh manfaat berikut:

1) Cara berpikir matematika itu sistematis, melalui urutan-urutan yang teratur dan tertentu. Dengan belajar matematika, otak kita terbiasa untuk memecahkan masalah secara sistematis. Sehingga bila diterapkan dalam kehidupan nyata, kita bisa menyelesaikan setiap masalah dengan lebih mudah

2) Cara berpikir matematika itu secara deduktif. Kesimpulan ditarik dari hal-hal yang bersifat umum. Bukan dari hal-hal yang bersifat khusus, sehingga kita menjadi terhindar dengan cara berpikir menarik kesimpulan secara "kebetulan".

3) Belajar matematika melatih kita menjadi manusia yang lebih teliti, cermat, dan tidak ceroboh dalam bertindak. Bukankah begitu? Coba saja, masih ingatkah teman-teman saat mengerjakan soal-soal matematika? Kita harus memperhatikan benar-benar berapa angkanya, berapa digit nol di belakang koma, bagaimana grafiknya, bagaimana dengan titik potongnya dan lain sebagainya. Jika kita tidak cermat dalam memasukkan angka, melihat grafik atau melakukan perhitungan, tentunya bisa menyebabkan akibat yang fatal. Jawaban soal yang kita peroleh menjadi salah dan kadang berbeda jauh dengan jawaban yang sebenarnya.

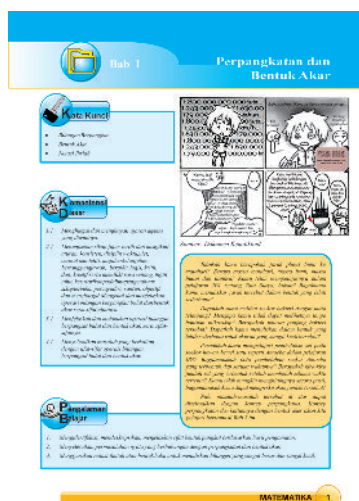
4) Belajar matematika juga mengajarkan kita menjadi orang yang sabar dalam menghadapi semua hal dalam hidup ini. Saat kita mengerjakan soal dalam matematika yang penyelesaiannya sangat panjang dan rumit, tentu kita harus bersabar dan tidak cepat putus asa. Jika ada langkah yang salah, coba untuk diteliti lagi dari awal. Jangan-jangan ada angka yang salah, jangan-jangan ada perhitungan yang salah. Namun, jika kemudian kita bisa mengerjakan soal tersebut, ingatkah bagaimana rasanya? Rasa puas dan bangga (tentunya jika dikerjakan sendiri).

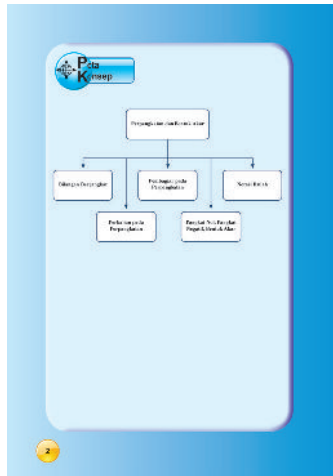
5) Yang tidak kalah penting, sebenarnya banyak penerapan matematika dalam kehidupan nyata. Tentunya dalam dunia ini, menghitung uang, laba dan rugi, masalah pemasaran barang, dalam teknik, bahkan hampir semua ilmu di dunia ini pasti menyentuh matematika.

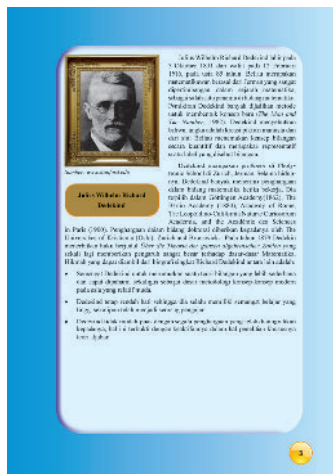
D. Petunjuk Penggunaan Buku dan Penjelasan Bagian-Bagian Buku Siswa

Konsep umum pada setiap bab terdiri dari (1) Pengantar Bab, (2) Peta Konsep, (3) Tokoh Matematika, (4) Isi Materi, (5) Proyek dan (6) Uji Kompetensi Bab.

a. Pengantar Bab

Pengantar Bab terdiri atas judul bab, Kompetensi Dasar, kata kunci, deskripsi materi, dan pengalaman belajar yang diharapkan akan didapatkan siswa setelah pembelajaran pada tiap-tiap bab.

b. Peta Konsep

Peta konsep berisi diagram keterkaitan antar materi pada tiap-tiap bab.

c. Tokoh Matematika

Tokoh matematika berisi narasi seorang tokoh matematika yang dipilih sesuai dengan materi yang akan dibahas pada bab tertentu. Selain menjelaskan sejarah dan keterkaitan tokoh tersebut terhadap materi yang akan dibahas, juga membahas hikmah yang bisa dicontoh dari tokoh tersebut.

d. Isi Materi

Isi materi berupa kegiatan pembelajaran yang menuntut siswa secara aktif untuk terlibat dalam pembelajaran sehingga siswa akan mendapatkan pengalaman

yang diharapkan. Setiap proses pembelajaran berisi konteks atau masalah terkait dengan kegiatan. Masalah yang disajikan ada yang diberikan beserta pemecahannya, ada yang dilengkapi dengan petunjuk pemecahan masalah, dan ada yang dibiarkan berupa masalah untuk dipecahkan siswa. Setiap proses pembelajaran mengikuti pendekatan ilmiah, yaitu mengamati, mencoba, menanya, menggali informasi, menalar, menyimpulkan, dan mengomunikasikan yang disajikan dengan ikon-ikon tertentu. Berikut penjelasan dari setiap ikon tersebut.

Pengalaman belajar pada bagian Ayo Kita Amati dapat dilakukan dengan cara membaca, mendengar, menyimak, melihat (tanpa atau dengan alat) objek-objek matematika tertentu terkait masalah atau topik kegiatan. Hasil pengamatan dapat berupa definisi, aksioma, postulat, teorema,sifat, grafik dan lain sebagainya. Pengalaman belajar mengamati ini diharapkan dapat memfasilitasi siswa dalam mengembangkan dan melatih kesungguhan, ketelitian, dan kemampuan mencari informasi.

Pengalaman belajar pada bagian Ayo Kita Mencoba dapat dilakukan dengan cara melakukan percobaan pada objek-objek matematika tertentu terkait masalah atau topik kegiatan. Kegiatan ini dapat dilakukan secara berkelompok maupun mandiri. Hasil percobaan dapat berupa definisi, teorema, grafik dan lain sebagainya. Pengalaman belajar pada kegiatan mencoba ini diharapkan dapat memfasilitasi siswa dalam mengembangkan dan melatih kesungguhan, ketelitian, kejujuran, kesopanan dan kebiasaan belajar.

Setelah terjadi proses mengamati dan mencoba, pengalaman belajar yang didapatkan oleh siswa pada proses berikutnya yaitu pengalaman belajar menanya.

Pengalaman belajar tersebut dimaknai sebagai menanya dan mempertanyakan terhadap hal-hal yang diamati. Terjadinya kegiatan 'menanya' oleh siswa dapat disebabkan oleh karena belum dipahaminya hal-hal yang diamati, atau dapat pula karena ingin mendapatkan informasi tambahan tentang hal-hal yang diamati. Agar proses menanya oleh siswa semakin hari berjalan semakin lancar dan berkualitas, guru dapat memfasilitasi dengan pancingan pertanyaan-pertanyaan yang berfungsi menggiring siswa untuk mempertanyakan hal-hal yang diamati.

Setelah terjadi proses menanya, pengalaman belajar siswa berikutnya adalah menggali informasi. Pada buku siswa disajikan dua jenis informasi, yaitu informasi langsung dan tidak langsung. Pertama, informasi disajikan secara langsung, sehingga menuntut siswa untuk cermat dalam memahami informasi yang disajikan. Kedua, informasi disajikan dengan mengajak siswa melakukan suatu aktivitas yang mengarah pada informasi yang ingin dicapai, untuk itu siswa harus aktif dalam mengikuti panduan buku siswa. Selain informasi yang diperoleh dari buku siswa, diharapkan siswa juga aktif membaca informasi sumber lain, mengamati objek/kejadian/aktivitas, atau melakukan wawancara dengan nara sumber. Dari proses mengumpulkan informasi ini data-data yang selanjutnya siap diolah, dihubungkan antara data yang satu dengan yang lainnya (diasosiasikan), dianalisis, dan dinalar.

Setelah mengalami proses mengamati, mencoba, menanya, dan menggali informasi maka pengalaman belajar pokok berikutnya adalah mengolah informasi atau mengasosiasikan, dalam hal ini proses mengasosiasi diberikan pada aktivitas Ayo Kita Menalar. Membelajarkan mengolah informasi dimaknai sebagai mengolah informasi yang sudah dikumpulkan baik terbatas dari hasil proses mengumpulkan/eksperimen maupun hasil dari proses mengamati dan mengumpulkan informasi. Sedangkan proses pengolahan informasi dapat

terjadi dari yang bersifat menambah keluasan dan kedalaman sampai kepada yang bersifat mencari solusi dari berbagai sumber yang memiliki pendapat yang berbeda atau bahkan bertentangan. Pada buku siswa proses menalar disajikan dalam bentuk pertanyaan-pertanyaan yang diharapkan akan terjawab oleh siswa setelah melalui proses mengamati hingga menggali informasi. Hasil dari proses menalar ini berupa jawaban, pernyataan, atau kesimpulan dari suatu kegiatan yang telah dilakukan.

Setelah mengalami proses mengamati, menanya, mengumpulkan, dan mengolah informasi maka pengalaman belajar pokok berikutnya adalah mengkomunikasikan yang dimaknai sebagai proses menyampaikan hasil pengamatan, atau kesimpulan yang diperoleh berdasarkan hasil analisis secara tertulis, lisan, ataupun dengan media. Tujuan dari proses berbagi adalah melatih siswa untuk berani menyampaikan ide kepada orang lain. Dengan adanya aktivitas berbagi, diharapkan akan tumbuh sikap empati, saling menghargai, dan menghormati perbedaan orang lain pada diri siswa.

Setelah siswa menyelesaikan seluruh rangkaian kegiatan mulai proses mengamati hingga aktivitas berbagi, maka pengalaman belajar pokok yang terakhir adalah menyimpulkan yang dimaknai sebagai proses pembuatan kesimpulan dari satu atau beberapa kegiatan yang telah dilakukan oleh siswa sebelumnya. Kegiatan ini dilakukan secara mandiri. Hasil kesimpulan berupa definisi, teorema, serta kesimpulan dari kegiatan yang dilakukan oleh siswa. Pengalaman belajar pada kegiatan menyimpulkan ini diharapkan dapat memfasilitasi siswa dalam mengembangkan dan melatih kemampuan berpikir induktif dan deduktif dalam menyimpulkan suatu permasalahan.

Bagian Ayo Kita Tinjau Ulang berisi latihan soal yang terkait dengan materi yang telah dipelajari pada tiap-tiap subbab. Tujuan dari diberikannya aktivitas Ayo Kita Tinjau Ulang adalah memberikan kesempatan siswa untuk mengingat kembali materi yang telah dipelajari pada tiap-tiap sub bab serta melatih kemampuan berpikir analitis dan sistematis dalam memecahkan suatu permasalahan matematika tertentu yang berkaitan dengan topik kegiatan.

e. Proyek

Setelah selesai proses pembelajaran pada Bab tertentu, siswa diajak untuk menerapkan pengetahuan mereka tentang materi matematika kelas VII. Bimbing siswa untuk menyiapkan dan menyelesaikan tugas projek. Setelah siswa menyelesaikan tugas projek, minta beberapa siswa untuk menjelaskan hasil pekerjaannya di depan kelas. Suruh siswa lainnya untuk menanggapi pekerjaan temannya. Pajang hasil pekerjaan siswa di mading kelas atau sekolah.

f. Latihan Soal dan Uji Kompetensi

Latihan Soal dan Uji Kompetensi merupakan kegiatan evaluasi hasil belajar siswa selama belajar dan bisa di jadikan sebagai alat ukur keberhasilan siswa dalam melaksanakan proses belajar mengajar dalam tiap-tiap bab. Guru dapat mengukur kemampuan masing-masing siswa dalam memahami materi yang telah diberikan melalui soal-soal uji kompetensi.

E. Strategi Pembelajaran Matematika

1. Pendekatan Saintifik/Pendekatan Ilmiah

Pembelajaran pada Kurikulum 2013 menggunakan pendekatan saintifik atau pendekatan berbasis proses keilmuan. Pendekatan saintifik dapat menggunakan beberapa strategi seperti pembelajaran kontekstual. Model pembelajaran merupakan suatu bentuk pembelajaran yang memiliki nama, ciri, sintak, pengaturan, dan budaya misalnya *discovery learning, project-based learning, problem-based learning, inquiry learning.*

Kurikulum 2013 menggunakan modus pembelajaran langsung (*direct instructional*) dan tidak langsung (*indirect instructional*). Pembelajaran langsung adalah pembelajaran yang mengembangkan pengetahuan, kemampuan berpikir dan keterampilan menggunakan pengetahuan siswa melalui interaksi langsung dengan sumber belajar yang dirancang dalam silabus dan RPP. Dalam pembelajaran langsung peserta didik melakukan kegiatan mengamati, menanya, mengumpulkan informasi/mencoba, menalar/mengasosiasi, dan mengomunikasikan. Pembelajaran langsung menghasilkan pengetahuan dan keterampilan langsung, yang disebut dengan dampak pembelajaran (*instructional effect*).

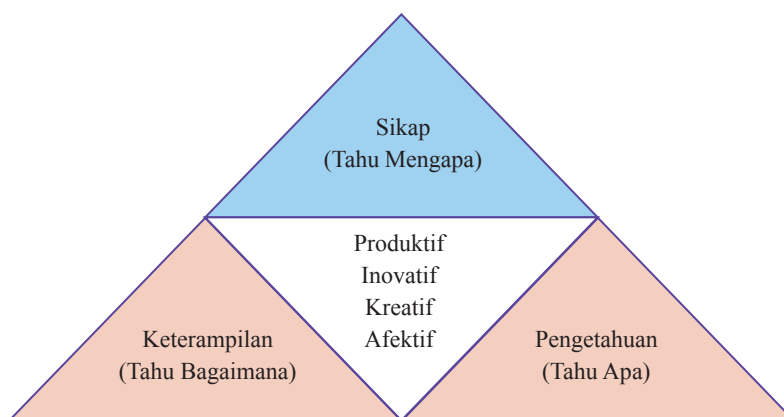
Pembelajaran tidak langsung adalah pembelajaran yang terjadi selama proses pembelajaran langsung yang dikondisikan menghasilkan dampak pengiring (*nurturant effect*). Pembelajaran tidak langsung berkenaan dengan pengembangan nilai dan sikap yang terkandung dalam KI-1 dan KI-2. Hal ini berbeda dengan pengetahuan tentang nilai dan sikap yang dilakukan dalam proses pembelajaran langsung oleh mata pelajaran Pendidikan Agama dan Budi Pekerti serta Pendidikan Pancasila dan Kewarganegaraan. Pengembangan nilai dan sikap sebagai proses pengembangan moral dan perilaku, dilakukan oleh seluruh mata pelajaran dan dalam setiap kegiatan yang terjadi di kelas, sekolah, dan masyarakat. Oleh karena itu, dalam proses pembelajaran Kurikulum 2013, semua kegiatan intrakurikuler, kokurikuler, dan ekstrakurikuler baik yang terjadi di kelas, sekolah, dan masyarakat (luar sekolah) dalam rangka mengembangkan moral dan perilaku yang terkait dengan nilai dan sikap.

Pendekatan pembelajaran merupakan cara pandang pendidik yang digunakan untuk menciptakan lingkungan pembelajaran yang memungkinkan terjadinya proses pembelajaran dan tercapainya kompetensi yang ditentukan. Strategi pembelajaran merupakan langkah-langkah sistematik dan sistemik yang digunakan pendidik untuk menciptakan lingkungan pembelajaran yang memungkinkan terjadinya proses pembelajaran dan tercapainya kompetensi yang ditentukan. Model pembelajaran merupakan kerangka konseptual dan operasional pembelajaran yang memiliki nama, ciri, urutan logis, pengaturan, dan budaya. Metode pembelajaran merupakan cara atau teknik yang digunakan oleh pendidik untuk menangani suatu kegiatan pembelajaran yang mencakup antara lain ceramah, tanya-jawab, diskusi.

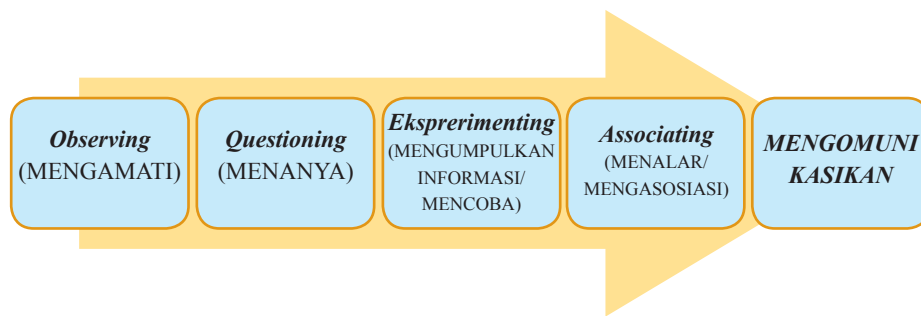
Dalam mengimplementasikan pendekatan saintifik, materi pembelajaran berbasis pada fakta atau fenomena yang dapat dijelaskan dengan logika atau penalaran

tertentu; bukan sebatas kira-kira, khayalan, legenda, atau dongeng semata. Penjelasan guru, respon siswa, dan interaksi edukatif guru-siswa terbebas dari prasangka yang serta-merta, pemikiran subjektif, atau penalaran yang menyimpang dari alur berpikir logis. Mendorong dan menginspirasi siswa berpikir secara kritis, analistis, dan tepat dalam mengidentifikasi, memahami, memecahkan masalah, dan mengaplikasikan materi pembelajaran. Berbasis pada konsep, teori, dan fakta empiris yang dapat dipertanggungjawabkan.

Proses pembelajaran menyentuh tiga ranah, yaitu: sikap, pengetahuan, dan keterampilan. Hasil belajar melahirkan siswa yang produktif, kreatif, inovatif, dan afektif melalui penguatan sikap, keterampilan, dan pengetahuan yang terintegrasi. Ranah sikap menggamit transformasi substansi atau materi ajar agar siswa "tahu mengapa". Ranah keterampilan menggamit transformasi substansi atau materi ajar agar siswa "tahu bagaimana". Ranah pengetahuan menggamit transformasi substansi atau materi ajar agar siswa "tahu apa."

Hasil akhirnya adalah peningkatan dan keseimbangan antara kemampuan untuk menjadi manusia yang baik (*soft skills*) dan manusia yang memiliki kecakapan dan pengetahuan untuk hidup secara layak (*hard skills*) dari siswa yang meliputi aspek kompetensi sikap, pengetahuan, dan keterampilan.

Gambar 1. 1 Kompetensi Sikap, Pengetahuan, dan Keterampilan

Pelaksanaan pendekatan saintifik/pendekatan berbasis proses keilmuan merupakan pengorganisasian pengalaman belajar dengan urutan logis meliputi proses pembelajaran melaui:

a. Mengamati;
b. Menanya;
c. Mengumpulkan informasi/mencoba;
d. Menalar/mengasosiasi; dan
e. Mengomunikasikan.

Gambar 1.2 Pendekatan Saintifik

Pendekatan saintifik diyakini sebagai titian emas perkembangan dan pengembangan sikap, keterampilan, dan pengetahuan siswa. Dalam pendekatan atau proses kerja yang memenuhi kriteria ilmiah, para ilmuan lebih mengedepankan penalaran induktif (*inductive reasoning*) dibandingkan dengan penalaran deduktif (*deductive reasoning*). Penalaran deduktif melihat fenomena umum untuk kemudian menarik simpulan yang spesifik.Sebaliknya, penalaran induktif memandang fenomena atau situasi spesifik untuk kemudian menarik simpulan secara keseluruhan.

Langkah-langkah Pembelajaran dengan Pendekatan Ilmiah

Pendekatan saintifik meliputi lima pengalaman belajar sebagaimana tercantum dalam tabel berikut (Permendikbud Nomor 103 Tahun 2014).

Deskripsi Langkah Pembelajaran

Jam Pelajaran	Deskripsi Kegiatan	Bentuk Hasil Belajar
Mengamati (*observing*)	Mengamati dengan indra (membaca, mendengar, menyimak, melihat, menonton, dan sebagainya) dengan atau tanpa alat.	Perhatian pada waktu mengamati suatu objek/ membaca suatu tulisan/ mendengar suatu penjelasan, catatan yang dibuat tentang

Jam Pelajaran	Deskripsi Kegiatan	Bentuk Hasil Belajar
		yang diamati, kesabaran, waktu (*on task*) yang digunakan untuk mengamati.
Menanya (*questioning*)	Membuat dan mengajukan pertanyaan, tanya jawab, berdiskusi tentang informasi yang belum dipahami, informasi tambahan yang ingin diketahui, atau sebagai klarifikasi.	Jenis, kualitas, dan jumlah pertanyaan yang diajukan siswa (pertanyaan faktual, konseptual, prosedural, dan hipotetik).
Mengumpulkan informasi/Mencoba (*experimenting*)	Mengeksplorasi, mencoba, berdiskusi, mendemonstrasikan, meniru bentuk/gerak, melakukan eksperimen, membaca sumber lain selain buku teks, mengumpulkan data dari nara sumber melalui angket, wawancara, dan memodifikasi/ menambahi/ mengembangkan.	Jumlah dan kualitas sumber yang dikaji/digunakan, kelengkapan informasi, validitas informasi yang dikumpulkan, dan instrumen/alat yang digunakan untuk mengumpulkan data.
Menalar/ Mengasosiasi (*associating*)	Mengolah informasi yang sudah dikumpulkan, menganalisis data dalam bentuk membuat kategori, mengasosiasi atau menghubungkan fenomena/ informasi yang terkait dalam rangka menemukan suatu pola, dan menyimpulkan.	Mengembangkan interpretasi, argumentasi dan kesimpulan mengenai keterkaitan informasi dari dua fakta/konsep, interpretasi argumentasi dan kesimpulan mengenai keterkaitan lebih dari dua fakta/konsep/teori,

Jam Pelajaran	Deskripsi Kegiatan	Bentuk Hasil Belajar
		menyintesis dan argumentasi serta kesimpulan keterkaitan antarberbagai jenis fakta/konsep/teori/ pendapat; mengembangkan interpretasi, struktur baru, argumentasi, dan kesimpulan yang menunjukkan hubungan fakta/onsep/teori dari dua sumber atau lebih yang tidak bertentangan; mengembangkan interpretasi, struktur baru, argumentasi dan kesimpulan dari konsep/ teori/yang berbeda dari berbagai jenis sumber.
Mengomunikasikan (*communicating*)	Menyajikan laporan dalam bentuk bagan,diagram, atau grafik; menyusun laporan tertulis; dan menyajikan laporan meliputi proses, hasil, dan kesimpulan secara lisan.	Menyajikan hasilkajian (dari mengamatisampai menalar) dalam bentuk tulisan, grafis, media elektronik, multi media dan lain-lain.

a. **Mengamati**

Kegiatan belajar mengamati adalah mengamati dengan indra (membaca, mendengar, menyimak, melihat, menonton, dan sebagainya) dengan atau tanpa alat. Metode mengamati mengutamakan kebermaknaan proses pembelajaran (*meaningfull learning*). Metode mengamati sangat bermanfaat bagi pemenuhan rasa ingin tahu siswa, sehingga proses pembelajaran memiliki kebermaknaan yang tinggi. Dengan metode observasi siswa menemukan fakta bahwa ada hubungan antara objek yang dianalisis dengan materi pembelajaran yang digunakan oleh guru.

Kegiatan mengamati dalam pembelajaran dilakukan dengan menempuh langkah-langkah seperti berikut ini:

1) Menentukan objek apa yang akan diobservasi.
2) Membuat pedoman observasi sesuai dengan lingkup objek yang akan diobservasi.
3) Menentukan secara jelas data-data apa yang perlu diobservasi, baik primer maupun sekunder.
4) Menentukan di mana tempat objek yang akan diobservasi.
5) Menentukan secara jelas bagaimana observasi akan dilakukan untuk mengumpulkan data agar berjalan mudah dan lancar.
6) Menentukan cara dan melakukan pencatatan atas hasil observasi, seperti menggunakan buku catatan, kamera, tape recorder, video perekam, dan alat-alat tulis lainnya.

Secara lebih luas, alat atau instrumen yang digunakan dalam melakukan observasi, dapat berupa daftar cek (*checklist*), skala rentang (*rating scale*), catatan anekdotal (*anecdotal record*), catatan berkala, dan alat mekanikal (*mechanical device*). Daftar cek dapat berupa suatu daftar yang berisikan nama-nama subjek, objek, atau faktor- faktor yang akan diobservasi. Skala rentang, berupa alat untuk mencatat gejala atau fenomena menurut tingkatannya.

b. **Menanya**

Pada kurikulum 2013 kegiatan menanya diharapkan muncul dari siswa.Kegiatan belajar menanya dilakukan dengan cara: membuat dan mengajukan pertanyaan (dimulai dari pertanyaan faktual sampai ke pertanyaan yang bersifat hipotetik), tanya jawab, berdiskusi tentang informasi yang belum dipahami atau informasi tambahan yang ingin diketahui, atau sebagai klarifikasi.

Kegiatan menanya dapat tidak diungkapkan, tetapi dapat saja ada di dalam pikiran siswa. Untuk memancing siswa mengungkapkannya guru harus memberi kesempatan mereka untuk mengungkapkan pertanyaan. Kegiatan bertanya oleh guru dalam pembelajaran juga sangat penting, sehingga tetap harus dilakukan.

Fungsi bertanya

1) Membangkitkan rasa ingin tahu, minat, dan perhatian siswa tentang suatu tema atau topik pembelajaran.

2) Mendorong dan menginspirasi siswa untuk aktif belajar, serta mengembangkan pertanyaan dari dan untuk dirinya sendiri.
3) Mendiagnosis kesulitan belajar siswa sekaligus menyampaikan rancangan untuk mencari solusinya.
4) Menstrukturkan tugas-tugas dan memberikan kesempatan kepada siswa untuk menunjukkan sikap, keterampilan, dan pemahamannya atas substansi pembelajaran yang diberikan.
5) Membangkitkan keterampilan siswa dalam berbicara, mengajukan pertanyaan, dan memberi jawaban secara logis, sistematis, dan menggunakan bahasa yang baik dan benar.
6) Mendorong partisipasi siswa dalam berdiskusi, berargumen, mengembangkan kemampuan berpikir, dan menarik simpulan.
7) Membangun sikap keterbukaan untuk saling memberi dan menerima pendapat atau gagasan, memperkaya kosa kata, serta mengembangkan toleransi sosial dalam hidup berkelompok.
8) Membiasakan siswa berpikir spontan dan cepat, serta sigap dalam merespon persoalan yang tiba-tiba muncul.
9) Melatih kesantunan dalam berbicara dan membangkitkan kemampuan berempati satu sama lain.

Kriteria pertanyaan yang baik

Kriteria pertanyaan yang baik adalah: singkat dan jelas, menginspirasi jawaban, memiliki fokus, bersifat probing atau divergen, bersifat validatif atau penguatan, memberi kesempatan siswa untuk berpikir ulang, merangsang peningkatan tuntutan kemampuan kognitif, merangsang proses interaksi.

Tingkatan Pertanyaan

Pertanyaan guru yang baik dan benar menginspirasi siswa untuk memberikan jawaban yang baik dan benar pula. Guru harus memahami kualitas pertanyaan, sehingga menggambarkan tingkatan kognitif seperti apa yang akan disentuh, mulai dari yang lebih rendah hingga yang lebih tinggi. Bobot pertanyaan yang menggambarkan tingkatan kognitif yang lebih rendah hingga yang lebih tinggi disajikan berikut ini.

Tingkatan	Sub Tingkatan	Kata-kata Kunci Pertanyaan	
Kognitif yang lebih rendah	■ Pengetahuan (*knowledge*)	■ Apa... ■ Siapa... ■ Kapan... ■ Di mana... ■ Sebutkan... ■ Jodohkan...	■ Pasangkan... ■ Persamaan kata... ■ Golongkan... ■ Berilah nama... ■ Dll.
	■ Pemahaman (*comprehen-sion*)	■ Terangkahlah... ■ Bedakanlah... ■ Terjemahkanlah... ■ Simpulkan...	■ Bandingkan... ■ Ubahlah... ■ Berikanlah interpretasi...
	■ Penerapan (*application*)	■ Gunakanlah... ■ Tunjukkanlah... ■ Buatlah... ■ Demonstrasikan-lah...	■ Carilah hubungan... ■ Tulislah contoh... ■ Siapkanlah... ■ Klasifikasi-kanlah...
Kognitif yang lebih tinggi	■ Analisis (*analysis*)	■ Analisislah... ■ Kemukakan bukti-bukti… ■ Mengapa… ■ Identifikasikan…	■ Tunjukkanlah sebabnya… ■ Berilah alasan-alasan…
	■ Sintesis (*synthesis*)	■ Ramalkanlah… ■ Bentuk… ■ Ciptakanlah… ■ Susunlah… ■ Rancanglah... ■ Tulislah…	■ Bagaimana kita dapat memecah-kan...

Tingkatan	Sub Tingkatan	Kata-kata Kunci Pertanyaan	
			▪ Apa yang terjadi seandainya... ▪ bagaimana kita dapat memperba-iki...
	▪ Evaluasi (*evaluation*)	▪ Berilah pendapat… ▪ Alternatif mana yang lebih baik… ▪ Setujukah anda… ▪ Kritiklah…	▪ Berilah alasan… ▪ Nilailah… ▪ Banding-kan… ▪ Bedakan-lah…

c. **Mengumpulkan informasi/Mencoba**

Kegiatan belajar mengumpulkan informasi/mencoba antara lain:

1) mengeksplorasi,
2) mencoba,
3) berdiskusi,
4) mendemonstrasikan,
5) meniru bentuk/gerak,
6) melakukan eksperimen,
7) membaca sumber lain selain buku teks,
8) mengumpulkan data dari nara sumber melalui angket, wawancara, dan
9) memodifikasi/ menambahi/ mengembangkan.

Untuk memperoleh hasil belajar yang nyata atau autentik, siswa harus mencoba atau melakukan percobaan, terutama untuk materi atau substansi yang sesuai. Siswa pun harus memiliki keterampilan proses untuk mengembangkan pengetahuan tentang

alam sekitar, serta mampu menggunakan metode ilmiah dan bersikap ilmiah untuk memecahkan masalah-masalah yang dihadapinya sehari-hari.

Agar pelaksanaan percobaan dapat berjalan lancar (1) Guru hendaknya merumuskan tujuan eksperimen yang akan dilaksanakan siswa, (2) Guru bersama siswa mempersiapkan perlengkapan yang dipergunakan, (3) Perlu memperhitungkan tempat dan waktu, (4) Guru menyediakan kertas kerja untuk pengarahan kegiatan siswa, (5) Guru membicarakan masalah yang akan yang akan dijadikan eksperimen, (6) Membagi kertas kerja kepada siswa, (7) Siswa melaksanakan eksperimen dengan bimbingan guru, dan (8) Guru mengumpulkan hasil kerja siswa dan mengevaluasinya, bila dianggap perlu didiskusikan secara klasikal.

d. **Menalar/Mengasosiasi**

Kegiatan belajar menalar/mengasosiasi adalah mengolah informasi yang sudah dikumpulkan, menganalisis data dalam bentuk membuat kategori, mengasosiasi atau menghubungkan fenomena/ informasi yang terkait dalam rangka menemukan suatu pola, dan menyimpulkan.

Istilah "menalar" dalam kerangka proses pembelajaran dengan pendekatan ilmiah yang dianut dalam Kurikulum 2013 untuk menggambarkan bahwa guru dan siswa merupakan pelaku aktif. Penalaran adalah proses berpikir yang logis dan sistematis atas fakta-kata empiris yang dapat diobservasi untuk memperoleh simpulan berupa pengetahuan.

Penalaran dimaksud merupakan penalaran ilmiah, meski penalaran nonilmiah tidak selalu tidak bermanfaat. Istilah menalar di sini merupakan padanan dari *associating*; bukan merupakan terjemahan dari *reasoning*, meski istilah ini juga bermakna menalar atau penalaran.Karena itu, istilah aktivitas menalar dalam konteks pembelajaran pada Kurikulum 2013 dengan pendekatan ilmiah banyak merujuk pada teori belajar asosiasi atau pembelajaran asosiatif. Istilah asosiasi dalam pembelajaran merujuk pada kemampuan mengelompokkan beragam ide dan mengasosiasikan beragam peristiwa untuk kemudian memasukannya menjadi penggalan memori.

Bagaimana aplikasinya dalam proses pembelajaran? Aplikasi pengembangan aktivitas pembelajaran untuk meningkatkan daya menalar siswa dapat dilakukan dengan cara berikut ini.

1) Guru menyusun bahan pembelajaran dalam bentuk yang sudah siap sesuai dengan tuntutan kurikulum.
2) Guru tidak banyak menerapkan metode ceramah atau metode kuliah. Tugas utama guru adalah memberi instruksi singkat tapi jelas dengan disertai contoh-contoh, baik dilakukan sendiri maupun dengan cara simulasi.
3) Bahan pembelajaran disusun secara berjenjang atau hierarkis, dimulai dari yang sederhana (persyaratan rendah) sampai pada yang kompleks (persyaratan tinggi).
4) Kegiatan pembelajaran berorientasi pada hasil yang dapat diukur dan diamati.

   Setiap kesalahan harus segera dikoreksi atau diperbaiki.
5) Perlu dilakukan pengulangan dan latihan agar perilaku yang diinginkan dapat menjadi kebiasaan atau pelaziman.
6) Evaluasi atau penilaian didasari atas perilaku yang nyata atau otentik.
7) Guru mencatat semua kemajuan siswa untuk kemungkinan memberikan tindakan pembelajaran perbaikan.

e. **Mengomunikasikan**

Kegiatan belajar mengomunikasikan dapat terdiri atas menyajikan laporan dalam bentuk bagan, diagram, atau grafik; menyusun laporan tertulis; dan menyajikan laporan meliputi proses, hasil, dan kesimpulan secara lisan.

Mengomunikasikan merupakan ilmu dan praktik menyampaikan atau mentransmisikan informasi atau aneka jenis pesan. Selama proses pembelajaran, guru secara konsisten mengomunikasikan atau mentransmisikan pengetahuan, informasi, atau aneka pesan baru kepada siswanya. Kegiatan mengomunikasikan merupakan proses yang kompleks. Proses transmisi atau penyampaian pesan yang salah menyebabkan komunikasi tidak akan berjalan efektif.

Pada konteks pembelajaran dengan pendekatan saintifik, mengomunikasikan mengandung beberapa makna, antara lain: (1) mengomunikasikan informasi, ide, pemikiran, atau pendapat; (2) berbagi (*sharing*) informasi; (3) memperagakan sesuatu; (4) menampilkan hasil karya; dan (5) membangun jejaring. Mengomunikasikan juga mengandung makna: (1) melatih keberanian, (2) melatih keterampilan berkomunikasi, (3) memasarkan ide, (4) mengembangkan sikap saling memberi-menerima informasi, (5) menghayati atau memaknai fenemomena, (6) menghargai pendapat/karya sendiri dan orang lain, dan (7) berinteraksi antar sejawat atau dengan pihak lain.

Seperti dijelaskan di atas, salah satu esensi mengomunikasikan adalah membangun jejaring. Selama proses pembelajaran, kegiatan mengomunikasikan ini antara lain dapat dilakukan melalui model pembelajaran kolaboratif. Pada pembelajaran kolaboratif kewenangan dan fungsi guru lebih bersifat direktif atau manajer belajar. Sebaliknya, siswalah yang harus lebih aktif. Siswa berinteraksi dengan empati, saling menghormati, dan menerima kekurangan atau kelebihan masing-masing. Dengan cara semacam ini akan tumbuh rasa aman sehingga memungkinkan siswa menghadapi aneka perubahan dan tuntutan belajar secara bersama-sama.

2. Model-Model Pembelajaran

Model pembelajaran yang mendukung penerapan pendekatan sintifik diantaranya adalah model pembelajaran Berbasis Penemuan (*Discovery Learning*), Model Pembelajaran Berbasis Masalah (*Problem Based Learning*), dan Model Pembelajaran Berbasis Projek (*Project Based Learning*).

a. Pembelajaran Berbasis Penemuan (*Discovery Learning*)

Discovery mempunyai prinsip yang sama dengan inkuiri (*inquiry*) dan *Problem Solving*. Tidak ada perbedaan yang mendasar pada ketiga istilah ini, pada *Discovery Learning* lebih menekankan pada ditemukannya konsep atau prinsip yang sebelumnya tidak diketahui, masalah yang dihadapkan kepada siswa semacam masalah yang direkayasa oleh guru. Sedangkan pada inkuiri masalahnya bukan hasil rekayasa, sehingga siswa harus mengerahkan seluruh pikiran dan keterampilannya untuk mendapatkan temuan-temuan di dalam masalah itu melalui proses penelitian, sedangkan *Problem Solving* lebih memberi tekanan pada kemampuan menyelesaikan masalah. Pada *Discovery Learning* materi yang akan disampaikan tidak disampaikan dalam bentuk final akan tetapi siswa didorong untuk mengidentifikasi apa yang ingin diketahui dilanjutkan dengan mencari informasi sendiri kemudian mengorgansasi atau membentuk (konstruktif) apa yang mereka ketahui dan mereka pahami dalam suatu bentuk akhir.

Penggunaan *Discovery Learning*, ingin merubah kondisi belajar yang pasif menjadi aktif dan kreatif. Mengubah pembelajaran yang t*eacher oriented ke student oriented*. Merubah modus *Ekspository* siswa hanya menerima informasi secara keseluruhan dari guru ke modus *Discovery* siswa menemukan informasisendiri.

Dalam *Discovery Learning* bahan ajar tidak disajikan dalam bentuk akhir, siswa dituntut untuk melakukan berbagai kegiatan menghimpun informasi, membandingkan,

mengkategorikan, menganalisis, mengintegrasikan, mereorganisasikan bahan serta membuat kesimpulan-kesimpulan.

Langkah-langkah dalam mengaplikasikan model *discovery learning* di kelas adalah sebagai berikut:

1) Perencanaan

   Perencanaan pada model ini meliputi hal-hal sebagai berikut.

   - Menentukan tujuan pembelajaran.
   - Melakukan identifikasi karakteristik siswa (kemampuan awal, minat, gaya belajar, dan sebagainya).
   - Memilih materi pelajaran.
   - Menentukan topik-topik yang harus dipelajari siswa secara induktif (dari contoh-contoh generalisasi).
   - Mengembangkan bahan-bahan belajar yang berupa contoh-contoh, ilustrasi, tugas dan sebagainya untuk dipelajari siswa.
   - Mengatur topik-topik pelajaran dari yang sederhana ke kompleks, dari yang konkret ke abstrak, atau dari tahap enaktif, ikonik sampai ke simbolik.
   - Melakukan penilaian proses dan hasil belajar siswa.

2) Pelaksanaan

   Ada beberapa prosedur yang harus dilaksanakan dalam kegiatan belajar mengajar secara umum sebagai berikut.

   - *Stimulation* (stimulasi/pemberian rangsangan)
   - *Problem statement* (pernyataan/ identifikasi masalah)
   - *Data collection* (pengumpulan data)
   - *Data processing* (pengolahan data)
   - *Verification* (pembuktian)
   - *Generalization* (menarik kesimpulan/generalisasi)

3) Penilaian

   Dalam model pembelajaran discovery, penilaian dapat dilakukan dengan menggunakan tes maupun non tes. Penilaian dapat berupa penilaian pengetahuan, keterampilan, sikap, atau penilaian hasil kerja siswa. Jika bentuk penialainnya

berupa penilaian pengetahuan, maka dalam model pembelajaran *discovery* dapat menggunakan tes tertulis. Jika bentuk penilaiannya menggunakan penilaian proses, sikap, atau penilaian hasil kerja siswa, maka pelaksanaan penilaian dapat menggunakan contoh-contoh format penilaian sikap seperti yang ada pada uraian penilaian proses dan hasil belajar pada materi berikutnya.

b. Model Pembelajaran Berbasis Masalah (*Problem Based Learning*)

Problem Based Learning (PBL) adalah model pembelajaran yang dirancang agar siswa mendapat pengetahuan penting, yang membuat mereka mahir dalam memecahkan masalah, dan memiliki model belajar sendiri serta memiliki kecakapan berpartisipasi dalam tim. Proses pembelajarannya menggunakan pendekatan yang sistemik untuk memecahkan masalah atau menghadapi tantangan yang nanti diperlukan dalam kehidupan sehari-hari.

Pembelajaran berbasis masalah merupakan sebuah model pembelajaran yang menyajikan masalah kontekstual sehingga merangsang siswa untuk belajar. Dalam kelas yang menerapkan pembelajaran berbasis masalah, siswa bekerja dalam tim untuk memecahkan masalah dunia nyata (*real world*). Pembelajaran berbasis masalah merupakan suatu modelpembelajaran yang menantang siswa untuk "belajar bagaimana belajar", bekerja secara berkelompok untuk mencari solusi dari permasalahan dunia nyata. Masalah yang diberikan ini digunakan untuk mengikat siswa pada rasa ingin tahu pada pembelajaran yang dimaksud.Masalah diberikan kepada siswa, sebelum siswa mempelajari konsep atau materi yang berkenaan dengan masalah yang harus dipecahkan. Ada lima strategi dalam menggunakan model pembelajaran berbasis masalah (PBL) yaitu:

- Permasalahan sebagai kajian
- Permasalahan sebagai penjajakan pemahaman
- Permasalahan sebagai contoh
- Permasalahan sebagai bagian yang tak terpisahkan dari proses
- Permasalahan sebagai stimulus aktivitas autentik

Peran guru, siswa dan masalah dalam pembelajaran berbasis masalah dapat digambarkan sebagai berikut:

Guru sebagai Pelatih	Siswa sebagai Problem Solver	Masalah sebagai Awal Tantangan dan Motivas
- *Asking about thinking* (bertanya tentang pemikiran). - Memonitor pembelajaran. - *Probbing* (menantang siswa untuk berpikir). - Menjaga agar siswa terlibat. - Mengatur dinamika kelompok. - Menjaga berlangsungnya proses.	- Peserta yang aktif. - Terlibat langsung dalam pembelajaran. - Membangun pembelajaran.	- Menarik untuk dipecahkan. - Menyediakan kebutuhan yang ada hubungannya dengan pelajaran yang dipelajari.

Model PBL mengacu pada hal-hal sebagai berikut :

1) Kurikulum: PBL tidak seperti pada kurikulum tradisional, karena memerlukan suatu strategi sasaran dimana projek sebagai pusat.
2) *Responsibility*: PBL menekankan responsibility dan *answerability* para siswa ke diri dan panutannya.
3) Realisme: kegiatan siswa difokuskan pada pekerjaan yang serupa dengan situasi yang sebenarnya. Aktivitas ini mengintegrasikan tugas autentik dan menghasilkan sikap profesional.
4) *Active-learning*: menumbuhkan isu yang berujung pada pertanyaan dan keinginan siswa untuk menemukan jawaban yang relevan sehingga dengan demikian telah terjadi proses pembelajaran yang mandiri.
5) Umpan Balik: diskusi, presentasi, dan evaluasi terhadap para siswa menghasilkan umpan balik yang berharga. Ini mendorong kearah pembelajaran berdasarkan pengalaman.

6) Keterampilan Umum: PBL dikembangkan tidak hanya pada keterampilan pokok dan pengetahuan saja, tetapi juga mempunyai pengaruh besar pada keterampilan yang mendasar seperti pemecahan masalah, kerja kelompok, dan *self-management*.
7) *Driving Questions*: PBL difokuskan pada permasalahan yang memicu siswa berbuat menyelesaikan permasalahan dengan konsep, prinsip dan ilmu pengetahuan yang sesuai.
8) *Constructive Investigations*: sebagai titik pusat, projek harus disesuaikan dengan pengetahuan para siswa.
9) *Autonomy*: projek menjadikan aktivitas siswa sangat penting.

Prinsip-prinsip PBL yang harus diperhatikan meliputi konsep dasar, pendefinisian masalah, pembelajaran mandiri, pertukaran pengetahuan dan penilaiannya.

Adapun langkah-langkah pelaksanaan PBL sebagai berikut:

Fase-fase	Perilaku Guru
Fase 1 Mengorientasi siswa kepada masalah	• Menjelaskan tujuan pembelajaran, menjelaskan logistik yang dibutuhkan. • Memotivasi siswa untuk terlibat aktif dalam pemecahan masalah yang dipilih.
Fase 2 Mengorganisasikan siswa	Membantu siswa mendefinisikan dan mengorganisasikan tugas belajar yang berhubungan dengan masalah tersebut.
Fase 3 Membimbing penyelidikan individu dan kelompok	Mendorong siswa untuk mengumpulkan informasi yang sesuai, melaksanakan eksperimen untuk mendapatkan penjelasan dan pemecahan masalah.

Fase-fase	Perilaku Guru
Fase 4 Mengembangkan dan menyajikan hasil karya	Membantu siswa dalam merencanakan dan menyiapkan karya yang sesuai seperti laporan, model dan berbagi tugas dengan teman.
Fase 5 Menganalisa dan mengevaluasi proses pemecahan masalah	Mengevaluasi hasil belajar tentang materi yang telah dipelajari/meminta kelompok presentasi hasil kerja.

Penilaian pembelajaran dengan PBL dilakukan dengan *authentic assesment*. Penilaian dapat dilakukan dengan portfolio yang merupakan kumpulan yang sistematis pekerjaan-pekerjaan siswa yang dianalisis untuk melihat kemajuan belajar dalam kurun waktu tertentu dalam kerangka pencapaian tujuan pembelajaran. Penilaian dalam pendekatan PBL dilakukan dengan cara evaluasi diri (*self-assessment*) yaitu penilaian yang dilakukan oleh siswa itu sendiri terhadap usaha-usahanya dan hasil pekerjaannya dengan merujuk pada tujuan yang ingin dicapai (*standard*) oleh siswa itu sendiri dalam belajar dan *peer-assessment* yaiti penilaian di mana siswa berdiskusi untuk memberikan penilaian terhadap upaya dan hasil penyelesaian tugas-tugas yang telah dilakukannya sendiri maupun oleh teman dalam kelompoknya.

Penilaian yang relevan dalam PBL antara lain berikut ini.

1) Penilaian kinerja siswa

   Pada penilaian kinerja ini, siswa diminta untuk unjuk kerja atau mendemonstrasikan kemampuan melakukan tugas-tugas tertentu, seperti menulis karangan, melakukan suatu eksperimen, menginterpretasikan jawaban pada suatu masalah, memainkan suatu lagu, atau melukis suatu gambar.

2) Penilaian portofolio siswa

   Penilaian portofolio adalah penilaian berkelanjutan yang didasarkan pada kumpulan informasi yang menunjukkan perkembangan kemampuan siswa dalam suatu periode tertentu. Informasi perkembangan siswa dapat berupa hasil karya terbaik siswa selama proses belajar, pekerjaan hasil tes, piagam penghargaan, atau bentuk informasi lain yang terkait kompetensi tertentu dalam suatu mata pelajaran.

3) Penilaian potensi belajar

Penilaian yang diarahkan untuk mengukur potensi belajar siswa yaitu mengukur kemampuan yang dapat ditingkatkan dengan bantuan guru atau teman-temannya yang lebih maju. PBL yang memberi tugas-tugas pemecahan masalah memungkinkan siswa untuk mengembangkan dan mengenali potensi kesiapan belajarnya.

4) Penilaian usaha kelompok

Menilai usaha kelompok seperti yang dilakukan pada pembelajaran kooperatif dapat dilakukan pada PBL. Penilaian usaha kelompok mengurangi kompetisi merugikan yang sering terjadi, misalnya membandingkan siswa dengan temannya. Penilaian dan evaluasi yang sesuai dengan model pembelajaran berbasis masalah adalah menilai pekerjaan yang dihasilkan oleh siswa sebagai hasil pekerjaan mereka dan mendiskusikan hasil pekerjaan secara bersama-sama.

c. Model Pembelajaran Berbasis Projek (*Project Based Learning*)

Pembelajaran Berbasis Projek atau *Project Based Learning* (PBL) adalah model pembelajaran yang melibatkan siswa dalam suatu kegiatan (projek) yang menghasilkan suatu produk. Keterlibatan siswa mulai dari merencanakan, membuat rancangan, melaksanakan, dan melaporkan hasil kegiatan berupa produk dan laporan pelaksanaannya.

Model pembelajaran ini menekankan pada proses pembelajaran jangka panjang, siswa terlibat secara langsung dengan berbagai isu dan persoalan kehidupan sehari-hari, belajar bagaimana memahami dan menyelesaikan persoalan nyata, bersifat interdisipliner, dan melibatkan siswa sebagai pelaku mulai dari merancang, melaksanakan dan melaporkan hasil kegiatan (*student centered*).

Dalam pelaksanaannya, PBL bertitik tolak dari masalah sebagai langkah awal sebelum mengumpulkan data dan informasi dengan mengintegrasikan pengetahuan baru berdasarkan pengalamannya dalam beraktivitas secara nyata. Pembelajaran Berbasis Projek dirancang untuk digunakan sebagai wahana pembelajaran dalam memahami permasalahan yang komplek dan melatih serta mengembangkan kemampuan siswa dalam melakukan insvestigasi dan melakukan kajian untuk menemukan solusi permasalahan.

Pembelajaran Berbasis Projek memiliki karakteristik berikut ini.

1) Siswa membuat keputusan tentang sebuah kerangka kerja;
2) Adanya permasalahan atau tantangan yang diajukan kepada siswa;
3) Siswa mendesain proses untuk menentukan solusi atas permasalahan atau tantangan yang diajukan;
4) Siswa secara kolaboratif bertanggungjawab untuk mengakses dan mengelola informasi untuk memecahkan permasalahan;
5) Proses evaluasi dijalankan secara kontinyu;
6) Siswa secara berkala melakukan refleksi atas aktivitas yang sudah dijalankan;
7) Produk akhir aktivitas belajar akan dievaluasi secara kualitatif; dan
8) Situasi pembelajaran sangat toleran terhadap kesalahan dan perubahan.

Peran guru dalam Pembelajaran Berbasis Projek sebaiknya sebagai fasilitator, pelatih, penasehat dan perantara untuk mendapatkan hasil yang optimal sesuai dengan daya imajinasi, kreasi dan inovasi dari siswa.

Beberapa hambatan dalam implementasi metode Pembelajaran Berbasis Projek antara lain banyak guru merasa nyaman dengan kelas tradisional, dimana guru memegang peran utama di kelas. Ini merupakan suatu transisi yang sulit, terutama bagi guru yang kurang atau tidak menguasai teknologi. Untuk itu disarankan menggunakan team teaching dalam proses pembelajaran, dan akan lebih menarik lagi jika suasana ruang belajar tidak monoton, beberapa contoh perubahan lay-out ruang kelas, seperti: *traditional class* (teori), *discussion group* (pembuatan konsep dan pembagian tugas kelompok), *lab tables* (saat mengerjakan tugas mandiri), *circle* (presentasi). Atau diciptakan suasana belajar bebas dan menyenangkan.

<u>Keuntungan Pembelajaran Berbasis Projek</u>

1) Meningkatkan motivasi belajar siswa untuk belajar, mendorong kemampuan mereka untuk melakukan pekerjaan penting, dan mereka perlu untuk dihargai.
2) Meningkatkan kemampuan pemecahan masalah.
3) Membuat siswa menjadi lebih aktif dan berhasil memecahkan problem-problem yang kompleks.
4) Meningkatkan kolaborasi.

5) Mendorong siswa untuk mengembangkan dan mempraktikkan keterampilan komunikasi.

6) Meningkatkan keterampilan siswa dalam mengelola sumber.

7) Memberikan pengalaman kepada siswa pembelajaran dan praktik dalam mengorganisasi projek, dan membuat alokasi waktu dan sumber-sumber lain seperti perlengkapan untuk menyelesaikan tugas.

8) Menyediakan pengalaman belajar yang melibatkan siswa secara kompleks dan dirancang untuk berkembang sesuai dunia nyata.

9) Melibatkan para siswa untuk belajar mengambil informasi dan menunjukkan pengetahuan yang dimiliki, kemudian diimplementasikan dengan dunia nyata.

10) Membuat suasana belajar menjadi menyenangkan, sehingga siswa maupun pendidik menikmati proses pembelajaran.

Kelemahan Pembelajaran Berbasis Projek

1) Siswa yang memiliki kelemahan dalam penelitian atau percobaan dan pengumpulan informasi akan mengalami kesulitan.

2) Kemungkinan adanya siswa yang kurang aktif dalam kerja kelompok.

3) Ketika topik yang diberikan kepada masing-masing kelompok berbeda, dikhawatirkan siswa tidak bisa memahami topik secara keseluruhan.

Untuk mengatasi kelemahan dari pembelajaran berbasis projek di atas seorang pendidik harus dapat mengatasi dengan cara memfasilitasi siswa dalam menghadapi masalah, membatasi waktu siswa dalam menyelesaikan projek, meminimalis dan menyediakan peralatan yang sederhana yang terdapat di lingkungan sekitar, memilih lokasi penelitian yang mudah dijangkau sehingga tidak membutuhkan banyak waktu dan biaya, menciptakan suasana pembelajaran yang menyenangkan sehingga instruktur dan siswa merasa nyaman dalam proses pembelajaran.

Pembelajaran Berbasis Projek membantu siswa untuk meningkatkan keterampilan sosial mereka, sering menyebabkan absensi berkurang dan lebih sedikit masalah disiplin di kelas. Siswa juga menjadi lebih percaya diri berbicara dengan kelompok orang, termasuk orang dewasa.

Langkah pelaksanaan Pembelajaran Berbasis Projek sebagai berikut:

Diagram 1.1 Langkah langkah Pelaksanaan Pembelajaran Berbasis Projek

Penilaian pembelajaran dengan model Pembelajaran Berbasis Projek harus diakukan secara menyeluruh terhadap sikap, pengetahuan dan keterampilan yang diperoleh siswa dalam melaksanakan pembelajaran berbasis projek. Penilaian Pembelajaran Berbasis Projek dapat menggunakan teknik penilaian yang dikembangkan oleh Pusat Penilaian Pendidikan Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan yaitu penilaian projek atau penilaian produk.

3. Penilaian Autentik

Penilaian (*assesment*) adalah proses pengumpulan dan pengolahan informasi untuk mengukur pencapaian hasil belajar siswa. Pada Standar Nasional Pendidikan, penilaian pendidikan merupakan salah satu standar yang yang bertujuan untuk menjamin: perencanaan penilaian siswa sesuai dengan kompetensi yang akan dicapai dan berdasarkan prinsip-prinsip penilaian; pelaksanaan penilaian siswa secara profesional, terbuka, edukatif, efektif, efisien, dan sesuai dengan konteks sosial budaya; dan pelaporan hasil penilaian siswa secara objektif, akuntabel, dan informatif.

Penilaian Hasil Belajar oleh pendidik memiliki fungsi untuk memantau kemajuan belajar, memantau hasil belajar, dan mendeteksi kebutuhan perbaikan hasil belajar siswa secara berkesinambungan.

Lingkup Penilaian Hasil Belajar oleh Pendidik mencakup kompetensi sikap (spiritual dan sosial), pengetahuan, dan keterampilan (Permendikbud No. 104 Tahun 2014). Sasaran Penilaian Hasil Belajar oleh Pendidik pada ranah sikap, pengetahuan dan keterampilan adalah sebagai berikut.

a. Sikap (Spiritual dan Sosial)

Sasaran Penilaian Hasil Belajar pada ranah sikap spiritual dan sikap sosial adalah pada beberapa tingkatan sikap yakni: menerima nilai, menanggapi nilai. menghargai nilai, menghayati nilai, mengamalkan nilai.

b. Pengetahuan

Sasaran Penilaian Hasil Belajar pada kemampuan berpikir adalah kemampuan berpikir mengingat, memahami, menerapkan menganalisis, mengevaluasi dan mencipta. Sasaran Penilaian Hasil Belajar pada dimensi pengetahuan adalah dimensi pengetahuan Faktual, Konseptual, Prosedural, Metakognitif.

c. Keterampilan

Sasaran Penilaian Hasil Belajar pada keterampilan abstrak berupa kemampuan belajar mengamati, menanya, mengumpulkan informasi/mencoba, menalar/mengasosiasi, mengomunikasikan. Sasaran penilaian hasil belajar pada keterampilan kongkret adalah keterampilan persepsi (*perception*), kesiapan (*set*), meniru (*guided response*), membiasakan gerakan (*mechanism*), mahir (*complex or overt response*), menjadi gerakan alami (*adaptation*), menjadi tindakan orisinal (*origination*).

Remedial dan Pengayaan

Pembelajaran remedial dan pengayaan dilaksanakan untuk kompetensi pengetahuan dan keterampilan. Pembelajaran remedial diberikan kepada siswa yang belum mencapai KBM/KKM, sementara pengayaan diberikan kepada siswa yang telah mencapai atau melampaui KBM/KKM. Pembelajaran remedial dapat dilakukan dengan cara:

a. Pemberian pembelajaran ulang dengan metode dan media yang berbeda, menyesuaikan dengan gaya belajar siswa;
b. Pemberian bimbingan secara perorangan;
c. pemberian tugas-tugas atau latihan secara khusus, dimulai dengan tugas-tugas atau latihan sesuai dengan kemampuannya;
d. Pemanfaatan tutor sebaya, yaitu siswa dibantu oleh teman sekelas yang telah mencapai KBM/KKM.

Pembelajaran remedial diberikan segera setelah siswa diketahui belum mencapai KBM/KKM berdasarkan hasil Penilaian Harian (PH), Penilaian Tengah Semester (PTS), atau Penilaian Akhir Semester (PAS). Pembelajaran remedial pada dasarnya difokuskan pada KD yang belum tuntas dan dapat diberikan berulang-ulang sampai mencapai KBM/KKM dengan waktu hingga batas akhir semester. Apabila hingga akhir semester pembelajaran remedial belum bisa membantu siswa mencapai KBM/KKM, pembelajaran remedial bagi siswa tersebut dapat dihentikan. Nilai KD yang dimasukkan ke dalam pengolahan penilaian akhir semester adalah penilaian setinggi-tingginya sama dengan KBM/KKM yang ditetapkan oleh sekolah untuk mata pelajaran tersebut. Apabila belum/tidak mencapai KBM/KKM, nilai yang dimasukkan adalah nilai tertinggi yang dicapai setelah mengikuti pembelajaran remedial. Guru tidak dianjurkan untuk memaksakan untuk memberi nilai tuntas kepada siswa yang belum mencapai KBM/KKM.

Selanjutnya pembelajaran pengayaan dapat dilakukan melalui:

1. Belajar kelompok, yaitu sekelompok siswa diberi tugas pengayaan untuk dikerjakan bersama pada dan/atau di luar jam pelajaran.
2. Belajar mandiri, yaitu siswa diberi tugas pengayaan untuk dikerjakan sendiri/individual.
3. Pembelajaran berbasis tema, yaitu memadukan beberapa konten pada tema tertentu sehingga siswa dapat mempelajari hubungan antara berbagai disiplin ilmu.

Pengayaan biasanya diberikan segera setelah siswa diketahui telah mencapai KBM/KKM berdasarkan hasil PH. Mereka yang telah mencapai KBM/KKM berdasarkan hasil PTS dan PAS umumnya tidak diberi pengayaan. Pembelajaran pengayaan biasanya hanya diberikan sekali, tidak berulang-kali sebagaimana pembelajaran remedial. Pembelajaran pengayaan umumnya tidak diakhiri dengan penilaian.

Contoh Penilaian Autentik:

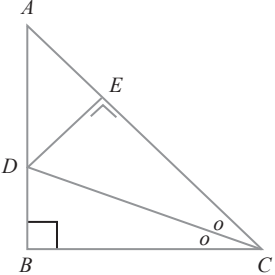
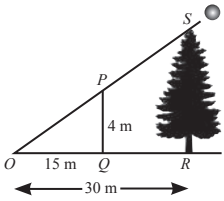
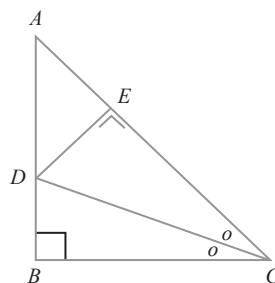
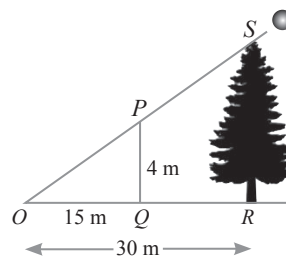
1. Penilaian Kompetensi Pengetahuan

Untuk menilai kompetensi pengetahuan yang dimiliki siswa, maka setiap akhir sub bab atau bab buku ini, guru sebaiknya menguji kemampuan siswa dengan memberikan tes atau non tes atau penugasan berupa soal-soal yang tersedia pada uji kompetensi yang tersedia pada setiap bab buku ini. Untuk penentuan skor yang diperoleh siswa, guru harus mengembangkan pedoman penskoran atau rubrik penilaian. Sebagai contoh teknik tes untuk dipedomani guru, disajikan sebagai berikut.

Contoh Penilaian Tes Tulis

Satuan Pendidikan	:	SMP
Mata Pelajaran	:	Matematika
Kelas	:	IX
Kompetensi dasar	:	4.5 Menyelesaikan permasalahan nyata hasil pengamatan yang terkait penerapan kekongruenan dan kesebangunan
Indikator	:	Siswa dapat menggunakan konsep kesebangunan segitiga untuk menentukan panjang sisi yang belum diketahui
Materi	:	Kekongruenan dan kesebangunan

Soal

1. Perhatikan gambar.

   Segitiga ABC adalah segitiga siku-siku sama kaki. Jika $AB = 10$ cm dan CD garis bagi sudut C, Tentukan panjang BD.

2. Pada gambar di samping ini, tinggi tongkat PQ sesungguhnya adalah 4 m dan panjang bayangannya 15 m. Jika panjang bayangan pohon adalah 30 m, tentukan tinggi pohon.

Contoh Rubrik Penilaian Tes Tulis

No.	Kunci Jawaban	Skor
1.	Diketahui: Segitiga *ABC* adalah segitiga siku-siku sama kaki. Jika AB = 10 cm dan CD garis bagi sudut C.	1
	Ditanya: panjang BD.	1
	ΔABC siku-siku samakaki ($m\angle ABC = 90^o$) dan AB = 10 cm, maka $BC = AB$ = 10 cm, dan $AC = \sqrt{10^2} + 102 = 10\sqrt{2}$ cm, $m\angle BCA = m\angle BAC = 45^o$, dan $AC = 10\sqrt{2}$ cm.	1 1
	Berdasarkan kriteria sudut – sudut – sisi, $\Delta CBD \cong \Delta CED$ karena $DC = DC$ (berhimpit), $m\angle BCD = m\angle ECD$ (diketahui), dan $m\angle DBC = m\angle DEC = 90^o$ (diketahui). Akibatnya, $BD = ED$ dan $CE = BC$ = 10 cm.	1 1 1 1 1
	Perhatikan ΔDAE $m\angle DAE = m\angle BAC = 45^o$ (berhimpit), $m\angle DEA = 90^o$ (karena pelurusnya $\angle CED = 90^o$) maka $m\angle ADE = 45^o$ ΔDAE adalah segitiga siku-siku samakaki Sehingga, $ED = AE = AC - CE = 10\sqrt{2} - 10 = 10(\sqrt{2} - 1)$ cm	1 1 1 1 1
	Jadi $BD = ED = 10(\sqrt{2} - 1)$ cm.	1
2.	Diketahui: PQ = 4 m OQ = 15 m OR = 30 m	1
	Ditanya: tinggi pohon (SR)	1

No.	Kunci Jawaban	Skor
	$\Delta PQO \sim \Delta SRO$ karena	1
	$m\angle POQ = m\angle SOR$ (berhimpit) dan	1
	$m\angle PQO = m\angle SRO$ (siku-siku)	1
	perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian:	
	$\frac{PQ}{SR} = \frac{OQ}{OR}$	2
	$\frac{4}{SR} = \frac{15}{30}$	1
	$SR = \frac{4 \times 30}{15} = 8$	1
	Jadi, tinggi pohon kira-kira adalah 12 m.	1
Skor maksimal		25

$$\text{Nilai} = \frac{\text{Skor Perolehan}}{\text{Skor Maksimal}} \times 100$$

Contoh Penilaian Tugas Produk

Satuan Pendidikan : SMP

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas : IX

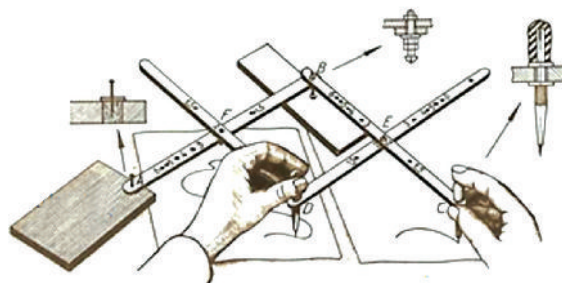
Kompetensi dasar : 4.5 Menyelesaikan permasalahan nyata hasil pengamatan yang terkait penerapan kekongruenan dan kesebangunan

Indikator : Siswa dapat membuat alat memperbesar gambar yang menggunakan konsep kesebangunan dua segitiga (pantograf)

Materi : Kekongruenan dan kesebangunan

Soal

Bersama temanmu, buatlah pantograf buatan kelompokmu yang bisa menghasilkan salinan gambar k kali lebih besar (boleh k = 2, 3, 4, 5 atau lebih). Dokumentasikan prosesnya. Gunakan pantograf tersebut untuk membuat salinan gambar yang diperbesar. Presentasikan pantograf hasil karya kelompokmu tersebut.

Contoh gambar pantograf

Kriteria	Skor
• Produk (hasil kerja) sesuai dengan konsep dan prinsip matematika; • Kerja kreatif; • Produk (hasil kerja) asli; • Diselesaikan tepat waktu; • Kerapian sangat baik.	4
• Produk (hasil kerja) sesuai dengan konsep dan prinsip matematika; • Kerja kurang kreatif; • Produk (hasil kerja) asli; • Diselesaikan tidak tepat waktu; • Kerapian cukup baik.	3
• Produk (hasil kerja) sesuai dengan konsep dan prinsip matematika; • Kerja tidak kreatif; • Produk (hasil kerja) asli; • Diselesaikan tidak tepat waktu; • Kerapian kurang baik.	2
• Produk (hasil kerja) sesuai dengan konsep dan prinsip matematika; • Kerja tidak kreatif; • Produk (hasil kerja) tidak asli buatan sendiri • Diselesaikan tidak tepat waktu; • Kerapian tidak baik;	1
Tidak melakukan tugas produk	0
Skor maksimal = $5 \times 4 = 20$	

Rekapitulasi Skor Perolehan Tugas Produk

No.	Kriteria	Kelompok					
		1	2	3	4	5	6
1.	Kesesuaian dengan konsep dan prinsip matematika						
2.	Kreativitas						
3.	Keaslian produk						
4.	Ketepatan waktu						
5.	Kerapian						
	Skor Perolehan						

$$\text{Nilai} = \frac{\text{Skor Perolehan}}{\text{Skor Maksimal}} \times 100$$

2. Penilaian kompetensi keterampilan

Untuk mengetahui kompetensi keterampilan siswa, guru melakukan 3 teknik penilaian, yaitu: (1) tes unjuk kerja, (2) penilaian projek, (3) penilaian portofolio. Setiap akhir bab buku inim guru harus melaksanakan salah satu dari tiga jenis penilaian tersebut untuk mengukur keterampilan matematik siswa. Di bagian ini diberi contoh penilaian unjuk kerja dan penilaian projek beserta rubrik penilaiannya yang dapat dipedomani guru.

Contoh Penilaian Unjuk Kerja

Satuan Pendidikan : SMP

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas : IX

Kompetensi dasar : 4.5 Menyelesaikan permasalahan nyata hasil pengamatan yang terkait penerapan kekongruenan dan kesebangunan

Indikator : Siswa dapat membagi suatu sudut menjadi dua sama besar dengan menggunakan konsep kekongruenan atau kesebangunan

Materi : Kekongruenan dan kesebangunan

Soal

Gambarlah sebuah sudut dan beri nama $\angle ABC$, kemudian

a. Dengan menggunakan jangka, bagilah $\angle ABC$ tersebut menjadi dua sama besar.

b. Gambarlah lagi $\angle ABC$ yang sama, kemudian tanpa menggunakan jangka maupun busur derajat, bagilah $\angle ABC$ tersebut menjadi dua sama besar. (petunjuk: gunakan konsep segitiga kongruen)

Contoh Rubrik Penilaian Unjuk Kerja

Kriteria	Skor
Jawaban menunjukkan pengetahuan matematika mendasar yang berhubungan dengan tugas ini dengan baik. Ciri-ciri: • Semua prosedur atau langkah dilakukan dengan benar dan jawaban/hasil yang benar. • Kerapian baik.	4
Jawaban menunjukkan pengetahuan matematika mendasar yang berhubungan dengan tugas ini dengan cukup baik. Ciri-ciri: • Semua prosedur atau langkah dilakukan dengan benar. tetapi ada cara yang tidak sesuai atau ada satu jawaban/hasil yang belum tepat. • Kerapian cukup baik.	3
Jawaban menunjukkan keterbatasan atau kurangnya pengetahuan matematika yang berhubungan dengan tugas ini. Ciri-ciri: • Sebagian besar prosedur atau langkah dilakukan dengan benar tetapi jawaban/hasil belum selesai. • Kerapian kurang baik.	2

Kriteria	Skor
Jawaban menunjukkan sedikit atau sama sekali tidak ada pengetahuan matematika yang berhubungan dengan tugas ini. Ciri-ciri: • Prosedur atau langkah dilakukan dengan kurang tepat dan jawaban/hasil belum selesai.	1

Contoh penyelesaian:

Gambarlah sebuah sudut dan beri nama $\angle ABC$, kemudian

a. Dengan menggunakan jangka, bagilah $\angle ABC$ tersebut menjadi dua sama besar.

   Penyelesaian:

   Gunakan teknik membagi sudut menjadi dua bagian dengan jangka seperti langkah di bawah ini: (perhatikan gambar)

   1. Buat busur lingkaran dengan pusat titik B, sehingga memotong kaki sudut AB di titik D dan memotong kaki sudut BC di titik E.
   2. Buat lagi 2 buah busur lingkaran masing-masing dengan pusat di titik D dan E. Perpotongan kedua busur lingkaran tersebut beri nama titik G.
   3. Tarik garis dari titik B ke G, sehingga $m\angle ABG = \angle CBG$.

b. Gambarlah lagi $\angle ABC$ yang sama, kemudian tanpa menggunakan jangka maupun busur derajat, bagilah $\angle ABC$ tersebut menjadi dua sama besar. (*petunjuk*: gunakan konsep segitiga kongruen)

   Penyelesaian:

   1. Gambarlah garis AD yang sejajar dengan BC.
   2. Gambarlah garis CD yang sejajar dengan BA. Sehingga terbentuk bangun jajargenjang $ABCD$.

3. Tarik garis dari titik B ke D (diagonal jajargenjang $ABCD$). Jelas bahwa $\Delta ABD \cong \Delta CBD$ dengan $m\angle ABD = \angle CBD$.

Perolehan Skor Penilaian Unjuk Kerja

Kriteria	Skor Perolehan					Bobot	Nilai
	0	1	2	3	4		
Pendekatan pemecahan masalah							
• Prosedur dan sistematika pemecahan masalah					X	4	16
• Bentuk penyelesaian masalah					X		16
Ketepatan							
• Ketepatan penggunaan konsep					X	4	16
• Kebenaran hasil yang diperoleh					X		16
Gambar							
• Ketepatan gambar sebagai interpretasi masalah					X	2	8
• Kesesuaian gambar dalam pemecahan masalah					X		8
• Kerapian dan penyajian					X		8
Penjelasan							
• Kejelasan uraian jawaban					X	1,5	6
• Pemahaman terhadap aspek hubungan					X		6
Nilai yang diperoleh							100

Misalkan Ahmad memperoleh skor seperti pada kolom skor perolehan

Kriteria	Skor Perolehan					Bobot	Nilai
	0	1	2	3	4		
Pendekatan pemecahan masalah							
• Prosedur dan sistematika pemecahan masalah				X		4	12
• Bentuk penyelesaian masalah				X			12
Ketepatan							
• Ketepatan penggunaan konsep					X	4	16
• Kebenaran hasil yang diperoleh					X		16
Gambar							
• Ketepatan gambar sebagai interpretasi masalah					X	2	8
• Kesesuaian gambar dalam pemecahan masalah					X		8
• Kerapian dan penyajian				X			6
Penjelasan							
• Kejelasan uraian jawaban			X			1,5	3
• Pemahaman terhadap aspek hubungan			X				3
Nilai yang diperoleh							84

Jadi nilai akhir Ahmad adalah **84**

Contoh Penilaian Tugas Projek

Jenjang	:	SMP
Mata Pelajaran	:	Matematika
Kelas	:	IX
Kompetensi dasar	:	4.5 Menyelesaikan permasalahan nyata hasil pengamatan yang terkait penerapan kekongruenan dan kesebangunan
Indikator	:	Siswa dapat menerapkan konsep kesebangunan dan kekongruenan dalam kehidupan nyata.
Materi	:	Kekongruenan dan kesebangunan

Soal Tugas Projek

Coba carilah gedung, pohon, tiang listrik atau tiang bendera yang ada di sekitar sekolahmu (pilih salah satu atau lebih). Bersama temanmu,

a. Buat strategi untuk memperkirakan tinggi gedung, pohon, tiang listrik atau tiang bendera tersebut dengan menggunakan konsep kesebangunan dua segitiga. (dengan dua strategi yang berbeda).

b. Berdasarkan strategi yang kamu buat, perkirakan berapa gedung, pohon, tiang listrik atau tiang bendera tersebut?

c. Dokumentasikan kerja kelompokmu dan presentasikan hasil kerja kelompokmu di kelas.

Contoh Rubrik Penilaian Projek

Kriteria	Skor
• Menunjukkan kreatifitas yang tinggi dalam pemecahan masalah; • Kejelasan atau keterangan jawaban sangat lengkap; • Kebenaran jawaban masalah sangat tepat; • Kerjasama kelompok sangat baik; • Interpretasi jawaban masalah/gambar sangat akurat; • Penggunaan strategi benar dan tepat; • Kerapian sangat baik; • Laporan disusun dengan baik dan lengkap; • Kemampuan komunikasi dalam presentase hasil kerja baik;	4

Kriteria	Skor
• Menunjukkan kreatifitas yang cukup dalam pemecahan masalah; • Kejelasan atau keterangan jawaban cukup lengkap; • Kebenaran jawaban masalah cukup tepat; • Kerjasama kelompok cukup baik; • Interpretasi jawaban masalah/gambar cukup akurat; • Penggunaan strategi benar dan tepat; • Kerapian cukup baik; • Laporan disusun dengan cukup baik dan kurang lengkap; • Kemampuan komunikasi dalam presentase hasil kerja baik;	3
• Menunjukkan kreatifitas yang rendah dalam pemecahan masalah; • Kejelasan atau keterangan jawaban cukup lengkap; • Kebenaran jawaban masalah cukup tepat; • Kerjasama kelompok cukup baik; • Interpretasi jawaban masalah/gambar kurang akurat; • Penggunaan strategi benar dan tepat; • Kerapian kurang baik;	2
• Menunjukkan kreatifitas yang rendah dalam pemecahan masalah; • Kejelasan atau keterangan jawaban tidak lengkap; • Kebenaran jawaban masalah tidak tepat, kerjasama kelompok kurang baik, • Interpretasi jawaban masalah/gambar tidak akurat; • Penggunaan strategi benar dan tepat; • Kerapian tidak baik; • Tidak ada laporan hasil kerja yang dapat disajikan di depan kelas.	1
Tidak melakukan tugas produk	0
Skor maksimal = $7 \times 4 = 28$	

Perolehan Skor Penilaian Projek

No.	Kriteria	Kelompok					
		1	2	3	4	5	6
1.	Kreativitas						
2.	Kejelasan atau keterangan jawaban engkap						
3.	Kebenaran jawaban						
4.	Kerjasama dengan sesama anggota kelompok						
5.	Keakuratan interpretasi jawaban/gambar						
6.	Penggunaan strategi benar dan tepat						
7.	Kerapian						
	Skor Perolehan						

$$\text{Nilai} = \frac{\text{Skor Perolehan}}{\text{Skor Maksimal}} \times 100$$

3. **Penilaian kompetensi sikap**

Penilaian kompetensi sikap dilakukan pada saat berlangsungnya proses belajar mengajar. Instrumen penilaiannya dapat berupa:

a. Lembar observasi

b. Lembar penilaian diri (*self assessment*)

c. Angket untuk penilaian antar siswa (*peer assessment*)

d. Jurnal

Seluruh instrumen yang dibuat, harus dilengkapi dengan pedoman penskoran atau rubrik penilaian. Berikut berbagai contoh instrumen penilaian sikap.

Contoh Penilaian Sikap

KUESIONER
SIKAP SISWA TERHADAP
KOMPONEN DAN KEGIATAN PEMBELAJARAN

Nama Sekolah : .... Kelas/Semester : ....
Mata Pelajaran : .... Hari/tanggal : ....
Materi : .... Nama : ....

A. TUJUAN

Tujuan penggunaan kuesioner ini adalah untuk menjaring data sikap siswa terhadap kegiatan dan komponen pembelajaran dalam pelaksanaan pembelajaran matematika.

B. PETUNJUK

Beri tanda cek (✓) pada kolom yang sesuai menurut pendapatmu.

No.	Aspek	Senang	Tidak Senang
I	Bagaimana sikapmu terhadap komponen berikut?		
	a. Materi pelajaran	....	....
	b. Buku Siswa	....	....
	c. Lembar Kerja Siswa (LKS)	....	....
	d. Suasana belajar di kelas	....	....
	e. Cara guru mengajar	....	....
	Berikan alasan secara singkat atas jawaban yang diberikan!		

		Baru	Tidak Baru
II	Bagaimana pendapatmu terhadap komponen berikut? a. Materi pelajaran b. Buku Siswa c. Lembar Kerja Siswa (LKS) d. Suasana belajar di kelas e. Cara guru mengajar	....	....
	Berikan alasan secara singkat atas jawaban yang diberikan!		
		Bermanfaat	**Tidak Bermanfaat**
III	Apakah siswa berminat mengikuti kegiatan belajar selanjutnya seperti yang telah siswa ikuti sekarang?	....	....
	Berikan alasan secara singkat atas jawaban yang diberikan!		
		Ya	**Tidak**
IV	Bagaimana pendapatmu terhadap aktivitas belajar matematika di kelas dan di luar kelas? a. Apakah ananda merasa terbebani terhadap tugas yang diberikan guru? b. Aktivitas belajar matematika menurut saya adalah menarik.	....	....
	Berikan alasan secara singkat atas jawaban yang diberikan!		

		Bermanfaat	Tidak Bermanfaat
V	Bagaimana menurut pendapatmu, apakah matematika bermanfaat dalam kehidupan?	....	....
Berikan alasan secara singkat atas jawaban yang diberikan!			

Rubrik Penilaian Sikap

Kriteria	Skor
Siswa memberikan respon **senang** dan **baru** terhadap komponen pembelajaran matematika, **berminat, tertarik dan tidak merasa terbebani** terhadap tugas dan aktivitas belajar matematika, tetapi **merasakan kebermanfaatan** belajar matematika.	4
Siswa memberikan respon **senang** dan **baru** terhadap komponen pembelajaran matematika, **berminat, tertarik dan tidak merasa terbebani** terhadap tugas dan aktivitas belajar matematika, tetapi tidak **merasakan kebermanfaatan** belajar matematika.	3
Siswa memberikan respon **senang** dan **baru** terhadap komponen pembelajaran matematika tetapi **tidak berminat, tidak tertarik dan merasa terbebani** terhadap tugas dan aktivitas belajar matematika, serta **tidak merasakan kebermanfaatan** belajar matematika.	2
Siswa memberikan respon **tidak senang** terhadap komponen pembelajaran matematika, **tidak berminat, tidak tertarik dan merasa terbebani** terhadap tugas dan aktivitas belajar matematika, serta **tidak merasakan kebermanfaatan** belajar matematika.	1

Contoh Penilaian Diri

<table>
<tr><th>PENILAIAN DIRI DALAM KELOMPOK
(SELF-ASSESSMENT IN GROUP)</th></tr>
<tr><td>
Nama : ....
Anggota Kelompok : ....
Kegiatan Kelompok : ....

Untuk pertanyaan 1 sampai dengan 5 tulis masing-masing huruf sesuai dengan pendapatmu

• A = Selalu
• B = Jarang
• C = Jarang sekali
• D = Tidak pernah

1. ____Selama diskusi saya memberikan saran kepada kelompok untuk didiskusikan.
2. ____Ketika kami berdiskusi, setiap anggota memberikan masukan untuk didiskusikan.
3. ____Semua anggota kelompok harus melakukan sesuatu dalam kegiatan kelompok.
4. ____Setiap anggota kelompok mengerjakan kegiatannya sendiri dalam kegiatan kelompok.
Selama kegiatan, saya ....
____ Mendengarkan   ____ Mengendalikan kelompok
____ Bertanya   ____ Mengganggu kelompok
____ Merancang gagasan   ____ Tidur
</td></tr>
<tr><td>5. Selama kegiatan kelompok, tugas apa yang siswa lakukan?</td></tr>
</table>

Contoh Penilaian Partisipasi Siswa

LEMBAR PENILAIAN PARTISIPASI

Nama : ____

Kelas : ____

Hari/Tanggal : ____

Siswa telah mengikuti pelajaran Matematika hari ini. Ingatlah kembali bagaimana partisipasi siswa dalam kelas Matematika hari ini.

Jawablah pertanyaan berikut sejujurnya:

- Apakah siswa berpartisipasi dalam diskusi?
- Apakah siswa telah mempersiapkan diri sebelum masuk kelas, atau telah mengerjakan PR, sehingga siswa dapat menjawab pertanyaan di kelas?
- Apakah siswa bertanya ketika siswa tidak paham?
- Jika ada teman bertanya (kepada guru/kepadamu/kepada teman lain), apakah siswa menyimaknya?

Berikan skor atas partisipasi siswa, menurut ketentuan berikut ini.

➢ Jika siswa menjawab "**ya**" pada semua pertanyaan di atas, bagus …, siswa telah melakukan partisipasi yang sempurna. Berikan nilai untuk dirimu **5**.

➢ Jika siswa menjawab "**ya**" pada tiga pertanyaan di atas, berikan nilai untuk dirimu **4**.

➢ Jika siswa menjawab "**ya**" pada dua pertanyaan di atas, berikan nilai untuk dirimu **3**.

➢ Jika siswa hanya menjawab "**ya**" paling banyak pada satu pertanyaan di atas berikan nilai untuk dirimu **2**, dan upayakan untuk meningkatkan partisipasimu dalam pelajaran matematika.

Nilai partisipasi saya hari ini adalah : _____________.

Tanda tangan_________________________.

LEMBAR PARTISIPASI

(Lembar ini diisi setiap jam belajar matematika)

Tulislah dengan jujur, partisipasi anda dalam belajar matematika di kelas hari ini.

Partisipasi yang dimaksud adalah:

- Bertanya kepada teman di dalam kelas.
- Bertanya kepada guru di dalam kelas.
- Menyelesaikan tugas belajar dalam kelompok.
- Mempresentasikan hasil kerja di depan kelas.
- Menawarkan ide/menjawab pertanyaan teman di dalam kelas.
- Menawarkan ide/menjawab pertanyaan guru di dalam kelas.
- Membantu teman dalam belajar.

Pertanyaan utama yang harus dijawab pada tabel berikut adalah:

Partisipasi apa yang siswa lakukan dalam belajar Matematika hari ini?

Hari/Tanggal	Partisipasi apa yang siswa lakukan?

Contoh Pengolahan Laporan Pencapaian Kompetensi Matematika

a. Pengelolan Skor Kompetensi Pengetahuan

Setelah pelaksanaan uji kompetensi pengetahuan matematika melalui tes dan penugasan dengan contoh instrumen dan pedoman penskoran yang telah disajikan di atas maka diperoleh skor. Dari beberapa kali pemberian tes dan penugasan dalam mengukur kompetensi pengetahuan, perlu pengelolaan skor untuk laporan pencapaian kompetensi. Berikut contoh untuk dipedomani guru.

KD	Skor		Skor Akhir	
	Tes	Penugasan	Skala 1-100	Skala 1-4
3.1	84	90	86	3.44
3.2	76	84	79	3.16
3.3	80	70	77	3.08
3.4	84	87	85	3.40
Rata-Rata Skor Akhir				3.22

Cara konvensi ke skala 1-4 adalah

$$\frac{\text{Skor yang diperoleh}}{\text{Skor maksimal}} \times 4 = \text{Skor akhir}$$

b. Pengelolaan Skor ompetensi Keterampilan

Setelah pelaksanaan uji kompetensi keterampilan matematika melalui penilaian unjuk kerja, projek, dan portofolio dengan contoh instrumen dan rubrik yang telah disajikan di atas maka diperoleh skor. Dari beberapa kali pemberian tes dan penugasan dalam mengukur kompetensi pengetahuan, perlu pengelolaan skor untuk laporan pencapaian kompetensi. Berikut contoh untuk dipedomani guru.

KD	Skor			Skor Akhir	
	Tes Praktik	Projek	Portofolio	Skala 1-100	Skala 1-4
4.1	84	90	-	87	3.48
4.2	76	84	-	80	3.20
4.3	65	60	70	65	2.60
Rata-Rata Skor Akhir					3.09

Cara konvensi ke skala 1-4 adalah

$$\frac{\text{Skor yang diperoleh}}{\text{Skor maksimal}} \times 4 = \text{Skor akhir}$$

Petunjuk

1. Penilaian setiap mata pelajaran meliputi kompetensi pengetahuan, kompetensi keterampilan, dan kompetensi sikap.
2. Kompetensi pengetahuan dan kompetensi keterampilan menggunakan skala 1 - 4 (kelipatan 0.33), sedangkan kompetensi sikap menggunakan skala Sangat Baik (SB), Baik (B), Cukup (C), dan Kurang (K), yang dapat dikonversi ke dalam predikat A - D seperti pada tabel di bawah ini.

   Tabel : Konversi Kompetensi Pengetahuan, Keterampilan, dan Sikap

Predikat	Nilai Kompetensi		
	Pengetahuan	Keterampilan	Sikap
A	4	4	SB
A-	3,66	3,66	
B+	3,33	3,33	B
B	3	3	
B-	2,66	2,66	

<table>
<tr><th rowspan="2">Predikat</th><th colspan="3">Nilai Kompetensi</th></tr>
<tr><th>Pengetahuan</th><th>Keterampilan</th><th>Sikap</th></tr>
<tr><td>C+</td><td>2,33</td><td>2,33</td><td rowspan="3">C</td></tr>
<tr><td>C</td><td>2</td><td>2</td></tr>
<tr><td>C-</td><td>1,66</td><td>1,66</td></tr>
<tr><td>D+</td><td>1,33</td><td>1,33</td><td rowspan="2">K</td></tr>
<tr><td>D-</td><td>1</td><td>1</td></tr>
</table>

3. Ketuntasan minimal untuk seluruh kompetensi dasar pada kompetensi pengetahuan dan kompetensi keterampilan yaitu 2.66 (B-).

4. Pencapaian minimal untuk kompetensi sikap adalah B. Untuk kompetensi yang belum tuntas, kompetensi tersebut dituntaskan melalui pembelajaran remedial sebelum melanjutkan pada kompetensi berikutnya. Untuk mata pelajaran yang belum tuntas pada semester berjalan, dituntaskan melaluipembelajaran remedial sebelum memasuki semester berikutnya.

Bab I Perpangkatan dan Bentuk Akar

A. Pengantar

Bab I ini berisi materi **Perpangkatan dan Bentuk Akar**. Pada bab ini terdiri atas 5 bagian yaitu **Bilangan Berpangkat**; **Perkalian pada Perpangkatan**; **Pembagian pada Perpangkatan**; **Pangkat Nol**; **Pangkat Negatif dan Bentuk Akar**; serta **Notasi Ilmiah**. Pada bagian **Bilangan Berpangkat** siswa mempelajari cara menuliskan perkalian bilangan dalam bentuk perpangkatan, menentukan hasil perpangkatan suatu bilangan, serta menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan penerapan konsep bilangan berpangkat. Pada bagian **Perkalian pada Perpangkatan** siswa mempelajari cara mengidentifikasi sifat perkalian pada perpangkatan, menentukan hasil kali dari perpangkatan dengan basis yang sama, mengidentifikasi sifat pemangkatan pada perpangkatan, menentukan hasil pemangkatan dari perpangkatan dengan basis yang sama, mengidentifikasi sifat perpangkatan dari perkalian bilangan, menentukan hasil perpangkatan dari suatu perkalian bilangan, serta menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan penerapan konsep perkalian pada perpangkatan. Pada bagian **Pembagian pada Perpangkatan** siswa mempelajari cara mengidentifikasi sifat pembagian pada perpangkatan, menentukan hasil pembagian dari perpangkatan, serta menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan penerapan konsep pembagian pada perpangkatan. Pada bagian **Pangkat Nol**, **Pangkat Negatif, dan Bentuk Akar** siswa mempelajari cara mengidentifikasi sifat pangkat nol dan pangkat negatif, menentukan hasil pangkat nol dan pangkat negatif, menentukan akar pangkat n dari suatu bilangan, mengubah bentuk akar ke dalam perpangkatan, menyederhanakan bentuk akar, melakukan operasi aljabar yang melibatkan bentuk akar, serta menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan penerapan konsep bentuk akar. Sedangkan pada bagian **Notasi Ilmiah** siswa mempelajari cara menulis notasi ilmiah menjadi bentuk biasa, serta menulis notasi ilmiah dari suatu bilangan.

B. Kompetensi Inti (KI) dan Kompetensi Dasar (KD)

Berikut ini adalah Kompetensi Inti (KI), Kompetensi Dasar (KD) dan Indikator Pencapaian Kompetensi Dasar Bab I tentang Perpangkatan dan Bentuk Akar. KI dan KD diambil dari revisi KI dan KD pada tanggal 21 Oktober 2015 sedangkan indikator yang tercantum pada buku ini dapat dikembangkan lagi oleh guru.

Tabel 1.1 Kompetensi Inti (KI), Kompetensi Dasar (KD) dan Indikator Pencapaian Kompetensi Bab I tentang Perpangkatan dan Bentuk Akar

Kompetensi Inti	1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya. 2. Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (toleran, gotong royong), santun, dan percaya diri dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya. 3. Memahami dan menerapkan pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata. 4. Mengolah, menyaji, dan menalar dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.
Kompetensi Dasar	3.1 Menjelaskan dan melakukan operasi bilangan berpangkat bilangan rasional dan bentuk akar, serta sifat-sifatnya.

Kompetensi Dasar	4.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat-sifat operasi bilangan berpangkat bulat dan bentuk akar.
Indikator Pencapaian Kompetensi Dasar 3.1	
3.1.1 Menuliskan perkalian bilangan dalam bentuk perpangkatan. 3.1.2 Menentukan hasil perpangkatan suatu bilangan. 3.1.3 Mengidentifikasi sifat perkalian pada perpangkatan. 3.1.4 Menentukan hasil kali dari perpangkatan dengan basis yang sama. 3.1.5 Mengidentifikasi sifat pemangkatan pada perpangkatan. 3.1.6 Menentukan hasil pemangkatan dari perpangkatan dengan basis yang sama. 3.1.7 Mengidentifikasi sifat perpangkatan dari perkalian bilangan. 3.1.8 Menentukan hasil perpangkatan dari suatu perkalian bilangan. 3.1.9 Mengidentifikasi sifat pembagian pada perpangkatan. 3.1.10 Menentukan hasil pembagian dari perpangkatan. 3.1.11 Mengidentifikasi sifat pangkat nol dan pangkat negatif. 3.1.12 Menentukan hasil pangkat nol dan pangkat negatif. 3.1.13 Menyatakan hubungan antara bentuk akar dan perpangkatan. 3.1.14 Menentukan akar pangkat n dari suatu bilangan. 3.1.15 Menyederhanakan bentuk akar. 3.1.16 Melakukan operasi bilangan real yang melibatkan bentuk akar. 3.1.17 Menulis notasi ilmiah menjadi bentuk biasa. 3.1.18 Menulis notasi ilmiah dari suatu bilangan.	
Indikator Pencapaian Kompetensi Dasar 4.1	
4.1.1 Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan penerapan konsep bilangan berpangkat. 4.1.2 Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan penerapan konsep perkalian pada perpangkatan.	

Indikator Pencapaian Kompetensi Dasar 4.1	
4.1.3	Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan penerapan konsep pembagian pada perpangkatan.
4.1.4	Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan penerapan konsep bentuk akar.

C. Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari materi pada Bab I ini, siswa diharapkan dapat:

3.1.1 Menuliskan perkalian bilangan dalam bentuk perpangkatan.
3.1.2 Menentukan hasil perpangkatan suatu bilangan.
4.1.1 Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan penerapan konsep bilangan berpangkat.
3.1.3 Mengidentifikasi sifat perkalian pada perpangkatan.
3.1.4 Menentukan hasil kali dari perpangkatan dengan basis yang sama.
3.1.5 Mengidentifikasi sifat pemangkatan pada perpangkatan.
3.1.6 Menentukan hasil pemangkatan dari perpangkatan dengan basis yang sama.
3.1.7 Mengidentifikasi sifat perpangkatan dari perkalian bilangan.
3.1.8 Menentukan hasil perpangkatan dari suatu perkalian bilangan.
4.1.2 Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan penerapan konsep perkalian pada perpangkatan.
3.1.9 Mengidentifikasi sifat pembagian pada perpangkatan.
3.1.10 Menentukan hasil pembagian dari perpangkatan.
4.1.3 Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan penerapan konsep pembagian pada perpangkatan.
3.1.11 Mengidentifikasi sifat pangkat nol dan pangkat negatif.
3.1.12 Menentukan hasil pangkat nol dan pangkat negatif.
3.1.13 Menentukan akar pangkat n dari suatu bilangan.
3.1.14 Mengubah bentuk akar ke dalam perpangkatan.
3.1.15 Menyederhanakan bentuk akar.
3.1.16 Melakukan operasi aljabar yang melibatkan bentuk akar.
4.1.4 Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan penerapan konsep bentuk akar.

3.1.17 Menulis notasi ilmiah menjadi bentuk biasa.

3.1.18 Menulis notasi ilmiah dari suatu bilangan.

D. Materi Pembelajaran dan Alokasi Waktu

Pembelajaran dan penilaian Bab I tentang Perpangkatan dan Bentuk Akar memerlukan waktu 16 jam pelajaran atau 7 kali tatap muka (TM) (dengan asumsi 5 JP/ minggu diorganisasikan menjadi dua kali TM, yakni 3 JP dan 2 JP). Pengorganisasian 7 TM tersebut adalah sebagai berikut.

Tabel 1.2. Materi Pembelajaran dan Alokasi Waktu

Pertemuan ke	Materi	Jam Pelajaran (JP)
1.	Bilangan Berpangkat - Memahami konsep bilangan berpangkat - Menggunakan notasi pangkat - Latihan soal bab bilangan berpangkat	2 × 40 menit
2.	Perkalian pada Perpangkatan - Mengalikan dua perpangkatan dengan basis yang sama - Memangkatkan suatu perpangkatan - Memangkatkan suatu perkalian bilangan - Latihan soal bab perkalian pada perpangkatan	3 × 40 menit
3.	Pembagian pada Perpangkatan - Pembagian pada perpangkatan - Membandingkan volume - Perpangkatan pada pecahan - Latihan soal bab pembagian pada perpangkatan	2 × 40 menit

Pertemuan ke	Materi	Jam Pelajaran (JP)
4.	Pangkat Nol, Pangkat Negatif dan Bentuk Akar - Bilangan real tak nol pangkat nol - Bilangan real tak nol pangkat bulat negatif - Bentuk akar - Latihan soal bab pangkat nol, pangkat negatif dan bentuk akar	3×40 menit
5.	Notasi Ilmiah - Menggunakan kalkulator dalam penulisan notasi ilmiah - Penulisan notasi ilmiah - Latihan soal bab notasi ilmiah	2×40 menit
6.	Latihan Uji Kompetensi	3×40 menit
7.	Tes Tulis dan Pembahasan	2×40 menit

E. Materi Esensial

Materi Esensi 1.1 Bilangan Berpangkat

Perpangkatan adalah perkalian berulang dari suatu bilangan yang sama. Bentuk umum dari perpangkatan adalah

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{\text{sebanyak } n}, \qquad \text{dengan } n \text{ bilangan bulat positif}$$

Contoh, perpangkatan 3 seperti di bawah ini:

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$$

3^5 adalah perpangkatan 3.

3 disebut sebagai bilangan pokok (*basis*) sedangkan 5 sebagai pangkat (*eksponen*).

Materi Esensi 1.2 Perkalian pada Perpangkatan

Hasil kali dari perpangkatan dengan basis yang sama

Sifat perkalian dalam perpangkatan: $a^m \times a^n = a^{m+n}$

Contoh: $3^2 \times 3^3 = 3^{2+3} = 3^5$

Hasil pemangkatan dari perpangkatan dengan basis yang sama

Sifat pemangkatan pada perpangkatan: $(a^m)^n = a^{m \cdot n} = a^{mn}$

Contoh: $(3^2)^3 = 3^{2 \cdot 3} = 3^6$

Hasil perpangkatan dari suatu perkalian bilangan

Sifat perpangkatan dari perkalian bilangan: $(a \cdot b)^m = a^m b^m$

Contoh: $(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3$

Materi Esensi 1.3 Pembagian pada Perpangkatan

Hasil bagi dari perpangkatan dengan basis yang sama

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Contoh: $\frac{3^6}{3^4} = 3^{6-4} = 3^2$

Perpangkatan pada pecahan

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Contoh: $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3}$

Materi Esensi 1.4 Pangkat Nol, Pangkat Negatif, dan Bentuk Akar

PANGKAT NOL

Untuk setiap a bilangan real tak nol, a^0 bernilai 1

Secara aljabar dapat ditulis kembali sebagai berikut:

$$a^0 = 1 \text{ untuk } a \text{ bilangan real dan } a \neq 0$$

PANGKAT NEGATIF

Untuk setiap a bilangan real tak nol dan n bilangan bulat, berlaku:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{untuk } a \neq 0,\ a \text{ bilangan real dan } n \text{ bilangan bulat}$$

BENTUK AKAR

$\sqrt{a}$ dibaca "akar kuadrat dari a"

Jika a tidak negatif, $\sqrt{a}$ adalah bilangan tidak negatif di mana $(\sqrt{a})^2 = a$

$\sqrt[n]{a}$ dibaca "akar pangkat n dari a"

1. Jika a tidak negatif, maka $\sqrt[n]{a} = b$ jika hanya jika $b^n = a$ dan b tidak negatif.
2. Jika a negatif dan n ganjil, maka $\sqrt[n]{a} = b$ jika hanya jika $b^n = a$.

Menyederhanakan perkalian bentuk akar:

Jika a dan b bilangan positif, maka berlaku

1. $b\sqrt{a} + c\sqrt{a} = (b+c)\sqrt{a}$
2. $b\sqrt{a} - c\sqrt{a} = (b-c)\sqrt{a}$
3. $\sqrt{ab} = \sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

Jika a dan b bilangan positif, dan $b \neq 0$, maka berlaku $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Materi Esensi 1.5 Notasi Ilmiah

Notasi ilmiah (bentuk baku) dari suatu bilangan positif dituliskan dalam bentuk

$a \times 10^n$ dengan ... $1 < a < 10$ ... dan n adalah bilangan bulat.

Misalkan notasi ilmiah untuk 2.300 adalah

nilai a lebih dari 1 dan kurang dari 10 → $2,3 \times 10^3$ ← nilai n bilangan bulat

Catatan:

Bilangan lebih atau sama dengan 10

Gunakan pangkat positif ketika kamu memindahkan titik desimal ke kiri.

Contoh:

$8.500.000 = 8{,}5 \times 1.000.000 = 8{,}5 \times 10^6$

$144.000.000 = 1{,}44 \times 100.000.000 = 1{,}44 \times 10^8$

Bilangan antara 0 dan 1

Gunakan pangkat negatif ketika kamu memindahkan titik desimal ke kanan.

Contoh:

$0{,}0000085 = 8{,}5 : 1.000.000 = 8{,}5 \times 10^{-6}$

$0{,}0000000144 = 1{,}44 : 100.000.000 = 1{,}44 \times 10^{-8}$

F. Kegiatan Pembelajaran

Guru dapat menerapkan pembelajaran *Inquiry*, *Discovery Learning*, atau pun *Problem Based Learning* (PBL) dan pembelajaran kooperatif yang prosesnya berbasis pendekatan saintifik dan pendekatan kontekstual pada pembelajaran Bab Perpangkatan dan Bentuk Akar ini. Dalam pembelajaran guru sangat diharapkan selalu menginternalisasi nilai-nilai spiritual dan nilai-nilai moral dan sikap yang positif. Misalkan, ketika menjumpai Kegiatan, Contoh Soal, Gambar dan Latihan Soal dan lain-lain dalam Buku Siswa Matematika yang bisa diarahkan untuk menginternalisasi nilai-nilai tersebut, diharapkan guru mampu mengimprovisasi pembelajaran sehingga lebih bermakna, Misalnya dengan diarahkan pada kesadaran kebesaran Tuhan dan nilai-nilai moral dan sikap yang baik.

Materi Bagian I. Bilangan Berpangkat (1 TM)

Pertemuan 1 (2 JP)

Pendahuluan

1. Guru mengucapkan salam, dan berdoa dipimpin oleh guru/ketua kelas (*nilai-nilai religius*).
2. Guru mengecek kehadiran siswa. Bila ada siswa yang sakit didoakan supaya lekas sembuh, dan mengajak siswa bersama mensyukuri nikmat Tuhan berupa kesehatan dan lain-lain.
3. Guru menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran.
4. Guru menginformasikan tujuan yang akan dicapai selama pembelajaran yaitu:
   - Menuliskan perkalian bilangan dalam bentuk perpangkatan

- Menentukan hasil perpangkatan suatu bilangan
- Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan penerapan konsep bilangan berpangkat

5. Guru menjelaskan kegiatan pembelajaran yang akan dilaksanakan pada hari ini.
6. Keingintahuans iswa mengenai manfaat mempelajari materi perpangkatan dibangkitkan melalui tanya jawab tentang peristiwa sehari-hari yang berkaitan dengan materi ini, yaitu:

   Tahukah kamu berapakah jarak planet bumi ke matahari? Berapa massa matahari, massa bumi, massa bulan dan lainnya? Kamu telah mempelajarinya dalam pelajaran IPA tentang Tata Surya, bukan? Bagaimana kamu menuliskan jarak tersebut dalam bentuk yang lebih sederhana?

   Dapatkah kamu melihat seekor bakteri dengan mata telanjang? Mengapa kamu tidak dapat melihatnya tanpa bantuan mikroskop? Berapakah ukuran panjang bakteri tersebut? Dapatkah kamu menuliskan dalam bentuk yang lebih sederhana untuk ukuran yang sangat kecil tersebut?

   *Catatan:

   Guru harus mampu menginternalisasi nilai-nilai yang terkandung pada KI-I dan KI-2 selama proses pembelajaran. Misalkan dengan soal-soal atau kegiatan-kegiatan dalam buku siswa yang bisa diarahkan pada kesadaran kebesaran Tuhan, sifat-sifat positif kepada sesama dan lain-lain.
7. Guru menyampaikan bahwa masalah-masalah tersebut dapat diselesaikan dengan konsep perpangkatan yang akan dipelajari pada bab ini.

Inti

Guru mengarahkan siswa untuk melakukan kegiatan, mengisi, serta menjawab pertanyaan yang ada pada bagian di bawah ini. Sebagai petunjuk lihat tulisan yang berwarna biru.

Kegiatan 1

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu mengetahui serta memahami konsep bilangan berpangkat.
2. Pada bagian Ayo Kita Mencoba, pertama-tama, guru membagi siswa ke dalam beberapa kelompok. Satu kelompok terdiri dari 5 orang. Tiap orang diminta untuk menyediakan selembar kertas serta sebuah gunting kertas. Selanjutnya

siswa pada masing-masing kelompok diminta untuk mengikuti langah-langkah kegiatan yang ada.

3. Setelah siswa selesai melakukan kegiatan, guru meminta siswa untuk menuliskan hasil percobaan pada tabel.

Kegiatan 1 **Memahami Konsep Bilangan Berpangkat**

Lakukan kegiatan ini dengan langkah-langkah sebagai berikut.

1. Buatlah kelompok yang terdiri atas 5 orang.
2. Sediakan selembar kertas serta sebuah gunting kertas.
3. Lipatlah kertas itu menjadi dua bagian sama besar, yaitu pada sumbu simetri lipatnya.
4. Guntinglah kertas pada sumbu simetri lipatnya.
5. Tumpuklah hasil guntingan kertas sehingga tepat menutupi satu dengan yang lain.

Sumber: Dokumen Kemdikbud
Gambar 1.1 Kertas dan gunting

6. Berikan kertas tersebut kepada temanmu berikutnya, lalu lakukan Langkah 3 sampai 5 secara berulang sampai seluruh temanmu dalam kelompokmu mendapat giliran.
7. Banyak kertas hasil guntingan pada tiap-tiap pengguntingan selanjutnya disebut dengan banyak kertas. Tuliskan banyak kertas pada tabel berikut:

Alternatif Penyelesaian:

Pengguntingan ke-	Banyak Kertas
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32

Dari Kegiatan 1, diperoleh bahwa banyak kertas hasil pengguntingan ke-2 adalah 2 kali lipat dari banyak kertas hasil pengguntingan ke-1. Banyak kertas hasil

pengguntingan ke-3 adalah 2 kali lipat dari banyak kertas hasil pengguntingan ke-2, dan seterusnya. Jika kamu melakukan pengguntingan kertas sebanyak n kali maka banyak kertas hasil pengguntingan ke-n adalah

$$\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \ldots \times 2}_{2 \text{ sebanyak } n}$$

Perkalian berulang dari bilangan 2 sebanyak n seperti di atas dapat juga ditulis dengan 2^n dan dapat juga disebut dengan perpangkatan 2. Secara umum, perkalian berulang dari suatu bilangan a dapat disebut dengan **perpangkatan *a***.

Contoh,

$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$ dapat disebut dengan **perpangkatan 3**.

$(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^4$ dapat disebut dengan **perpangkatan –2**.

4. Pada bagian Ayo Kita Mencoba, guru meminta siswa untuk melakukan kegiatan yang sama seperti Kegiatan 1, namun kertas dilipat menjadi 4 bagian. Selanjutnya siswa diminta untuk menuliskan jawaban seperti pada tabel di Kegiatan 1. Setelah itu siswa diminta untuk menjawab pertanyaan yang ada.

Lakukan kembali Kegiatan 1, tetapi kertas dilipat menjadi 4 bagian yang sama besar berdasarkan sumbu simetri lipatnya (vertikal dan horizontal). Kemudian tuliskan jawabanmu seperti tabel di atas. Apakah banyak kertas hasil guntingan pada tiap-tiap pengguntingan jumlahnya sama dengan yang telah kamu lakukan sebelumnya? Mengapa hal tersebut bisa terjadi? Jelaskan secara singkat.

Alternatif Penyelesaian:

Pengguntingan ke-	Banyak Kertas
1	4
2	16
3	64
4	256
5	1.024

Tidak. Karena dengan semakin banyaknya lipatan, maka potongan kertas yang terbentuk akan semakin banyak.

5. Pada bagian Ayo Kita Berbagi, guru meminta siswa untuk mendiskusikan hasil yang diperoleh pada bagian Ayo Kita Mencoba bersama teman kelompoknya. Perwakilan dari siswa diminta untuk menyampaikan jawabannya di depan kelas.

Paparkan/presentasikan percobaan di atas di depan teman sekelasmu.

Kegiatan 2

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan menuliskan perkalian bilangan dalam bentuk perpangkatan serta menentukan hasil perpangkatan suatu bilangan.
2. Pada bagian Ayo Kita Amati, guru meminta siswa untuk mengamati tabel yang berisi contoh penulisan perpangkatan dari 5 dan bentuk perkaliannya, serta nilai dari perpangkatan tersebut.

Kegiatan 2 Menggunakan Notasi Pangkat

Setelah memahami konsep perpangkatan pada Kegiatan 1, selanjutnya pada kegiatan ini kamu akan menyatakan perpangkatan dalam bentuk perkalian berulang.

Amatilah tabel berikut ini.

Perpangkatan	Bentuk Perkalian	Nilai
5^2	5×5	25
5^3	$5 \times 5 \times 5$	125
5^4	$5 \times 5 \times 5 \times 5$	625

5^3 merupakan perpangkatan dari 5. Bilangan 5 merupakan *basis* atau bilangan pokok sedangkan 3 merupakan *eksponen* atau pangkat.

3. Pada bagian Ayo Kita Menanya, guru meminta siswa untuk membuat pertanyaan berdasarkan Kegiatan 2 yang telah dilakukan. Siswa diminta menuliskan pertanyaan tersebut pada buku tulis masing-masing. Contoh pertanyaan yang dapat diajukan adalah: Apa yang dimaksud dengan basis dan eksponen? Bagaimana hubungan antara basis dan eksponen?

Buatlah pertanyaan yang berhubungan dengan kata "basis" dan "eksponen".

4. Pada bagian Ayo Kita Mencoba, guru meminta siswa untuk melengkapi tabel yang ada.

Setelah mengamati tabel di atas, lengkapilah tabel di bawah ini.

Alternatif Penyelesaian:

Perpangkatan	Bentuk Perkalian	Nilai
2^4	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	16
3^3	$3 \times 3 \times 3$	27
4^5	$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$	1.024
5^4	$5 \times 5 \times 5 \times 5$	625
10^7	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$	10.000.000

Berdasarkan tabel di atas, tuliskan kembali 8^n dengan n bilangan bulat positif dalam bentuk perkalian.

Alternatif Penyelesaian:

$$8^n = \underbrace{8 \times 8 \times 8 \times \ldots \times 8}_{\text{sebanyak } n}, \quad \text{dengan } n \text{ bilangan bulat positif}$$

5. Pada bagian Ayo Kita Simpulkan, guru meminta siswa untuk menyimpulkan berkaitan dengan Kegiatan 2 yang telah dilakukan dengan cara melengkapi kalimat yang telah disediakan.

Setelah melakukan Kegiatan 2, apa yang dapat kamu simpulkan berkaitan dengan perpangkatan?

Alternatif Penyelesaian:

Perpangkatan adalah perkalian berulang dari suatu bilangan yang sama. Bilangan pokok dalam suatu perpangkatan disebut basis. Banyaknya bilangan pokok yang dikalikan secara berulang disebut eksponen (pangkat).

Sehingga bentuk umum dari perpangkatan adalah

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{\text{sebanyak } n}, \quad \text{dengan } n \text{ bilangan bulat positif}$$

a disebut dengan basis, n disebut eksponen (pangkat)

Penutup

1. Siswa membuat membuat kesimpulan mengenai materi yang telah dipelajari hari ini, guru sebagai fasilitator.
2. Setiap kelompok diberikan perolehan penghargaan berkaitan dengan aktivitas kelompok.
3. Guru memberi PR Latihan 1.1 (buku siswa halaman 10).
4. Guru menginformasikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan berikutnya.

5. Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya dan mengemukakan pendapatnya.
6. Guru memberikan pendampingan kepada siswa yang masih kurang mampu.
7. Guru menugaskan siswa untuk mempelajari materi berikutnya.

Materi Bagian II. Perkalian pada Perpangkatan (1 TM)
Pertemuan 2 (3 JP)
Pendahuluan

1. Guru mengucapkan salam, dan berdoa dipimpin oleh guru/ketua kelas (nilai-nilai religius).
2. Guru mengecek kehadiran siswa. Bila ada siswa yang sakit didoakan supaya lekas sembuh, dan mengajak siswa bersama mensyukuri nikmat Tuhan berupa kesehatan dan lain-lain.
3. Guru menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran.
4. Siswa diberi kesempatan untuk bertanya tentang kesulitan-kesulitan yang dialami ketika mengerjakan PR pada pertemuan sebelumnya.
5. Guru menginformasikan tujuan yang akan dicapai selama pembelajaran yaitu:
    - Mengidentifikasi sifat perkalian pada perpangkatan.
    - Menentukan hasil kali dari perpangkatan dengan basis yang sama.
    - Mengidentifikasi sifat pemangkatan pada perpangkatan.
    - Menentukan hasil pemangkatan dari perpangkatan dengan basis yang sama.
    - Mengidentifikasi sifat perpangkatan dari perkalian bilangan.
    - Menentukan hasil perpangkatan dari suatu perkalian bilangan.
    - Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan penerapan konsep perkalian pada perpangkatan.
6. Melalui tanya jawab, siswa diminta menghubungkan pengetahuan yang akan dipelajarai dengan pengetahuan sebelumnya.

Pertanyaan guru:

"Pertemuan sebelumnya kalian telah mempelajari tentang perpangkatan bilangan, sekarang jawablah pertanyaan berikut."

a. Apa yang dimaksud dengan 3^4?

b. $(-3)^2 = ...$

c. $-3^2 = ...$

d. $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = ...$

7. Guru meminta siswa membuat dugaan tentang "Bagaimana hasil perkalian dua perpangkatan dengan basis yang sama?"

   Pertanyaan ini dapat dijawab setelah siswa mempelajari materi perkalian pada perpangkatan.

8. Guru menjelaskan kegiatan pembelajaran yang akan dilaksanakan pada hari ini.

9. Siswa diorganisasikan ke dalam kelompok-kelompok kecil yang terdiri atas 3-4 orang siswa dengan kemampuan yang heterogen.

Inti

Guru mengarahkan siswa untuk melakukan kegiatan, mengisi, serta menjawab pertanyaan yang ada pada bagian kegiatan di bawah ini. Sebagai petunjuk lihat tulisan yang berwarna biru.

Kegiatan 1

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu mengidentifikasi sifat perkalian pada perpangkatan serta menentukan hasil kali dari perpangkatan dengan basis yang sama

2. Pada bagian Ayo Kita Amati, guru meminta siswa untuk mengamati tabel yang berisi contoh operasi perkalian pada perpangkatan, bentuk penulisan operasi perkaliannya, serta bentuk penulisan perpangkatannya.

Kegiatan 1 **Mengalikan Dua Perpangkatan dengan Basis yang Sama**

Amatilah tabel di bawah ini.

Operasi Perkalian pada Perpangkatan	Operasi Perkalian	Perpangkatan
$3^2 \times 3^3$	$(3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3)$	3^5
$(-3)^2 \times (-3)^3$	$(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$	$(-3)^5$
$y^5 \times y^2$	$(y \times y \times y \times y \times y) \times (y \times y)$	y^7

3. Setelah siswa selesai melakukan pengamatan pada kegiatan Ayo Kita Amati, selanjutnya guru meminta siswa untuk melakukan kegiatan Ayo Kita Mencoba dengan cara melengkapi tabel yang ada.

Setelah kamu mengamati tabel di atas, lengkapilah tabel di bawah ini.

Alternatif Penyelesaian:

Operasi Perkalian pada Perpangkatan	Operasi Perkalian	Perpangkatan
$6^3 \times 6^2$	$(6 \times 6 \times 6) \times (6 \times 6)$	6^5
$4{,}2^2 \times 4{,}2^3$	$(4{,}2 \times 4{,}2) \times (4{,}2 \times 4{,}2 \times 4{,}2)$	$(4{,}2)^5$
$7^4 \times 7^2$	$(7 \times 7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7)$	7^6
$\left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^5$	$\left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}\right)$	$\left(\frac{1}{3}\right)^7$

Operasi Perkalian pada Perpangkatan	Operasi Perkalian	Perpangkatan
$\left(-\frac{1}{3}\right)^3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^4$	$\left((-\frac{1}{3})\times(-\frac{1}{3})\times(-\frac{1}{3})\right)\times$ $\left((-\frac{1}{3})\times(-\frac{1}{3})\times(-\frac{1}{3})\times(-\frac{1}{3})\right)$	$(-\frac{1}{3})^7$
$5^3 \times 3^3$	$= (5 \times 5 \times 5) \times (3 \times 3 \times 3)$ $= (5 \times 3) \times (5 \times 3) \times (5 \times 3)$	15^3

Setelah melengkapi tabel di atas, informasi apakah yang kamu dapatkan mengenai operasi perkalian pada perpangkatan?

4. Pada bagian Ayo Kita Menalar, guru meminta siswa untuk menjawab pertanyaan yang ada

Sederhanakan operasi perkalian pada perpangkatan dengan basis a di bawah ini.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

Apakah aturan yang kamu dapatkan berlaku untuk operasi perkalian pada perpangkatan dengan basis yang berbeda? Sebagai contoh pada $5^4 \times 2^3$, apakah dapat diterapkan aturan di atas? Jelaskan jawabanmu.

Alternatif Penyelesaian:

Tidak dapat karena basisnya berbeda.

5. Pada bagian Ayo Kita Simpulkan, guru meminta siswa untuk membuat kesimpulan dengan cara menjawab pertanyaan yang ada.

Bagaimana cara menentukan hasil operasi perkalian pada perpangkatan dengan basis yang sama?

Alternatif Penyelesaian:

Hasil operasi perkalian pada perpangkatan dengan basis yang sama akan memiliki basis yang tetap, sedangkan pangkat/eksponennya merupakan hasil penjumlahan dari seluruh pangkat/eksponen dari tiap-tiap perpangkatan yang dikalikan.

Kegiatan 2

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu mengidentifikasi sifat pemangkatan pada perpangkatan dan menentukan hasil pemangkatan dari perpangkatan dengan basis yang sama.
2. Pada bagian Ayo Kita Amati, guru meminta siswa untuk mengamati tabel yang berisi contoh pemangkatan pada suatu perpangkatan, bentuk perkalian berulangnya, serta bentuk penulisan perpangkatannya. Selanjutnya guru meminta siswa untuk menjawab pertanyaan yang ada.

Kegiatan 2 Memangkatkan Suatu Perpangkatan

Amati tabel berikut ini.

Pemangkatan Suatu Perpangkatan	Bentuk Perkalian Berulang	Perpangkatan
$(4^2)^3$	$4^2 \times 4^2 \times 4^2 = (4 \times 4) \times (4 \times 4) \times (4 \times 4)$ $= 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$	4^6
$(4^3)^2$	$4^3 \times 4^3 = (4 \times 4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4)$ $= 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$	4^6
$(s^4)^2$	$s^4 \times s^4 = (s \times s \times s \times s) \times (s \times s \times s \times s)$ $= s \times s \times s \times s \times s \times s \times s \times s$	s^8
$(s^2)^4$	$s^2 \times s^2 \times s^2 \times s^2 = (s \times s) \times (s \times s) \times (s \times s) \times (s \times s)$ $= s \times s \times s \times s \times s \times s \times s \times s$	s^8

Dari tabel di atas, perhatikan kembali kolom pertama dan ketiga. Apa yang dapat kamu simpulkan?

Alternatif Penyelesaian:

Pangkat/eksponen dari perpangkatan pada tabel kolom ketiga merupakan hasil perkalian dari pangkat/eksponen dari perpangkatan pada tabel kolom pertama.

3. Pada bagian Ayo Kita Menanya, guru meminta siswa untuk membuat pertanyaan berdasarkan Kegiatan 2 yang telah dilakukan. Siswa diminta menuliskan pertanyaan tersebut pada buku tulis masing-masing. Contoh pertanyaan yang dapat diajukan adalah: Bagaimana cara mendapatkan hasil dari pemangkatan pada suatu perpangkatan?

Setelah mengamati tabel di atas, buatlah pertanyaan yang berhubungan dengan "memangkatkan suatu perpangkatan".

4. Setelah siswa selesai melakukan pengamatan pada kegiatan Ayo Kita Amati, selanjutnya guru meminta siswa untuk melakukan kegiatan Ayo Kita Mencoba dengan cara melengkapi tabel yang ada.

Setelah mengamati tabel di atas, salin dan lengkapilah tabel di bawah ini.

Alternatif Penyelesaian:

Pemangkatan Suatu Perpangkatan	Bentuk Perkalian Berulang	Perpangkatan
$(7^4)^3$	$7^4 \times 7^4 \times 7^4$ $= (7 \times 7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7 \times 7)$ $= 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times$	7^{12}

Pemangkatkan Suatu Perpangkatan	Bentuk Perkalian Berulang	Perpangkatan
$(7^3)^4$	$7^3 \times 7^3 \times 7^3 \times 7^3$ $= (7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7)$ $= 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$	7^{12}
$(t^4)^3$	$t^4 \times t^4 \times t^4$ $= (t \times t \times t \times t) \times (t \times t \times t \times t) \times (t \times t \times t \times t)$ $= t \times t \times t \times t \times t \times t \times t \times t \times t \times t \times t \times t$	t^{12}
$(t^3)^4$	$t^3 \times t^3 \times t^3 \times t^3$ $= (t \times t \times t) \times (t \times t \times t) \times (t \times t \times t) \times (t \times t \times t)$ $= t \times t \times t \times t \times t \times t \times t \times t \times t \times t \times t \times t$	t^{12}

Secara umum bentuk $(a^m)^n$ dapat diubah menjadi

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

5. Pada bagian Ayo Kita Simpulkan, guru meminta siswa untuk membuat kesimpulan dengan cara menjawab pertanyaan yang ada.

Bagaimana cara menentukan hasil dari perpangkatan yang dipangkatkan?

Alternatif Penyelesaian:

Hasil dari perpangkatan yang dipangkatan adalah pangkat/eksponennya merupakan hasil perkalian dari pangkat yang dipangkatkan dan basisnya tetap.

Kegiatan 3

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu mengidentifikasi sifat perpangkatan dari perkalian bilangan dan menentukan hasil perpangkatan dari suatu perkalian bilangan.
2. Pada bagian Ayo Kita Amati, guru meminta siswa untuk mengamati tabel yang berisi contoh pemangkatan pada perkalian bilangan, bentuk perkalian berulangnya, serta bentuk penulisan perpangkatannya.

Kegiatan 3 Memangkatkan Suatu Perkalian Bilangan

Ayo Kita Amati

Amatilah tabel di bawah ini.

Pemangkatan Pada Perkalian Bilangan	Bentuk Perkalian Berulang	Perpangkatan
$(2 \times 3)^3$	$(2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3)$ $= 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3$ $= (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3)$	$2^3 \times 3^3$
$(2 \times 5)^4$	$(2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5)$ $= 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5$ $= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (5 \times 5 \times 5 \times 5)$	$2^4 \times 5^4$
$(b \times y)^2$	$(b \times y) \times (b \times y)$ $= b \times y \times b \times y$ $= (b \times b) \times (y \times y)$	$b^2 \times y^2$

3. Setelah siswa selesai melakukan pengamatan pada kegiatan Ayo Kita Amati, selanjutnya guru meminta siswa untuk melakukan kegiatan Ayo Kita Mencoba dengan cara melengkapi tabel yang ada.

Lengkapilah tabel di bawah ini.

Alternatif Penyelesaian:

Pemangkatan Pada Perkalian Bilangan	Bentuk Perkalian Berulang	Perpangkatan
$(7 \times 9)^3$	$(7 \times 9) \times (7 \times 9) \times (7 \times 9)$ $= 7 \times 9 \times 7 \times 9 \times 7 \times 9$ $= 7 \times 7 \times 7 \times 9 \times 9 \times 9$	$7^3 \times 9^3$
$(3 \times 7)^5$	$(3 \times 7) \times (3 \times 7) \times (3 \times 7) \times (3 \times 7) \times (3 \times 7)$ $= 3 \times 7 \times 3 \times 7 \times 3 \times 7 \times 3 \times 7 \times 3 \times 7$ $= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$	$3^5 \times 7^5$
$(n \times y)^2$	$(n \times y) \times (n \times y)$ $= n \times y \times n \times y$ $= n \times n \times y \times y$	$n^2 \times y^2$
$(6 \times t)^3$	$(6 \times t) \times (6 \times t) \times (6 \times t)$ $= 6 \times t \times 6 \times t \times 6 \times t$ $= 6 \times 6 \times 6 \times t \times t \times t$	$6^3 \times t^3$
$(2 \times 7)^4$	$(2 \times 7) \times (2 \times 7) \times (2 \times 7) \times (2 \times 7)$ $= 2 \times 7 \times 2 \times 7 \times 2 \times 7 \times 2 \times 7$ $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$	$2^4 \times 7^4$

Secara umum bentuk $(a \times b)^m$ dapat diubah menjadi

$$(a \times b)^m = a^m \times b^m$$

4. Pada bagian Ayo Kita Simpulkan, guru meminta siswa untuk membuat kesimpulan dengan cara menjawab pertanyaan yang ada.

Bagaimana cara menentukan hasil perpangkatan pada perkalian bilangan?

Alternatif Penyelesaian:

Hasil dari pemangkatan pada perkalian bilangan adalah perkalian dari perpangkatan dengan pangkat yang sama.

Kegiatan 4

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan penerapan konsep perkalian pada perpangkatan.
2. Pada bagian Ayo Kita Mencoba, pertama-tama, guru membagi siswa ke dalam beberapa kelompok. Satu kelompok terdiri atas 3-4 orang. Tiap kelompok diminta untuk menyediakan 1 lembar kertas karton, penggaris, pensil, dan 70 uang koin. Selanjutnya siswa pada masing-masing kelompok diminta untuk mengikuti langah-langkah kegiatan yang ada.
3. Setelah siswa selesai melakukan kegiatan, guru meminta siswa untuk menjawab pertanyaan yang ada.

Kegiatan 4 Permainan Menuliskan Perpangkatan

Lakukan kegiatan ini secara berkelompok.

1. Siapkan 1 lembar kertas karton, penggaris, pensil, serta uang koin (minimal sebanyak 64 buah).
2. Buatlah tabel seperti gambar berikut ini.

3. Tumpuklah koin pada tiap-tiap kotak dengan ketentuan berikut.

   Banyaknya koin pada kotak dengan baris x dan kolom y adalah $2^x \times 2^y$

   Contoh: pada baris ke-1 dan kolom ke-2 tabel di atas, banyak koin $2^1 \times 2^2 = 2^3 = 8$ koin.

Berdasarkan percobaan di atas, jawablah pertanyaan di bawah ini.

a. Berapa jumlah koin pada baris ke-3 dan kolom ke-2?
b. Pada baris dan kolom berapa terdapat koin sejumlah 32?
c. Pada baris dan kolom berapa terdapat koin paling banyak, dan berapa banyaknya?

Alternatif Penyelesaian:

a. Pada baris ke-3 dan kolom ke-2 banyaknya koin adalah $2^3 \times 2^2 = 2^5 = 32$ koin
b. Pada baris ke-3 dan kolom ke-2 atau pada baris ke-2 dan kolom ke-3
c. Pada baris ke-3 dan kolom ke-3, banyaknya koin adalah $2^3 \times 2^3 = 2^6 = 64$ koin

4. Pada bagian Ayo Kita Menalar, guru meminta siswa untuk menjawab pertanyaan yang ada

Berdasarkan konsep yang diperoleh dari Kegiatan 4, jawablah pertanyaan berikut ini.

1. Jika tabel yang kamu buat berukuran 5 × 5, berapa banyak koin pada baris ke-5 dan kolom ke-3?

2. Berapa tinggi tumpukan koin pada baris ke-5 dan kolom ke-5, jika sebuah koin memiliki tebal 0,2 cm?

Alternatif Penyelesaian:

1. Pada baris ke-5 dan kolom ke-3 banyaknya koin adalah $2^5 \times 2^3 = 2^8 = 256$ koin.
2. Pada baris ke-5 dan kolom ke-5 banyaknya koin adalah $2^5 \times 2^5 = 2^{10} = 1.024$ koin, sehingga tinggi tumpukan adalah 204,8 cm.

Penutup

1. Guru meminta siswa menjawab pertanyaan yang diajukan pada awal pembelajaran, yaitu: Bagaimana hasil perkalian dua perpangkatan dengan basis yang sama?
2. Siswa membuat membuat kesimpulan mengenai materi yang telah dipelajari hari ini, guru sebagai fasilitator.
3. Setiap kelompok diberikan perolehan penghargaan berkaitan dengan aktivitas kelompok.
4. Guru menginformasikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan berikutnya.

Materi Bagian III. Pembagian pada Perpangkatan (1 TM)

Pertemuan 3 (2 JP)

Pendahuluan

1. Guru mengucapkan salam, dan berdoa dipimpin oleh guru/ketua kelas (nilai-nilai religius).
2. Guru mengecek kehadiran siswa. Bila ada siswa yang sakit didoakan supaya lekas sembuh, dan mengajak siswa bersama mensyukuri nikmat Tuhan berupa kesehatan dan lain-lain.
3. Guru menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran.
4. Guru menginformasikan tujuan yang akan dicapai selama pembelajaran yaitu:
   - Mengidentifikasi sifat pembagian pada perpangkatan
   - Menentukan hasil pembagian dari perpangkatan
   - Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan penerapan konsep pembagian pada perpangkatan

5. Melalui tanya jawab, siswa diminta menghubungkan pengetahuan yang akan dipelajarai dengan pengetahuan sebelumnya.

   Pertanyaan guru:

   "Pertemuan sebelumnya kalian telah mempelajari tentang perkalian bilangan berpangkat, sekarang jawablah pertanyaan berikut."

   a. Jelaskan bagaimana menghitung hasil dari $3^4 \times 3^5$?
   b. $(3^2)^5 = ...$
   c. $y^3 \times y^4 = ...$
   d. $m^3 \times 5m^7 = ...$

6. Guru meminta siswa membuat dugaan tentang "Bagaimana hasil pembagian dari dua perpangkatan yang memiliki basis sama?"
7. Pertanyaan ini dapat dijawab setelah siswa mempelajari materi perkalian pada perpangkatan.
8. Guru menjelaskan kegiatan pembelajaran yang akan dilaksanakan pada hari ini.

Inti

Guru mengarahkan siswa untuk melakukan kegiatan, mengisi, serta menjawab pertanyaan yang ada pada bagian di bawah ini. Sebagai petunjuk lihat tulisan yang berwarna biru.

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu mengidentifikasi sifat pembagian pada perpangkatan dan menentukan hasil pembagian dari perpangkatan.
2. Pada bagian Ayo Kita Amati, guru meminta siswa untuk mengamati tabel yang berisi contoh pembagian pada perpangkatan, bentuk perkalian berulangnya, serta bentuk penulisan perpangkatannya.

Kegiatan 1 Pembagian pada Perpangkatan

Ayo Kita Amati

Amatilah tabel di bawah ini.

Pembagian Pada Perpangkatan	Bentuk Perkalian Berulang	Perpangkatan
$\frac{3^9}{3^4}$	$\frac{3\times3\times3\times3\times3\times3\times3\times3\times3}{3\times3\times3\times3}$	3^5
$\frac{(-2)^6}{(-2)^3}$	$\frac{(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)}{(-2)\times(-2)\times(-2)}$	$(-2)^3$
$\frac{6^8}{6^4}$	$\frac{6\times6\times6\times6\times6\times6\times6\times6}{6\times6\times6\times6}$	6^4

3. Pada bagian Ayo Kita Menanya, guru meminta siswa untuk membuat pertanyaan berdasarkan Kegiatan 1 yang telah dilakukan. Siswa diminta menuliskan pertanyaan tersebut pada buku tulis masing-masing. Contoh pertanyaan yang dapat diajukan adalah: Bagaimana cara mendapatkan hasil dari pembagian pada suatu perpangkatan?

Ayo Kita Menanya

Buatlah pertanyaan yang berkaitan dengan “pembagian pada perpangkatan”.

4. Setelah siswa selesai melakukan kegiatan, guru meminta siswa untuk melengkapi tabel yang ada pada bagian Ayo Kita Mencoba.

Setelah kamu mengamati tabel di atas, lengkapilah tabel di bawah ini.

Pembagian pada Perpangkatan	Bentuk Perkalian Berulang	Perpangkatan
$\frac{(4,2)^{10}}{(4,2)^5}$	$\frac{4,2\times4,2\times4,2\times4,2\times4,2\times4,2\times4,2\times4,2\times4,2\times4,2}{4,2\times4,2\times4,2\times4,2\times4,2}$	$(4,2)^5$
$\frac{(-7)^7}{(-7)^5}$	$\frac{(-7)\times(-7)\times(-7)\times(-7)\times(-7)\times(-7)\times(-7)}{(-7)\times(-7)\times(-7)\times(-7)\times(-7)}$	$(-7)^2$
$\frac{2^7}{2^3}$	$\frac{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2}{2\times2\times2}$	2^4
$\frac{(-2,5)^4}{(-2,5)^2}$	$\frac{(-2,5)\times(-2,5)\times(-2,5)\times(-2,5)}{(-2,5)\times(-2,5)}$	$(-2,5)^2$
$\frac{10^9}{10^3}$	$\frac{10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10}{10\times10\times10}$	10^6

Secara umum bentuk $\frac{a^m}{a^n}$ dapat diubah menjadi

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

5. Pada bagian Ayo Kita Simpulkan, guru meminta siswa untuk membuat kesimpulan dengan cara menjawab pertanyaan yang ada.

Bagaimana cara untuk mendapatkan hasil pembagian pada perpangkatan?

Alternatif Penyelesaian:

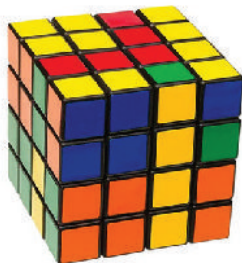
Hasil pembagian pada perpangkatan dengan basis yang sama akan memiliki basis yang tetap, sedangkan pangkat/eksponennya merupakan hasil pengurangan dari pangkat/eksponen pada pembilang dengan pangkat/eksponen pada penyebut.

Kegiatan 2

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan penerapan konsep pembagian pada perpangkatan.
2. Guru meminta siswa untuk melengkapi tabel yang ada pada bagian Ayo Kita Mencoba.

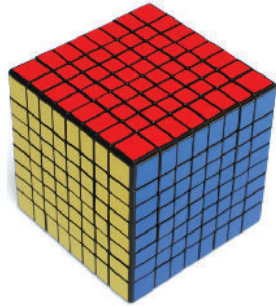
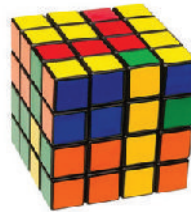
Kegiatan 2 Membandingkan Volume

Pada gambar di bawah ini, diberikan beberapa kubus. Hitunglah volume tiap-tiap kubus dan bandingkan volume kubus besar terhadap volume kubus kecil dengan panjang panjang rusuk s. Catat hasil yang kamu peroleh dalam tabel.

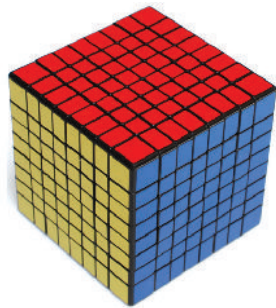
a. Kubus besar dengan $s = 4$ satuan   Kubus kecil dengan $s = 2$ satuan

Sumber: www.toysrus.com
Gambar 1.3 Rubik ukuran $4 \times 4 \times 4$

Sumber: www.bestworldstuff.blogspot.com
Gambar 1.4 Rubik ukuran $2 \times 2 \times 2$

b. Kubus besar dengan s = 8 satuan

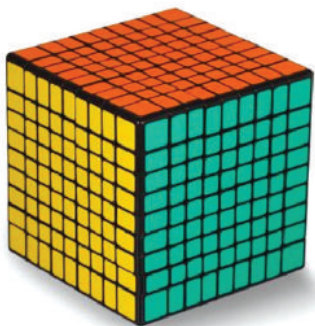
Kubus kecil dengan s = 4 satuan

Sumber: www.cs.brandeis.edu
Gambar 1.5 Rubik ukuran 8 × 8 × 8

Sumber: www.toysrus.com
Gambar 1.6 Rubik ukuran 4 × 4 × 4

c. Kubus besar dengan s = 8 satuan

Kubus kecil dengan s = 2 satuan

Sumber: www.cs.brandeis.edu
Gambar 1.7 Rubik ukuran 8 × 8 × 8

Sumber: www.bestworldstuff.blogspot.com
Gambar 1.8 Rubik ukuran 2 × 2 × 2

d. Kubus besar dengan s = 9 satuan

Kubus kecil dengan s = 3 satuan

Sumber: www.thespeedcube.com
Gambar 1.9 Rubik ukuran 9 × 9 × 9

Sumber: www.pebbryant.blogspot.com
Gambar 1.10 Rubik ukuran 3 × 3 × 3

Alternatif Penyelesaian:

	Volume Kubus Besar	Volume Kubus Kecil	$\frac{\text{Volume Kubus Besar}}{\text{Volume Kubus Kecil}}$
a.	$4^3 = (2^2)^3 = 2^6$	2^3	$\frac{2^6}{2^3} = 2^{6-3} = 2^3$
b.	$8^3 = (2^3)^3 = 2^9$	$4^3 = (2^2)^3 = 2^6$	$\frac{2^9}{2^6} = 2^{9-6} = 2^3$
c.	$8^3 = (2^3)^3 = 2^9$	2^3	$\frac{2^9}{2^3} = 2^{9-3} = 2^6$
d.	$9^3 = (3^2)^3 = 3^6$	3^3	$\frac{3^6}{3^3} = 3^{6-3} = 3^3$

3. Setelah melengkapi tabel pada bagian Ayo Kita Mencoba, maka berikutnya pada bagian Diskusi, siswa diminta untuk mendiskusikan pertanyaan yang ada bersama teman sebangkunya. Hasil pertanyaan dapat dituliskan pada buku tulis masing-masing siswa. Perwakilan dari siswa diminta untuk menyampaikan jawabannya di depan kelas.

1. Bagaimana cara membagi dua perpangkatan dengan basis yang sama?
2. Berikan dua contoh lain yang mendukung jawaban.

Alternatif Penyelesaian:

1. Hasil dari dua perpangkatan dengan basis yang sama memiliki basis yang sama dan nilai pangkatnya merupakan hasil pengurangan antara pangkat pada pembilang dengan pangkat pada penyebut.
2. $\frac{4^8}{4^6} = 4^{8-6} = 4^2 = 16$.

Kegiatan 3

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu mengidentifikasi perpangkatan pada pecahan.

2. Guru meminta siswa untuk mengamati tabel yang ada pada bagian Ayo Kita Amati.

Kegiatan 3 Perpangkatan pada Pecahan

Ayo Kita Amati

Amatilah tabel di bawah ini.

Perpangkatan pada Pecahan	Bentuk Perkalian Berulang	Bentuk Pembagian pada Perpangkatan
$\left(\frac{2}{3}\right)^3$	$\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2\times2\times2}{3\times3\times3}$	$\frac{2^3}{3^3}$
$\left(-\frac{2}{3}\right)^3$	$\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{2\times2\times2}{3\times3\times3}$	$-\frac{2^3}{3^3}$
$\left(-\frac{2}{3}\right)^4$	$\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{2\times2\times2\times2}{3\times3\times3\times3}$	$\frac{2^4}{3^4}$

3. Pada bagian Ayo Kita Mencoba, guru meminta siswa untuk melengkapi tabel yang ada

Setelah kamu mengamati tabel di atas, lengkapilah tabel di bawah ini.

Alternatif Penyelesaian:

Perpangkatan pada Pecahan	Bentuk Perkalian Berulang	Bentuk Pembagian pada Perpangkatan
$\left(\frac{4}{5}\right)^4$	$\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{4\times4\times4\times4}{5\times5\times5\times5}$	$\frac{4^4}{5^4}$

Perpangkatan pada Pecahan	Bentuk Perkalian Berulang	Bentuk Pembagian pada Perpangkatan
$\left(-\frac{4}{5}\right)^4$	$\left(-\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{4}{5}\right)$ $=\frac{(-4)\times(-4)\times(-4)\times(-4)}{5\times5\times5\times5}$	$\frac{(-4)^4}{5^4}=\frac{4^4}{5^4}$
$\left(-\frac{4}{5}\right)^5$	$\left(-\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{4}{5}\right)$ $=\frac{(-4)\times(-4)\times(-4)\times(-4)\times(-4)}{5\times5\times5\times5\times5}$	$\frac{(-4)^5}{5^5}$
$\left(\frac{5}{3}\right)^3$	$\frac{5}{3}\times\frac{5}{3}\times\frac{5}{3}=\frac{5\times5\times5}{3\times3\times3}$	$\frac{5^3}{3^3}$
$\left(-\frac{5}{3}\right)^3$	$\left(-\frac{5}{3}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{(-5)\times(-5)\times(-5)}{3\times3\times3}$	$\frac{(-5)^3}{3^3}$
$\left(-\frac{5}{3}\right)^4$	$\left(-\frac{5}{3}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right)$ $=\frac{(-5)\times(-5)\times(-5)\times(-5)}{3\times3\times3\times3}$	$\frac{(-5)^4}{3^4}=\frac{5^4}{3^4}$

4. Pada bagian Ayo Kita Simpulkan, guru meminta siswa untuk membuat kesimpulan dengan cara menjawab pertanyaan yang ada.

Ayo Kita Simpulkan

Secara umum bentuk $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ dapat diubah menjadi

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$$

Penutup

1. Guru meminta siswa menjawab pertanyaan yang diajukan pada awal pembelajaran, yaitu: Bagaimana hasil pembagian dari dua perpangkatan yang memiliki basis sama?
2. Siswa membuat membuat kesimpulan mengenai materi yang telah dipelajari hari ini, guru sebagai fasilitator.
3. Setiap kelompok diberikan perolehan penghargaan berkaitan dengan aktivitas kelompok.
4. Guru memberikan PR Latihan 1.3 pada buku siswa.
5. Guru menginformasikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan berikutnya.

Materi Bagian IV. Pangkat Nol, Pangkat Negatif, dan Bentuk Akar (1 TM)

Pertemuan 4 (3 JP)

Pendahuluan

1. Guru mengucapkan salam, dan berdoa dipimpin oleh guru/ketua kelas (nilai-nilai religius).
2. Guru mengecek kehadiran siswa. Bila ada siswa yang sakit didoakan supaya lekas sembuh, dan mengajak siswa bersama mensyukuri nikmat Tuhan berupa kesehatan dan lain-lain.
3. Guru menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran.
4. Siswa diberi kesempatan untuk bertanya tentang kesulitan-kesulitan yang dialami ketika mengerjakan PR pada pertemuan sebelumnya.
5. Guru menginformasikan tujuan yang akan dicapai selama pembelajaran yaitu:
   - Mengidentifikasi sifat pangkat nol dan pangkat negatif.
   - Menentukan hasil pangkat nol dan pangkat negatif.
   - Menyatakan hubungan antara bentuk akar dan perpangkatan serta menentukan akar pangkat n dari suatu bilangan.
   - Menyederhanakan bentuk akar.
   - Menyederhanakan bentuk akar dan melakukan operasi bilangan real yang melibatkan bentuk akar.
   - Notasi ilmiah.

6. Melalui tanya jawab, siswa diminta menghubungkan pengetahuan yang akan dipelajari dengan pengetahuan sebelumnya.
7. Guru menjelaskan kegiatan pembelajaran yang akan dilaksanakan pada hari ini.
8. Siswa diorganisasikan ke dalam kelompok-kelompok kecil yang terdiri dari 3-4 orang siswa dengan kemampuan yang heterogen.

Inti

Guru mengarahkan siswa untuk melakukan kegiatan, mengisi, serta menjawab pertanyaan yang ada pada bagian di bawah ini. Sebagai petunjuk lihat tulisan yang berwarna biru.

Kegiatan 1

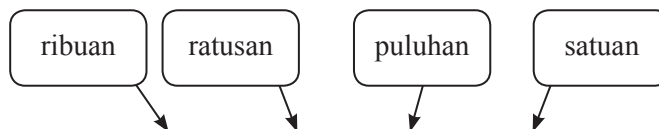
1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu mengidentifikasi nilai dari bilangan real tak nol pangkat nol.
2. Pada bagian Ayo Kita Amati, guru meminta siswa untuk mengamati pola dari 10 berpangkat dari suatu bilangan.

Kegiatan 1 Bilangan Real Tak Nol Pangkat Nol

Perhatikan notasi berikut ini.

$5.749 = 5.000 + 700 + 40 + 9$

$= 5 \times 1.000 + 7 \times 100 + 4 \times 10 + 9 \times 1$

ribuan ratusan puluhan satuan

$$5.749 = 5 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 9 \times 10^0$$

Alternatif Penyelesaian:

- Pola apakah yang kamu dapat dari tiga bilangan berpangkat pertama? Lanjutkan pola untuk mendapatkan pangkat yang terakhir.

Bilangan yang berurutan mulai dari 3, 2 dan 1 sehingga bilangan yang terakhir adalah 0.

- Tuliskan kesimpulan yang dapat kamu peroleh.

  Kesimpulan yang diperoleh $10^0 = 1$.

3. Pada bagian Ayo Kita Mencoba, guru meminta siswa untuk mengisi bagian kosong dari tabel.

Lakukan bersama temanmu dan diskusikan.

Alternatif Penyelesaian:

Salin dan lengkapi tabel di bawah ini

Gunakan Sifat Operasi Pembagian pada Perpangkatan	Hitung Hasil Operasinya	Kesimpulan
$\frac{2^5}{2^5} = 2^{5-5} = 2^0$	$\frac{2^5}{2^5} = \frac{2\times2\times2\times2\times2}{2\times2\times2\times2\times2} = \frac{32}{32} = 1$	$2^0 = 1$
$\frac{4^4}{4^4} = 4^{4-4} = 4^0$	$\frac{4^4}{4^4} = \frac{4\times4\times4\times4}{4\times4\times4\times4} = \frac{256}{256} = 1$	$4^0 = 1$
$\frac{5^3}{5^3} = 5^{3-3} = 5^0$	$\frac{5^3}{5^3} = \frac{5\times5\times5}{5\times5\times5} = \frac{125}{125} = 1$	$5^0 = 1$
$\frac{(-3)^2}{(-3)^2} = (-3)^{2-2} = (-3)^0$	$\frac{(-3)^2}{(-3)^2} = \frac{(-3)\times(-3)}{(-3)\times(-3)} = \frac{9}{9} = 1$	$(-3)^0 = 1$
$\frac{(-2)^3}{(-2)^3} = (-2)^{3-3} = (-2)^0$	$\frac{(-2)^3}{(-2)^3} = \frac{(-2)\times(-2)\times(-2)}{(-2)\times(-2)\times(-2)} = \frac{-8}{-8} = 1$	$(-2)^0 = 1$

4. Pada bagian Ayo Kita Menalar, guru meminta siswa untuk menjawab soal-soal.

Alternatif Penyelesaian:

- Periksalah setiap hasil pada kolom pertama dan kolom kedua. Kesimpulan apa yang dapat kalian peroleh?

$$2^0 = 4^0 = 5^0 = (-3)^0 = (-2)^0 = 1$$

- Gunakan hasil di atas untuk mendefinisikan a^0 untuk a bilangan tak nol.

$$a^0 = 1$$

Lakukan bersama temanmu dan diskusikan.

5. Pada bagian Ayo Kita Mencoba, guru meminta siswa untuk mengisi bagian yang kosong dari tabel.

Salin dan lengkapi tabel di bawah ini.

Suatu Bilangan Dikalikan 1 Sama dengan Bilangan Itu Sendiri	Gunakan Sifat Operasi Perkalian pada Perpangkatan	Kesimpulan
$5^3 \times 1 = 5^3$	$5^3 \times 5^0 = 5^{3+0} = 5^3$	$5^0 = 1$
$1 \times 4^2 = 4^2$	$4^0 \times 4^2 = 4^{0+2} = 4^2$	$4^0 = 1$
$(-2)^3 \times 1 = (-2)^3$	$(-2)^3 \times (-2)^0 = (-2)^{3+0} = (-2)^3$	$(-2)^0 = 1$
$(-3)^2 \times 1 = (-3)^2$	$(-3)^2 \times (-3)^0 = (-3)^{2+0} = (-3)^2$	$(-3)^0 = 1$
$1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$	$\left(\frac{1}{2}\right)^0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{0+2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$	$\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$

6. Pada bagian Ayo Kita Menalar, guru meminta siswa untuk menjawab pertanyaan di bawah ini.

Alternatif Penyelesaian:

- Periksalah setiap hasil pada kolom pertama dan kolom kedua. Kesimpulan apa yang dapat kalian peroleh?

$$4^0 = (-2)^0 = (-3)^0 = \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$$

- Gunakan hasil di atas untuk mendefinisikan a^0 untuk a bilangan real tak nol. $a^0 = 1$

7. Pada bagian Ayo Kita Simpulkan, guru meminta siswa untuk menyimpulkan hasil dari kegiatan ini.

Setelah melakukan Kegiatan 1, tuliskan definisi nilai a^0 untuk a bilangan tak nol.

Alternatif Penyelesaian:

Untuk setiap a bilangan real tak nol, a^0 bernilai 1.

Secara aljabar dapat ditulis kembali sebagai berikut:

$a^0 = 1$ untuk a bilangan real dan $a \neq 0$.

8. Pada bagian Ayo Silakan Bertanya, guru meminta siswa untuk bertanya.

Silakan bertanya kepada guru atau temanmu jika masih belum memahami konsep bilangan pangkat nol.

Kegiatan 2

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu mengidentifikasi nilai dari bilangan real tak nol pangkat bulat negatif.
2. Pada bagian Ayo Kita Amati, guru meminta siswa untuk mengamati tabel.

Kegiatan 2 Bilangan Real Tak Nol Pangkat Bulat Negatif

Ayo Kita Amati

Coba amati pola dan operasi perpangkatan berikut.

Lakukan bersama temanmu dan diskusikan.

Bilangan	Gunakan Sifat Pembagian Perpangkatan	Kesimpulan
$\frac{1}{2} = \frac{1}{2^1}$	$\frac{1}{2} = 1:2 = 2^0 : 2^1 = 2^{0-1} = 2^{-1}$	$\frac{1}{2^1} = 2^{-1}$
$\frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{2^2} = 1:2^2 = 2^0 : 2^2 = 2^{0-2} = 2^{-2}$	$\frac{1}{2^2} = 2^{-2}$
$\frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}$	$\frac{1}{2^3} = 1:2^3 = 2^0 : 2^3 = 2^{0-3} = 2^{-3}$	$\frac{1}{2^3} = 2^{-3}$

3. Pada bagian Ayo Kita Mencoba, guru meminta siswa untuk mengisi bagian yang kosong dari tabel dengan melihat isian dari tabel sebelumnya.

Salin dan lengkapi tabel di bawah ini.

Alternatif Penyelesaian:

Bilangan	Gunakan Sifat Pembagian Perpangkatan	Kesimpulan
$\frac{1}{32} = \frac{1}{2^5}$	$\frac{1}{32} = 1:32 = 2^0 : 2^5 = 2^{0-5} = 2^{-5}$	$\frac{1}{2^5} = 2^{-5}$

Bilangan	Gunakan Sifat Pembagian Perpangkatan	Kesimpulan
$\frac{1}{81} = \frac{1}{3^4}$	$\frac{1}{81} = 1:81 = 3^0 : 3^4 = 3^{0-4} = 3^{-4}$	$\frac{1}{3^4} = 3^{-4}$
$\frac{1}{216} = \frac{1}{6^3}$	$\frac{1}{216} = 1:216 = 6^0 : 6^3 = 6^{0-3} = 6^{-3}$	$\frac{1}{6^3} = 6^{-3}$

4. Pada bagian Ayo Kita Amati, guru meminta siswa untuk mengamati tabel.

Coba amati pola dan operasi perpangkatan berikut.

Lakukan bersama temanmu dan diskusikan.

Bilangan	Gunakan Sifat Perkalian atau Pembagian Perpangkatan	Kesimpulan
1.000	$1.000 = 10^1 \times 10^1 \times 10^1 = 10^{1+1+1} = 10^3$	$1.000 = 10^3$
100	$100 = 10^1 \times 10^1 = 10^{1+1} = 10^2$	$100 = 10^2$
10	$10 = 10^1$	$10 = 10^1$
1	$1 = 10^0$	$1 = 10^0$
$\frac{1}{10} = \frac{1}{10^1}$	$\frac{1}{10} = 1:10 = 10^0 : 10^1 = 10^{0-1} = 10^{-1}$	$\frac{1}{10^1} = 10^{-1}$
$\frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$	$\frac{1}{100} = 1:100 = 10^0 : 10^2 = 10^{0-2} = 10^{-2}$	$\frac{1}{10^2} = 10^{-2}$

5. Pada bagian Ayo Kita Mencoba, guru meminta siswa untuk mengisi bagian yang kosong dari tabel dengan melihat isian dari tabel sebelumnya.

Berdasarkan pengamatan dan diskusi di atas, lengkapilah tabel di bawah ini.

Alternatif Penyelesaian:

Bilangan	Gunakan Sifat Pembagian Perpangkatan	Kesimpulan
$\frac{1}{1.000}=\frac{1}{10^3}$	$\frac{1}{1.000}=\frac{1}{10}\times\frac{1}{10}\times\frac{1}{10}=10^{-1}\times 10^{-1}\times 10^{-1}=10^{(-1)+(-1)+(-1)}=10^{-3}$	$\frac{1}{10^3}=10^{-3}$
$\frac{1}{10.000}=\frac{1}{10^4}$	$\frac{1}{10.000}=\frac{1}{10}\times\frac{1}{10}\times\frac{1}{10}\times\frac{1}{10}=10^{-1}\times 10^{-1}\times 10^{-1}\times 10^{-1}$ $=10^{(-1)+(-1)+(-1)+(-1)}=10^{-4}$	$\frac{1}{10^4}=10^{-4}$
$\frac{1}{100.000}=\frac{1}{10^5}$	$\frac{1}{100.000}=\frac{1}{10}\times\frac{1}{10}\times\frac{1}{10}\times\frac{1}{10}\times\frac{1}{10}=10^{-1}\times 10^{-1}\times 10^{-1}\times 10^{-1}\times 10^{-1}$ $=10^{(-1)+(-1)+(-1)+(-1)+(-1)}=10^{-5}$	$\frac{1}{10^5}=10^{-5}$

6. Pada bagian Ayo Kita Menalar, guru meminta siswa untuk menjawab pertanyaan.

Alternatif Penyelesaian:

- Periksalah setiap hasil kolom pertama dan kolom kedua pada tabel-tabel di atas. Kesimpulan apa yang dapat kalian peroleh?

$$\frac{1}{10^3}=10^{-3},\frac{1}{10^4}=10^{-4},\frac{1}{10^5}=10^{-5}$$

- Gunakan hasil di atas untuk mendefinisikan a^{-n} untuk a bilangan real tak nol dan n bilangan bulat.

$$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$$

7. Pada bagian Ayo Kita Simpulkan, guru meminta siswa untuk membuat kesimpulan dari kegiatan ini.

Setelah melakukan Kegiatan 2, tuliskan definisi nilai a^{-n} untuk a bilangan real tak nol dan n bilangan bulat.

Alternatif Penyelesaian:

Untuk setiap a bilangan real tak nol dan n bilangan bulat, berlaku:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{untuk } a \neq 0, a \text{ bilangan real dan } n \text{ bilangan bulat}$$

8. Pada bagian Ayo Kita Mencoba, guru meminta siswa untuk mengisi bagian yang kosong dari tabel.

Berikut istilah dalam perpangkatan 10 yang sering digunakan.
Lengkapi pula tabel di bawah ini.

Alternatif Penyelesaian:

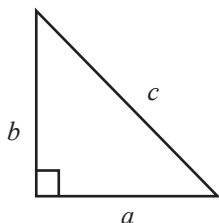
Istilah	Bilangan yang Direpresentasikan	Perpangkatan 10	Istilah	Bilangan yang Direpresentasikan	Perpangkatan 10
Kilo	1.000	10^3	Mili	0,001	10^{-3}
Mega	1.000.000	10^6	Mikro	0,000001	10^{-6}
Giga	1.000.000.000	10^9	Nano	0,000000001	10^{-9}
Tera	1.000.000.000.000	10^{12}	Pico	0,000000000001	10^{-12}

Kegiatan 3

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu mengidentifikasi nilai dari bilangan bentuk akar.
2. Pada bagian Ayo Kita Amati, guru meminta siswa untuk mengamati rumus phytagoras.

Kegiatan 3 Bentuk Akar

Ayo Kita Amati

Ingat kembali materi tentang Teorema Pythagoras yang sudah kalian pelajari di kelas VIII. Perhatikan dengan seksama langkah-langkah aturan Pythagoras berikut ini.

$c^2 = a^2 + b^2$	Rumus umum Teorema Pythagoras
$\sqrt{c^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$	Akarkan kedua ruas untuk mendapatkan panjang sisi miring segita siku-siku
$c = \sqrt{a^2 + b^2}$	Didapatkan persamaan umum untuk mencari panjang sisi miring segitiga siku-siku

3. Pada bagian Ayo Kita Menanya, guru meminta siswa untuk bertanya.

Ayo Kita Menanya

Amati proses mendapatkan panjang sisi miring pada segitiga siku-siku dengan menerapkan aturan pythagoras pada kegiatan di atas. Buatlah pertanyaan yang menyatakan hubungan antara pangkat kuadrat dan akar kuadrat.

4. Pada bagian Ayo Kita Amati, guru meminta siswa untuk mengamati beberapa pernyataan di bawah ini.

Ayo Kita Amati

1. Mendapatkan akar kuadrat dari suatu bilangan

Aira mempunyai selembar kain berbentuk persegi dengan luas 14.400 cm^2 untuk membuat taplak meja. Untuk mempercantik taplak, Aira akan menambahkan renda di sekeliling taplak. Berapa meter panjang minimal renda yang diperlukan?

Untuk membantu Aira, kita harus mengetahui panjang sisi persegi agar kita dapat menghitung keliling taplak meja tersebut.

Misal panjang sisi kain adalah a cm, maka luas kain tersebut adalah

$a \times a = a^2 = 14.400$

sehingga,

$a = \sqrt{14.400}$ $\sqrt{14.400}$ dibaca *"akar kuadrat dari 14.400"*.

$a = 120$ diskusikan bagaimana mendapatkannya?

$a = 120$ karena $120 \times 120 = 14.400$ atau $120^2 = 14.400$.

Dengan demikian Aira harus menyediakan renda dengan panjang

$4 \times a = 4 \times 120 = 480$.

Jadi, panjang minimal renda yang diperlukan adalah 480 cm atau 4,8 m.

5. Pada bagian Ayo Silakan Bertanya, guru meminta siswa untuk bertanya.

Buatlah pertanyaan berkaitan dengan cara mencari akar dari suatu bilangan.

6. Pada bagian Ayo Kita Menalar, guru meminta siswa untuk menalar beberapa pernyataan berikut.

a. Diskusikan dengan temanmu cara memperkirakan nilai dari $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, dan $\sqrt{200}$.

Alternatif jawaban:

Untuk memperkirakan nilai $\sqrt{5}$, perlu diperhatikan bahwa 5 berada di antara bilangan kuadrat $4 = 2^2$ dan $9 = 3^2$. Sehingga, nilai $\sqrt{5}$ berada di antara $\sqrt{4} = 2$ dan $\sqrt{9} = 3$. Jadi, diperkirakan nilai $\sqrt{5} = 2,\ldots$.. (2 koma sekian). Selanjutnya dapat dicoba:

$2{,}1 \times 2{,}1 = 4{,}41$

$\left.\begin{array}{l} 2{,}2 \times 2{,}2 = 4{,}84 \\ \\ 2{,}3 \times 2{,}3 = 5{,}29 \end{array}\right\}$ nilai $\sqrt{5}$ berada diantara 2,2 dan 2,3

selanjutnya

$2{,}21 \times 2{,}21 = 4{,}8841$

$2{,}22 \times 2{,}22 = 4{,}9284$

$\left.\begin{array}{l} 2{,}23 \times 2{,}23 = 4{,}9729 \\ \\ 2{,}24 \times 2{,}24 = 5{,}0176 \end{array}\right\}$ nilai $\sqrt{5}$ berada diantara 2,23 dan 2,24

Lanjutkan lagi untuk mendapatkan nilai yang lebih akurat.

Demikian halnya untuk memperkirakan nilai $\sqrt{7}$, dan $\sqrt{200}$.

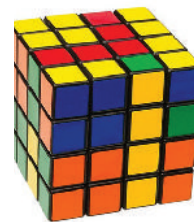
b. Apakah –6 juga merupakan nilai dari $\sqrt{36}$?

Ingat:

Akar Kuadrat	Jika a tidak negatif, $\sqrt{a}$ adalah bilangan tidak negatif yang kuadratnya adalah a

Jadi, meskipun $(-6) \times (-6) = 36$, nilai dari $\sqrt{36} \neq -6$, tetapi $\sqrt{36} = 6$, karena nilai akar dari suatu bilangan positif selalu positif.

2. Mendapatkan Akar Pangkat *n* dari Suatu Bilangan

Pada persoalan mencari rusuk suatu kubus bila volume diketahui, maka kita akan berhadapan dengan bentuk akar pangkat tiga. Misalkan diketahui volume suatu kubus adalah 64 cm^3, berapakah panjang rusuk kubus tersebut?

Sumber: www.toysrus.com
Gambar 1.13 Rubik ukuran 4 × 4 × 4

Misal panjang rusuk tersebut adalah k, maka volume kubus adalah

$V = k^3 \Leftrightarrow 64 = k^3 \Leftrightarrow k = \sqrt[3]{64}$

Bagaimanakah kita memperoleh k?

Ingat bahwa, $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$, dengan demikian $\sqrt[3]{64} = 4$

Jadi, panjang rusuk kubus tersebut adalah 4 cm.

Perhatikan contoh lain berikut.

$(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -32$ sehingga $\sqrt[5]{-32} = -2$

$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$, sehingga $\sqrt[4]{81} = 3$

$(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$, apakah $\sqrt[4]{81} = -3$? Jelaskan.

Ingat:

Akar Pangkat n	1. Jika a tidak negatif, maka $\sqrt[n]{a} = b$ jika hanya jika $b^n = a$ dan b tidak negatif. 2. Jika a negatif dan n ganjil, maka $\sqrt[n]{a} = b$ jika hanya jika $b^n = a$.

3. Menyederhanakan perkalian bentuk akar

Jika a dan b bilangan positif, maka berlaku:

1. $b\sqrt{a} + c\sqrt{a} = (b + c)\sqrt{a}$
2. $b\sqrt{a} - c\sqrt{a} = (b - c)\sqrt{a}$
3. $\sqrt{ab} = \sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

Jika $a > 0$ dan $b > 0$ maka berlaku $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Amati dan lengkapi tabel berikut.

Alternatif Penyelesaian:

Bentuk Akar	Penyederhanaan
$\sqrt{8}$	$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2 \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
$\sqrt{45}$	$\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3 \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

Bentuk Akar	Penyederhanaan
$\sqrt{0,25}$	$\sqrt{0,25} = \sqrt{\frac{25}{100}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{100}} = \frac{5}{10} = 0,5$
$\sqrt{108}$	$\sqrt{108} = \sqrt{6^2 \times 3} = 6\sqrt{3}$
$\sqrt{147}$	$\sqrt{147} = \sqrt{7^2 \times 3} = 7\sqrt{3}$
$\sqrt{200}$	$\sqrt{200} = \sqrt{10^2 \times 2} = 10\sqrt{2}$
$\sqrt{14.400}$	$\sqrt{14.400} = \sqrt{12^2 \times 10^2} = 12 \times 10 = 120$
$\sqrt{0,0576}$	$\sqrt{0,0576} = \sqrt{\frac{576}{10.000}} = \sqrt{\frac{24^2}{10^4}} = \frac{24}{10^2}$

Amati dan lengkapi pula tabel berikut.

Bentuk Akar	Penyederhanaan
$\sqrt{12} + \sqrt{27}$	$= \sqrt{4 \times 3} + \sqrt{9 \times 3}$ $= \sqrt{4} \times \sqrt{3} + \sqrt{9} \times \sqrt{3}$ $= 2 \times \sqrt{3} + 3 \times \sqrt{3}$ $= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$ $= (2+3)\sqrt{3}$ $= 5\sqrt{3}$
$\sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32}$	$= \sqrt{4 \times 2} + \sqrt{9 \times 2} - \sqrt{16 \times 2}$ $= \sqrt{4} \times \sqrt{2} + \sqrt{9} \times \sqrt{2} - \sqrt{16} \times \sqrt{2}$ $= 2 \times \sqrt{2} + 3 \times \sqrt{2} - 4 \times \sqrt{2}$ $= 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$ $= (2+3-4)\sqrt{2}$ $= \sqrt{2}$

Bentuk Akar	Penyederhanaan
$\sqrt{20}+\sqrt{45}$	$= \sqrt{4\times5}+\sqrt{9\times5}$ $= \sqrt{4}\times\sqrt{5}+\sqrt{9}\times\sqrt{5}$ $= 2\times\sqrt{5}+3\times\sqrt{5}$ $= 2\sqrt{5}+3\sqrt{5}$ $= (2+3)\sqrt{5}$ $= 5\sqrt{5}$
$\sqrt{48}+\sqrt{108}-\sqrt{27}$	$= \sqrt{16\times3}+\sqrt{36\times3}-\sqrt{9\times3}$ $= \sqrt{16}\times\sqrt{3}+\sqrt{36}\times\sqrt{3}-\sqrt{9}\times\sqrt{3}$ $= 4\times\sqrt{3}+6\times\sqrt{3}-3\times\sqrt{3}$ $= 4\sqrt{3}+6\sqrt{3}-3\sqrt{3}$ $= (4+6-3)\sqrt{3}$ $= 7\sqrt{3}$

7. Pada bagian Ayo Silakan Bertanya, guru meminta siswa untuk bertanya.

Ajukan pertanyaan kepada guru atau temanmu berkaitan dengan pangkat nol, pangkat negatif, dan bentuk akar.

Materi perpangkatan dan bentuk akar akan dipelajari kembali lebih detail di SMA.

8. Pada bagian Ayo Kita Berbagi, guru meminta siswa untuk membagi ilmunya.

Jika kamu sudah memahami apa yang telah kamu pelajari di subbab ini, buatlah rangkuman berdasarkan hasil yang kamu peroleh dari Kegiatan 1 sampai dengan Kegiatan 3 di atas. Bantulah menjelaskan kepada temanmu yang masih kesulitan memahaminya.

Penutup

1. Siswa bersama-sama dengan guru membuat kesimpulan mengenai solusi masalah yang disajikan.
2. Setiap kelompok diberikan perolehan penghargaan berkaitan dengan aktivitas kelompok.
3. Guru memberikan penguatan dan konfirmasi terhadap temuan siswa dalam proses penyelesaian masalah.
4. Guru menginformasikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan berikutnya yaitu notasi ilmiah dan meminta siswa untuk mempelajarinya terlebih dahulu.
5. Guru menutup pertemuan dan mengucapkan salam.

Materi Bagian V. Notasi Ilmiah (1 TM)

Pertemuan 5 (2 JP)

Pendahuluan

1. Mengucapkan salam, dan berdoa dipimpin oleh guru/ketua kelas (nilai-nilai religius).
2. Mengecek kehadiran siswa. Bila ada siswa yang sakit didoakan supaya lekas sembuh, dan mengajak siswa bersama mensyukuri nikmat Tuhan berupa kesehatan dan lain-lain.
3. Guru menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran.
4. Guru menginformasikan tujuan yang akan dicapai selama pembelajaran yaitu menulis notasi ilmiah menjadi bentuk biasa dan menulis notasi ilmiah dari suatu bilangan.
5. Melalui tanya jawab, siswa diminta menghubungkan pengetahuan yang akan dipelajari dengan pengetahuan sebelumnya.

   Contoh pertanyaan guru:

   “Berapa nilai dari 10^5?”

   “Berapa nilai dari 6×10^5?”

6. Guru memotivasi siswa agar mengikuti pembelajaran dengan baik dengan cara menyajikan permasalahan yang terkait dengan penggunaan notasi ilmiah untuk memberikan gambaran mengenai manfaat belajar materi yang akan dipelajari.

Kisaran luas total daratan Indonesia adalah 1.920.000.000.000 m^2. Kisaran luas ini jika ditulis dalam notasi ilmiah menjadi $1,92 \times 10^{12}$ m^2. Penulisan notasi ilmiah ini sangat berguna bagi para ilmuwan untuk melakukan pekerjaannya dan memperkecil potensi kesalahan penulisan bilangan.

7. Guru menyampaikan cakupan materi dan penjelasan uraian kegiatan sesuai rencana.
8. Peseta didik diorganisasikan ke dalam kelompok-kelompok kecil yang terdiri dari 3-4 orang siswa dengan kemampuan yang heterogen.

Inti

Guru mengarahkan siswa untuk melakukan kegiatan, mengisi, serta menjawab pertanyaan yang ada pada bagian di bawah ini. Sebagai petunjuk lihat tulisan yang berwarna biru.

Kegiatan 1

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu membaca hasil kalkulator dan dikaitkan dengan notasi ilmiah.
2. Pada bagian Ayo Kita Mencoba, guru meminta siswa untuk mencoba mengoperasikan kalkulator sesuai yg ditulis dalam bagian ini.

Kegiatan 1 Menggunakan Kalkulator

Lakukan dan diskusikan bersama temanmu.

1. Dengan menggunakan kalkulator, kalikan dua bilangan besar. Sebagai contoh 2 milyar dikalikan dengan 3 milyar

   2.000.000.000 × 3.000.000.000

   Berapa nilai yang muncul di layar kalkulator?

Sumber: www.studentcalculators.co.uk
Gambar 1.17 Kalkulator

Kamu mungkin akan melihat bahwa hasilnya adalah 6.00000000e + 18

Bentuk 6.00000000e + 18 bisa dinyatakan dengan 6×10^{18} yang biasa disebut dengan notasi ilmiah (bentuk baku).

2. Tentukan hasil perkalian 40.000.000.000 dengan 600.000.000.000 tanpa menggunakan kalkulator. Berapa hasilnya? $2,4 \times 10^{22}$
3. Apa yang dapat kamu simpulkan dari hasil (1) dan (2)?
4. Ulangi lagi (1) sampai dengan (3) di atas, untuk bilangan besar 70.000.000.000.000 dikalikan dengan 30.000.000.000.000.

3. Pada bagian Ayo Kita Menanya, guru meminta siswa untuk bertanya.

Setelah melakukan percobaan di atas, buatlah pertanyaan yang berkaitan dengan penulisan perpangkatan yang ditunjukkan kalkulator.

4. Pada bagian Ayo Kita Mencoba, guru meminta siswa untuk mencoba sesuai yang diinstruksikan.

1. Kalikan dua bilangan yang sangat kecil dengan kalkulator, misalkan 0,000000002 dikalikan dengan 0,000000003. Bagaimana hasil yang ditunjukkan oleh kalkulatormu? Jelaskan.

   6.00000000e-18
2. Lakukan kembali dengan dua bilangan kecil lainnya.
3. Kesimpulan apa yang kamu peroleh?

   Pangkat negatif yang dihasilkan akan semakin besar jika bilangan yang dikalikan semakin kecil, dan pangkat positif yang dihasilkan akan semakin besar jika bilangan yang dikalikan semakin besar.

5. Pada bagian Diskusi, guru meminta siswa untuk berdiskusi.

Diskusi

Bagaimana kamu dapat menuliskan sebuah bilangan dalam bentuk notasi ilmiah?

Kegiatan 2

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu menuliskan bilangan dalam bentuk notasi ilmiah.
2. Pada bagian Ayo Kita Mencoba, guru meminta siswa untuk mencoba mengkonversi dari bilangan biasa ke notasi ilmiah atau sebaliknya.

Kegiatan 2 Penulisan Notasi Ilmiah

Ayo Kita Mencoba

Berikut ini diberikan suatu besaran yang dituliskan dalam bentuk notasi ilmiah dan dalam bentuk bilangan biasa.

Alternatif Penyelesaian:

a. Mengubah bentuk notasi ilmiah menjadi bilangan biasa

Kisaran luas total daratan Indonesia adalah $1,92 \times 10^{12}$ m^2. Jika dituliskan dalam bentuk bilangan biasa menjadi

$= 1,92 \times 1.000.000.000.000$ m^2

$= 1.920.000.000.000$ m^2

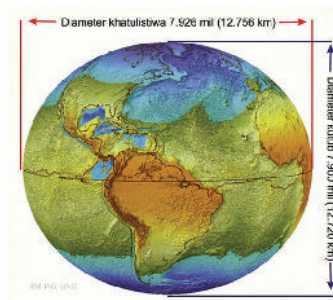
Sumber: www.beautiful-indonesia.umm.ac.id
Gambar 1.18 Peta Indonesia

b. Kisaran diameter galaksi Bimasakti adalah $1,135 \times 10^{18}$. Tuliskan dalam bentuk bilangan biasa.

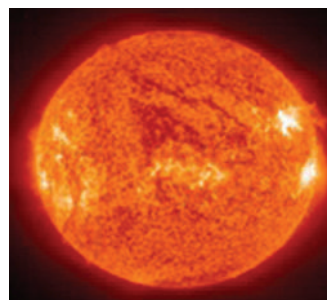
$1,135 \times 10^{18} =$
1.135.000.000.000.000.000

Sumber: www.guardianlv.com
Gambar 1.19 Galaksi Bima Sakti

c. Kisaran diameter bumi adalah $1,27 \times 10^7$ m. Tuliskan dalam bentuk bilangan biasa.

$1,27 \times 10^7 = 12.700.000$

Sumber: www. smiagiung.blogspot.com
Gambar 1.20 Bumi

d. Kisaran diameter matahari adalah 1.390.000.000 m. Tuliskan dalam bentuk notasi ilmiah.

$1.390.000.000 = 1,39 \times 10^9$

Sumber: www.greenpeace.org
Gambar 1.21 Matahari

e. Kisaran luas Samudera Pasifik adalah 180.000.000 km². Tuliskan dalam bentuk notasi ilmiah.

$180.000.000 = 1,8 \times 10^8$

6. Pada bagian Ayo Kita Simpulkan, guru meminta siswa untuk menyimpulkan hasil dari kegiatan ini.

Sumber: www.wayantulus.com
Gambar 1.22 Samudera Pasifik

Setelah melakukan Kegiatan 1 dan 2, tuliskan kesimpulan mengenai penulisan notasi ilmiah (bentuk baku) suatu bilangan.

Bagian VI. Uji Kompetensi (1 TM)

Pertemuan 6 (2 JP)

Pendahuluan

1. Guru mereview kembali materi yang telah diajarkan pada 5 pertemuan sebelumnya.
2. Guru menyampaikan kepada siswa tujuan pembelajaran yaitu:
    - Menjelaskan dan melakukan operasi bilangan berpangkat bulat dan bentuk akar, serta sifat-sifatnya.
    - Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat-sifat operasi bilangan berpangkat bulat dan bentuk akar (lihat Uji Kompetensi Bab 1).

G. Penilaian

1. Jenis/teknik penilaian: tes tertulis, pengamatan sikap, dan keterampilan.
2. Bentuk instrumen dan instrumen: lembar tes tertulis berbentuk essay dengan soal-soal yang dapat diambil di buku siswa atau dikembangkan oleh guru sendiri. **Sikap** dan **Keterampilan** siswa dapat dinilai oleh guru selama proses pembelajaran, dengan menggunakan format-format seperti dicontohkan pada buku guru ini atau dikembangkan sendiri oleh guru, disesuaikan dengan sikap dan keterampilan yang dinilai.

Tabel 1.3 Teknik Penilaian

No.	KD	Indikator Pencapaian Kompetensi		Teknik Penilaian
1.	3.7	3.1.1	Menuliskan perkalian bilangan dalam bentuk perpangkatan.	Tes Tulis
		3.1.2	Menentukan hasil perpangkatan suatu bilangan.	Tes Tulis
		3.1.3	Mengidentifikasi sifat perkalian pada perpangkatan.	Tes Tulis
		3.1.4	Menentukan hasil kali dari perpangkatan dengan basis yang sama.	Tes Tulis
		3.1.5	Mengidentifikasi sifat pemangkatan pada perpangkatan.	Tes Tulis

		3.1.6	Menentukan hasil pemangkatan dari perpangkatan dengan basis yang sama.	Tes Tulis
		3.1.7	Mengidentifikasi sifat perpangkatan dari perkalian bilangan.	Tes Tulis
		3.1.8	Menentukan hasil perpangkatan dari suatu perkalian bilangan.	Tes Tulis
		3.1.9	Mengidentifikasi sifat pembagian pada perpangkatan.	Tes Tulis
		3.1.10	Menentukan hasil pembagian dari perpangkatan.	Tes Tulis
		3.1.11	Mengidentifikasi sifat pangkat nol dan pangkat negatif.	Tes Tulis
		3.1.12	Menentukan hasil pangkat nol dan pangkat negatif.	Tes Tulis
		3.1.13	Menyatakan hubungan antara bentuk akar dan perpangkatan.	Tes Tulis
		3.1.14	Menentukan akar pangkat n dari suatu bilangan.	Tes Tulis
		3.1.15	Menyederhanakan bentuk akar.	Tes Tulis
		3.1.16	Melakukan operasi bilangan real yang melibatkan bentuk akar.	Tes Tulis
		3.1.17	Menulis notasi ilmiah menjadi bentuk biasa.	Tes Tulis
		3.1.18	Menulis notasi ilmiah dari suatu bilangan.	Tes Tulis
2.	4.7	4.1.1	Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan penerapan konsep bilangan berpangkat.	Tes Tulis
		4.1.2	Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan penerapan konsep perkalian pada perpangkatan.	Tes Tulis
		4.1.3	Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan penerapan konsep pembagian pada perpangkatan.	Tes Tulis
		4.1.4	Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan penerapan konsep bentuk akar.	Tes Tulis

H. Remidial dan Pengayaan

Pada akhir bab siswa diberi tes. Hasil tes dianalisis untuk mengetahui ketercapaian KKM, serta mengidentifkasi indikator-indikator mana yang belum dicapai siswa atau materi-materi yang belum dikuasai oleh siswa. Bagi siswa yang belum mencapai KKM diberi remidial yaitu mempelajari kembali materi yang belum dikuasai dengan dibimbing guru. Pelaksanaan remidial dapat dilakukan satu minggu setelah tes akhir bab dijadwalkan pada waktu tertentu misalnya setelah jam sekolah berakhir selama 60 menit.

Bagi siswa yang sudah memenuhi KKM namun masih belum memasuki bab berikutnya, maka diberi program pengayaan misalnya melalui program pemberian tugas yang menantang (*challenge*). Pelaksanaan program pengayaan dan remidial dapat dilaksanaan dalam waktu yang bersamaan ataupun tidak.

I. Interaksi dengan Orang Tua Siswa

Komunikasi dengan orang tua dapat menggunakan buku penghubung yang memfasilitasi komunikasi yang baik antara sekolah/guru dengan orang tua siswa. Buku penghubung ini juga bermanfaat membangun kerja sama pihak sekolah dengan orang tua dalam membantu keberhasilan siswa. Buku penghubung ini memuat hari/tanggal, mata pelajaran, pokok bahasan/subpokok bahasan, bentuk tugas, tanda tangan orang tua.

Contoh lembar Monitoring Orang Tua

Hari/ Tanggal	Mata Pelajaran	Materi/ Pokok Bahasan	Bentuk Tugas	Tanda Tangan Orang Tua	Tanda Tangan Guru

J. Kunci Jawaban

Latihan 1.1

1. Nyatakan perkalian berulang berikut dalam perpangkatan

   a. $(-2) \times (-2) \times (-2)$

   b. $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5}$

   c. $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right)$

   d. $t \times t \times t \times t \times t \times t$

   e. $y \times y \times y \times y \times y \times y \times y \times y \times y \times y$

   Penyelesaian:

   a. $(-2)^3$

   b. $\left(\frac{1}{5}\right)^5$

   c. $\left(-\frac{2}{3}\right)^5$

   d. t^6

   e. y^{10}

2. Nyatakan perpangkatan berikut dalam bentuk perkalian berulang

   a. 3^8

   b. $(0,83)^4$

   c. t^3

   d. $\left(-\frac{1}{4}\right)^4$

   e. $-\left(\frac{1}{4}\right)^4$

   Penyelesaian:

   a. $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

   b. $0,83 \times 0,83 \times 0,83 \times 0,83$

   c. $t \times t \times t$

   d. $\left(-\frac{1}{4}\right) \times \left(-\frac{1}{4}\right) \times \left(-\frac{1}{4}\right) \times \left(-\frac{1}{4}\right)$

   e. $-\left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}\right)$

3. Tentukan hasil dari perpangkatan berikut.

a. 2^8

b. 5^4

c. $(0,02)^2$

d. $\left(\frac{1}{3}\right)^3$

e. $-\left(\frac{1}{4}\right)^4$

Penyelesaian:

a. 256

b. 625

c. 0,0004

d. $\frac{1}{27}$

e. $-\frac{1}{256}$

4. Nyatakan bilangan berikut dalam perpangkatan dengan basis 10

a. 1.000

b. 100.000

c. 1.000.000

d. 10.000.000

Penyelesaian:

a. 10^3

b. 10^5

c. 10^6

d. 10^7

5. Nyatakan bilangan berikut dalam perpangkatan dengan basis 2.

a. 256

b. 64

c. 512

d. 1.048.576

Penyelesaian:

a. 2^8

b. 2^6

c. 2^9

d. 2^{20}

6. Tuliskan sebagai bentuk perpangkatan dengan basis 5.

a. 5

b. 625

c. 15.625

d. 125

Penyelesaian:

a. 5^1 c. 5^6

b. 5^4 d. 5^3

7. Tentukan hasil dari operasi berikut ini.

a. $5 + 3 \times 2^4$ d. $(6^4 - 4^4) : 2$

b. $\frac{1}{2}\left(6^3 - 4^2\right)$ e. $\left(\frac{1}{4}\right)^4 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2$

c. $8 + 3 \times (-3)^4$ f. $\left(\frac{1}{4}\right)^4 : -\left(\frac{1}{3}\right)^2$

Penyelesaian:

a. 53 d. 520

b. 100 e. $\frac{1}{2.304}$

c. 251 f. $-\frac{9}{256}$

8. Temukan nilai x pada persamaan matematika di bawah ini.

a. $7^x = 343$ c. $10^x = 10.000$

b. $2^x = 64$ d. $5^x = 625$

Penyelesaian:

a. 3 c. 4

b. 6 d. 4

9. Tim peneliti dari Dinas Kesehatan suatu daerah di Indonesia Timur meneliti suatu wabah yang sedang berkembang di Desa X. Tim peneliti tersebut menemukan fakta bahwa wabah yang berkembang disebabkan oleh virus yang tengah berkembang di Afrika. Dari hasil penelitian didapatkan bahwa virus tersebut dapat berkembang dengan cara membelah diri menjadi 2 virus setiap setengah jam dan menyerang sistem kekebalan tubuh. Berapa jumlah virus dalam tubuh manusia setelah 6 jam?

Penyelesaian:

Diketahui pembelahan suatu virus adalah 3 ekor setiap 0,5 jam, maka didapatkan bentuk pembelahan virus tersebut dalam bentuk perpangkatan dengan bilangan pokok 3 dan basis mengikuti lama waktunya. Maka, didapatkan formula pembelahan virus sebagai berikut: 3^n dengan n menyatakan banyak pembelahan. Waktu minimum jumlah virus dapat terdeteksi adalah 6 jam. Jumlah pembelahan adalah 12 kali. Banyaknya virus adalah $3^{12} = 531.441$ ekor

10. **Tantangan**. Dalam sebuah penelitian, diketahui seekor Amoeba S berkembang biak dengan membelah diri sebanyak 2 kali tiap 15 menit.

    a. Berapa jumlah amoeba S selama satu hari jika dalam suatu pengamatan terdapat 4 ekor amoeba S?

    b. Berapa jumlah amoeba S mula-mula sehingga dalam 1 jam terdapat minimal 1.000 Amoeba S?

    Penyelesaian:

    a. Petunjuk: tiap satu kali pembelahan dapat ditunjukkan sebagai bentuk perpangkatan dengan bilangan pokok 2. Jika mula-mula jumlah amoeba S adalah 4 maka perkembanganbiakan amoeba S adalah 4×2^n. Sedangkan banyak pembelahan diperoleh dari lama waktu pembelahan (tiap 15 menit) Maka, didapatkan banyak Amoeba setelah sehari adalah 4×2^{96}.

    b. Petunjuk: didapatkan lama amoeba S membelah diri adalah 1 jam (4 kali pembelahan diri), agar didapatkan jumlah minimal amoeba S sebanyak 1.000 maka setidaknya harus terdapat 63 ekor amoeba S.

Latihan 1.2

1. Sederhanakan perpangkatan berikut ini.

    a. $4^6 \times 4^3$

    b. $(-7)^3 \times (-7)^2$

    c. $4(-2,5)^4 \times (-2,5)^3$

    d. $(5^2)^3$

    e. $5^2 \times \left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^5$

Penyelesaian:

a. 4^9

b. $(-7)^5$

c. $2^2 \times (-2{,}5)^7$

d. 5^6

e. $5^2 \times \left(\frac{2}{5}\right)^8$

2. Tuliskan bentuk $w^3 \times w^4$ ke dalam bentuk perpangkatan paling sederhana. Berapakah hasilnya? Apakah kamu juga dapat menyederhakan bentuk $w^3 \times n^4$? Jelaskan jawabanmu.

Penyelesaian:

$$w^3 \times w^4 = w^7$$

Bentuk $w^3 \times n^4$ tidak dapat disederhanakan karena kedua perpangkatan tersebut memiliki basis serta pangkat yang berbeda.

3. Sederhanakan operasi aljabar berikut ini.

a. $y^3 \times 2y^7 \times (3y)^2$

b. $b \times 2y^7 \times b^3 \times y^2$

c. $3m^3 \times (mn)^4$

d. $(tn^3)^4 \times 4t^3$

e. $(2x^3) \times 3(x^2y^2)^3 \times 5y^4$

Penyelesaian:

a. $18y^{12}$

b. $2b^4y^9$

c. $3m^7n^4$

d. $4t^7n^{12}$

e. $30x^9y^{10}$

4. Tentukan nilai dari perpangkatan berikut ini.

a. $3^3 \times 2 \times 3^7$

b. $(2^2 \times 1^6) + 50$

c. $\frac{1}{2}^3 \times \left(\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right)^4$

d. $2^4 \times 4 \times 2^3$

Penyelesaian:

a. 118.098

b. 54

c. $\frac{1}{2^{15}} = \frac{1}{32.768}$

d. 512

5. Nyatakan perpangkatan berikut dalam bentuk paling sederhana.

a. $4^3 \times 2^6$

b. $(3^2)^5 \times 3^5$

c. $4 \times 3^4 + 5 \times 3^4$

d. $(-125) \times (-5)^6$

Penyelesaian:

a. 2^{12}

b. 3^{15}

c. $9 \times 3^4 = 3^2 \times 3^4 = 3^6$

d. $(-5)^9$

6. Nyatakan bilangan di bawah ini dalam bentuk yang memuat perpangkatan dengan basis 2.

a. 64

b. 20

c. 100

d. $\frac{128}{3}$

Penyelesaian:

a. 2^6

b. 5×2^2

c. 25×2^2

d. $\frac{1}{3} \times 2^7$

7. Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan berikut ini.

a. $(3^x)^x = 81$

b. $\frac{1}{64} \times 4^x \times 2^x = 64$

Penyelesaian:

a. Penjabaran pangkat pada bentuk perpangkatan dan menyamakan bilangan pokok pada kedua ruas bentuk perpangkatan. Sehingga, didapatkan persamaan dari kedua pangkatnya.

$$3^{x \times x} = 3^4$$

$$x^2 = 4$$

$x_1 = 2$ dan $x_2 = -2$

b.

$$(2^2)^x \times 2^x = 64 \times 64$$

$$2^{2x} \times 2^x = 2^6 \times 2^6$$

$$2^{3x} = 2^{12}$$

"dengan melihat pangkat dari basis 2, maka didapatkan persamaan baru"

$$3x = 12$$
$$x = 4$$

8. **Berpikir Kritis**. Nyatakan hasil kali perpangkatan berikut dalam bentuk pangkat yang lebih sederhana. Jelaskan. Gunakan cara yang lebih mudah.

$$4^3 \times 5^6$$

Penyelesaian:

Alternatif 1

Dengan mengalikan hasil operasi perpangkatan

$$\begin{aligned} 4^3 \times 5^6 &= 64 \times 15.625 \\ &= 1.000.000 \end{aligned}$$

Alternatif 2

Dengan menyamakan pangkat tiap-tiap bentuk perpangkatan

$$\begin{aligned} 4^3 \times 5^6 &= (2^2)^3 \times 5^6 \\ &= 2^6 \times 5^6 \\ &= (2 \times 5)^6 \\ &= 10^6 \\ &= 1.000.000 \end{aligned}$$

9. Ketinggian suatu benda dapat ditentukan dengan menggunakan rumus gerak jatuh bebas, yaitu $h = \frac{1}{2}gt^2$ di mana h adalah ketinggian benda (dalam satuan meter), g adalah percepatan gravitasi bumi (m/s^2), dan t adalah waktu yang diperlukan benda sampai jatuh ke tanah "(s)". Sebuah benda jatuh dari puncak sebuah gedung dengan percepatan 9,8 m/s^2 dan waktu yang diperlukan untuk sampai di tanah adalah 10 detik, berapa tinggi gedung tersebut?

Penyelesaian:

Tinggi gedung tersebut adalah 490 meter

10. Diketahui: $3^{1.500} + 9^{750} + 27^{500} = 3^b$, berapakah nilai b?

Penyelesaian:

$$3^{1.500} + 9^{750} + 27^{500} = 3^{1.500} + (3^2)^{750} + (3^3)^{500}$$
$$= 3^{1.500} + 3^{1.500} + 3^{1.500}$$
$$= 3 \times 3^{1.500}$$
$$= 3^{1.501}$$

Jadi, $b = 1.501$

11. **Analisis Kesalahan.** Jelaskan dan perbaiki kesalahan dalam menyederhanakan hasil perkalian bentuk pangkat berikut ini.

a. $3^6 \times 3^4 = (3 \times 3)^{6+4} = 9^{10}$

b. $(t^{-3})^6 = t^{-3+6} = t^3$

Penyelesaian:

a. $3^{6\ +4} = 3^{10}$

b. $(t^{-3})^6 = t^{-3 \times 6} = -18$

Perpangkatan pada bentuk pangkat adalah dengan mengalikan pangkat masing-masing, sehingga $t^{-3 \times 6} = t^{-18}$

12. **Tantangan**. Pada sebuah pasar tradisional perputaran uang yang terjadi setiap menitnya diperkirakan kurang lebih Rp81.000.000,00. Pada hari Senin–Jumat proses perdagangan terjadi rata-rata 12 jam tiap hari. Sedangkan untuk Sabtu–Minggu proses jual-beli terjadi rata-rata 18 jam tiap hari. Berapa jumlah perputaran uang di pasar tradisional tersebut selama 1 minggu? (nyatakan jawabanmu dalam bentuk perpangkatan).

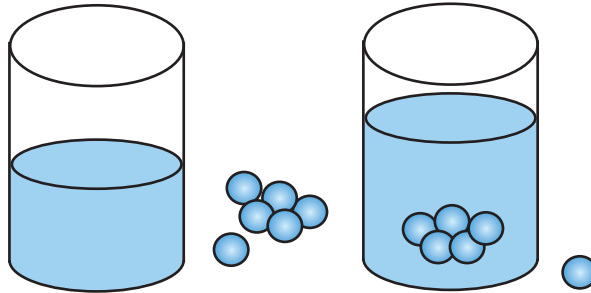
Penyelesaian:

Lama perdagangan dalam satu minggu (jam): $(5 \times 12) + 2 \times 18 = 96$ jam

Lama perdagangan dalam satu minggu (menit): $96 \times 60 = 5.760$ menit

Banyak perputaran uang dalam satu minggu: $81.000.000 \times 5.760 = 466.560.000.000$

Jadi banyak perputaran uang dalam satu minggu di pasar tersebut adalah Rp466.560.000.000,00 = $4{,}6656 \times 10^{11}$ rupiah

13. **Tantangan**. Sebuah bola karet dengan diameter 7 cm direndam dalam sebuah bejana berisi minyak tanah selama 3 jam. Jika pertambahan diameter bola karet tersebut 0,002 mm/detik, berapakah volume bola karet setelah proses perendaman?

Sumber: Dokumen Kemdikbud
Gambar 1.2 Bejana berisi minyak tanah dan bola karet

Penyelesaian:

Rumus volume bola = $\frac{4}{3}\pi r^3$, dengan π = 3,14 dan r adalah jari-jari bola.

Lama perendaman (detik): 3 × 60 × 60 = 10.800 detik

Pertambahan diameter bola karet: 10.800 × 0,002 = 21,6 mm = 2,16 cm

Diameter bola karet setelah perendaman: 7 + 2,16 = 9,16 cm

Volume bola karet setelah perendaman $\frac{4}{3} \times 3{,}14 \times (9{,}16)^3 = 3.217{,}768$ cm

Latihan 1.3

1. Sederhanakan perpangkatan berikut ini.

a. $\dfrac{(-4)^5}{(-4)^2}$

b. $\dfrac{(-4)^5}{(-4)^2}$

c. $\dfrac{(-4)^6}{(-4)^2}$

d. $\dfrac{\left(\frac{2}{5}\right)^9}{\left(\frac{2}{5}\right)^5}$

e. $\dfrac{3^7 \times 3^2}{3^3}$

f. $\dfrac{5^5}{5^2 \times 5^3}$

g. $\dfrac{2^7 \times 6^7}{4^7}$

h. $\dfrac{6^7 \times 3^3}{2^7}$

i. $\dfrac{10^6 \times 4^2}{25^3 \times 8^3}$

j. $\dfrac{21^5}{9^2} : \left(\dfrac{7}{2}\right)^2$

Penyelesaian:

a. $(-4)^3 = -64$

b. $(-4)^4 = 256$

c. $0{,}3^4 = 0{,}0081$

d. $\left(\dfrac{2}{5}\right)^4 = \dfrac{16}{625}$

e. $3^6 = 729$

f. 1

g. $3^7 = 2.187$

h. $3^{10} = 59.049$

i. 2

j. 4.116

2. Sederhanakan bentuk aljabar berikut ini.

a. $\dfrac{(-y)^5}{(-y)^2}$

b. $\dfrac{\left(\dfrac{1}{t}\right)^7}{\left(\dfrac{1}{t}\right)^3}$

c. $\dfrac{3m^7}{m^3}$

d. $\dfrac{42y^8}{12y^5}$

e. $\dfrac{\left(\dfrac{1}{t}\right)^7}{\left(\dfrac{1}{t}\right)^3} \times \dfrac{\left(\dfrac{1}{t}\right)^3}{\left(\dfrac{1}{t}\right)^2}$

f. $\dfrac{3w^4}{w^2} \times 5w^3$

Penyelesaian:

a. $(-y)^3$

b. $\left(\dfrac{1}{t}\right)^4$

c. $3m^4$

d. $\dfrac{7}{2}y^3$

e. $\left(\dfrac{1}{t}\right)^5$

f. $15w^5$

3. Sederhanakan.

a. $\dfrac{0{,}2^4 \times 0{,}2^2}{0{,}2^5}$

b. $\dfrac{-5^5}{(-5)^2 \times (-5)^2}$

c. $12+\dfrac{4^7}{4^6}$

e. $\dfrac{4^5}{4^4}-\dfrac{2^4}{2^3}\times 6$

d. $\dfrac{3\times 5^4}{5^3}-15$

Penyelesaian

a. 0,2' = 0,2

b. $\dfrac{-5^5}{5^4}-5$

c. 12 + 4 = 16

d. 3 × 5 – 15 = 0

e. 4 – 2 × 6 = 4 – 12 = –8

4. Tuliskan kembali perpangkatan berikut dalam tiga bentuk pembagian perpangkatan yang berbeda.

a. 2^5

b. p^3

Penyelesaian:

a. $2^5=\dfrac{2^{10}}{2^5}=\dfrac{2^6}{2}=\dfrac{2^7}{2^2}$

b. $p^3=\dfrac{p^6}{p^3}=\dfrac{p^5}{p^2}=\dfrac{p^{10}}{p^7}$

5. Dapatkan nilai n dari pembagian pada perpangkatan di bawah ini.

a. $\dfrac{s^2}{s^4}\times\dfrac{s^9}{s^3}=s^n$

b. $\dfrac{3^6}{3^2}=n\times 9$

Penyelesaian:

a. $\dfrac{s^{11}}{s^7}=s^4=s^n$ maka $n=4$

b. $n=\dfrac{3^6}{3^2}\times\dfrac{1}{9}=\dfrac{3^6}{3^2}\times\dfrac{1}{3^2}=\dfrac{3^6}{3^2\times 3^2}=\dfrac{3^6}{3^4}=3^2$

6. **Berpikir Kritis**. Diberikan persamaan $\dfrac{5^m}{5^n}=5^4$.

a. Tentukan dua bilangan m dan n yang bernilai dari 1 sampai dengan 9 sehingga dapat memenuhi persamaan di atas.

b. Tentukan banyak penyelesaian dari persamaan tersebut. Jelaskan jawabanmu.

Penyelesaian:

$5^{m-n} = 5^4$

$m - n = 4$

a. Pasangan bilangan yang mungkin adalah 5 dan 1, 6 dan 2, 7 dan 3, 8 dan 4, serta 9 dan 5.

b. Terdapat 5 pasangan bilangan yang merupakan penyelesaian persamaan tersebut

7. Bilangan $\dfrac{2^{2.015} + 2^{2.014} + 2^{2.013}}{14}$ setara dengan 2^y, untuk y suatu bilangan bulat positif. Tentukan nilai y.

   Penyelesaian:

   $$\frac{2^{2.015} + 2^{2.014} + 2^{2.013}}{14} = \frac{(4+2+1)\times 2^{2.013}}{14} = \frac{7\times 2^{2.013}}{14} = \frac{1\times 2^{2.013}}{2} = 2^{2.012}$$

   Jadi, $y = 2.012$

8. Populasi bakteri yang tersebar dalam suatu wadah berbentuk persegi panjang yaitu sebanyak $4{,}2 \times 10^7$. Jika panjang dan lebar wadah tersebut masing-masing 10 cm dan 7 cm, berapa kepadatan bakteri pada wadah tersebut?

   Penyelesaian:

   Luas wadah adalah 70 cm^2

   Kepadatan bakteri = $\dfrac{4{,}2\times 10^7}{70} = \dfrac{420\times 10^5}{70} = 6\times 10^5$

   Jadi kepadatan bakteri pada wadah tersebut adalah 6×10^5 bakteri/cm^2

9. **Analisis Kesalahan**. Jelaskan dan perbaiki kesalahan dalam menyederhanakan bentuk di bawah ini.

   $$\frac{7^{13}}{7^5} = 7^{\frac{13}{5}} = 7^8$$

   Penyelesaian:

   $$\frac{7^{13}}{7^5} = 7^{13-5} = 7^8$$

10.

Sumber: Dokumen Kemdikbud
Gambar 1.12 Pesawat

Tantangan. Intensitas bunyi percakapan manusia 10^6 kali intensitas suara manusia berbisik. Sedangkan intensitas bunyi pesawat lepas landas 10^{14} kali intensitas suara bisikan manusia. Berapa kali intensitas bunyi pesawat lepas landas dibandingkan dengan bunyi percakapan manusia?

Penyelesaian:

Intensitas bunyi percakapan 10^6 kali lebih besar dari intensitas bisikan

Intensitas bunyi pesawat lepas landas 10^{14} lebih besar dari intensitas bisikan

Perbandingan intensitas bunyi *takeoff* pesawat dengan intensitas percakapan manusia

$$\frac{10^{14}}{10^{6}} = 10^{8}$$

Latihan 1.4

1. **Berpikir Kritis**. Bagaimana kamu dapat menuliskan angka 1 sebagai bentuk perpangkatan dengan basis 5 dan perpangkatan dengan basis 7?

   Penyelesaian:

   5^0 dan 7^0

2. Tentukan hasil operasi bilangan berpangkat berikut ini.

   a. $3^1 + 3^0$

   b. $(-2)^{-6}$

   c. $(-3^3) \times (-3^0)$

   d. $\left(\frac{1}{6}\right)^{-3}$

   e. $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$

   Penyelesaian:

   a. 4

   b. $\frac{1}{64}$

   c. -27

   d. 216

   e. $\frac{9}{4}$

3. Tentukan hasil operasi bilangan berpangkat berikut ini.

a. $\dfrac{2^3 \times 2^4}{2^6}$

b. $\left(-\dfrac{1}{4}\right)^{-4} \times \left(-\dfrac{1}{4}\right)^{0} \times \left(-\dfrac{1}{4}\right)^{4}$

c. $\dfrac{1}{3^5} \times \dfrac{1}{3^{-7}}$

d. $(-7)^4 \times 7^3$

Penyelesaian:

a. 2

b. 1

c. 9

d. $7^7 = 823.543$

4. Sederhanakan dalam bentuk pangkat negatif.

a. $\dfrac{abc}{a^3bc^4}$

b. $\dfrac{5^5}{5^2}$

c. $\dfrac{b^5}{b^{-3}}$

d. $r^6 \times r^{-6}$

Penyelesaian:

a. $a^{-2}\ c^{-3}$

b. $\dfrac{1}{5^{-3}}$

c. $\dfrac{1}{b^{-8}}$

d. 1

5. Sederhanakan dalam bentuk pangkat positif.

a. $2m^{-4} \times m^{-3}$

b. $\dfrac{6^7}{6^3}$

c. $\dfrac{b^{-6}}{b^{-3}}$

d. $\dfrac{1}{a^3bc^{-4}}$

Penyelesaian:

a. $\dfrac{2}{m^7}$

b. 6^4

c. $\dfrac{1}{b^3}$

d. $\dfrac{c^4}{a^3b}$

6. Sederhanakan bentuk operasi perpangkatan berikut ini.

a. $18t^3 \times 2t^{-3}$

b. $\dfrac{2y^0t^3}{y^6t^{-2}}$

c. $2m^0 \times m^{-7}$

d. $m^3 + \dfrac{4}{m^{-3}}$

Penyelesaian:

a. $18t^3 \times 2t^{-3}$ c. $2m^{-7}$

b. $\dfrac{2t^5}{y^6}$ d. $5m^3$

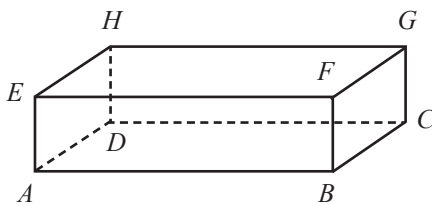
7. **Analisis Kesalahan**. Jelaskan dan perbaiki kesalahan dalam penyederhanaan berikut ini.

$d^{-5} = (-d) \times (-d) \times (-d) \times (-d) \times (-d)$

$= (-d)^5$

Penyelesaian:

$$d^{-5} = \frac{1}{d} \times \frac{1}{d} \times \frac{1}{d} \times \frac{1}{d} \times \frac{1}{d} = (\frac{1}{d^5})$$

8. Tentukan panjang diagonal ruang balok di bawah ini dengan panjang rusuk $AB = 12$ cm, $BC = 5$ cm, dan $CG = 4$ cm.

Penyelesaian:

$\sqrt{185}$

9. **Tantangan**. Pada sebuah pabrik kertas HVS dilakukan pengemasan kertas per rim (1 rim = 500 lembar). Jumlah pesanan yang harus dipenuhi pabrik tersebut tiap harinya adalah 30 karton box dengan masing-masing karton box berisi 30 rim kertas. Berapakah rim kertas HVS yang harus diproduksi dalam 1 bulan? (1 bulan adalah 30 hari)

Sumber: www.tempo.co.id
Gambar 1.16 Pengemasan kertas

Penyelesaian: $30 \times 30 \times 30 = 3^3 \times 10^3 = 27.000$ rim

10. **Tantangan**. Setiap tanggal 10 Budi melakukan aktivasi paket internet murah dengan kapasitas 1 Gigabyte (GB) untuk telepon selularnya dan masa aktif berlaku sampai tanggal 10 pada bulan berikutnya. Jika Budi melakukan aktivasi pada tanggal 10 Agustus 2016, berapakah kapasitas rata-rata tiap hari yang digunakan Budi agar tetap dapat menggunakan paket internet hingga 9 September 2016? (Tuliskan jawaban kamu dalam satuan *Megabyte*)

    Penyelesaian:

    $\frac{100}{3}$ MB

11. **Tantangan**. Pada soal nomor 9, andaikan paket internet Budi habis pada tanggal 30 Agustus 2016, berapa rata-rata kapasitas yang digunakan Budi tiap harinya? (Tuliskan jawaban kamu dalam satuan *Byte*)

    Penyelesaian: 50×10^6 B

12. Setiap kantung darah yang didonasikan oleh para pendonor kepada Palang Merah Indonesia (PMI) berisi 0,5 L darah. (1 mm^3 = 10^{-3} mL)

    a. Jika dalam setiap 1 mm^3 darah mengandung 3×10^4 sel darah putih, berapa jumlah sel darah putih dalam satu kantung darah tersebut? Tuliskan jawabanmu dalam bentuk perpangkatan paling sederhana.

    b. Jika dalam setiap 1 mm^3 darah mengandung 7×10^6 sel darah merah, berapa jumlah sel darah merah dalam satu kantung darah tersebut? Tuliskan jawabanmu dalam bentuk perpangkatan paling sederhana.

    Penyelesaian:

    a. $5 \times 10^5 \times 3 \times 10^4 = 15 \times 10^9$

    b. $5 \times 10^5 \times 7 \times 10^6 = 35 \times 10^{11}$

13. Sederhanakan bentuk akar berikut.

    a. $\sqrt{112}$

    b. $\sqrt{216}$

    c. $\sqrt{605}$

    d. $\sqrt{800}$

    e. $\sqrt{5.000}$

    f. $\sqrt{0,000121}$

g. $\sqrt{0,00000324}$

h. $9\sqrt{2}+\sqrt{72}-\sqrt{578}$

i. $7\sqrt{3}+\sqrt{48}-\sqrt{768}$

j. $9\sqrt{5}-\sqrt{125}+\sqrt{720}$

Penyelesaian:

a. $\sqrt{112}=4\sqrt{7}$

b. $\sqrt{216}=6\sqrt{6}$

c. $\sqrt{605}=11\sqrt{5}$

d. $\sqrt{800}=20\sqrt{2}$

e. $\sqrt{5.000}=50\sqrt{2}$

f. $\sqrt{0,000121}=11\times 10^{-3}$

g. $\sqrt{0,00000324}=18\times 10^{-4}$

h. $9\sqrt{2}+\sqrt{72}-\sqrt{578}=-2\sqrt{2}$

i. $7\sqrt{3}+\sqrt{48}-\sqrt{768}=-5\sqrt{3}$

j. $9\sqrt{5}-\sqrt{125}+\sqrt{720}=16\sqrt{5}$

14. Pak Asep memiliki sebuah kolam renang berbentuk silinder di belakang rumahnya. Diameter kolam tersebut adalah $14\sqrt{3}$ meter dengan kedalaman $150\sqrt{2}$ cm. Apabila Pak Asep ingin mengisi kolam tersebut sampai penuh, berapa liter air yang dibutuhkan oleh Pak Asep? Tuliskan jawabanmu dalam bentuk perpangkatan paling sederhana.

Penyelesaian:

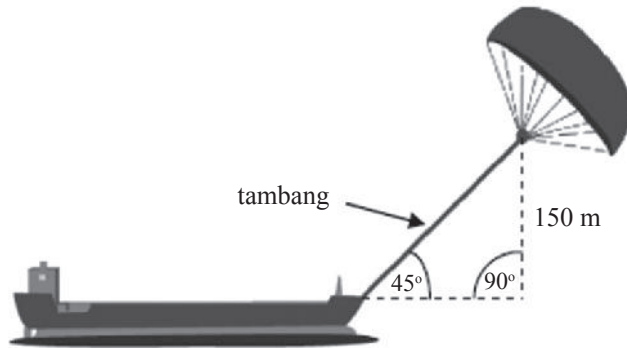
$r=7\sqrt{3}\text{ meter}=70\sqrt{3}\text{ dm}$

$t=150\sqrt{2}\text{ cm}=15\sqrt{2}\text{ dm}$

$$\begin{aligned}\text{Volume } &= \pi\times r^2\times t\\ &= \frac{22}{7}\times\left(70\sqrt{3}\right)^2\times 15\sqrt{2}\\ &= \frac{22}{7}\times 14.700\times 15\sqrt{2}\\ &= 693.000\sqrt{2}\text{ dm}^3\\ &= 693.000\sqrt{2}\text{ liter}\end{aligned}$$

Jadi, air yang dibutuhkan Pak Asep adalah $693.000\sqrt{2}$ liter.

15. Sebuah kapal tenaga angin seperti gambar di bawah. Perkirakan panjang tali layar agar menarik kapal pada sudut 45° dan ketinggian layar 150 m.

    (*Soal PISA 2012*)

Penyelesaian: $150\sqrt{2}$

Petunjuk: gunakan konsep segitiga sama kaki dan theorema phytagoras

Latihan 1.5

1. **Tantangan**. Hikmah membeli *flashdisk* berkapasitas 16 GB dengan kapasitas yang dapat digunakan 95%. Berapa *byte* kapasitas *flashdisk* yang bisa digunakan?

Sumber: Dokumen Kemdikbud
Gambar 1.23 Flashdisk

Penyelesaian:

$$16 \text{ GB} \times \frac{95}{100} = 16 \times 10^9 \text{ B} \times \frac{95}{100} = 16 \times 95 \times 10^7 \text{ B} = 1,52 \times 10^{10} \text{ byte}$$

2. Tentukan jawaban kamu dalam bentuk baku. Beri penjelasan singkat bagaimana kamu mendapatkan jawaban tersebut.

    a. $10,5 \times 10^3$

    b. $1,5 \times 10^{-5}$

    c. 7.125×10^{-16}

    d. $0,455 \times 10^{-6}$

    e. 5×10^{12}

Penyelesaian:

a. $1,05 \times 10^4$

b. $1,5 \times 10^{-5}$

c. $7,125 \times 10^{-13}$

d. $4,55 \times 10^{-7}$

e. 5×10^{12}

3. Tuliskan bilangan berikut dalam bentuk biasa.

a. 7×10^3

b. $2,7 \times 10^{-12}$

c. $3,25 \times 10^5$

d. $9,95 \times 10^{15}$

e. $3,1 \times 10^3$

Penyelesaian:

a. 7.000

b. 0,0000000000027

c. 325.000

d. 9.950.000.000.000.000

e. 3.100

4. Tuliskan bilangan berikut dalam bentuk baku.

a. 0,00000056

b. 120.000.000.000

c. 1.000.000.000.000.000

d. 880

e. 0,000123

Penyelesaian:

a. $5,6 \times 10^{-7}$

b. $1,2 \times 10^{11}$

c. 10^{15}

d. $8,8 \times 10^2$

e. $1,23 \times 10^{-4}$

5. Sederhanakan bilangan berikut dan tuliskan jawabanmu dalam bentuk baku.

a. $(5 \times 10^2) \times (3 \times 10^2)$

b. $(7,2 \times 10^{-3}) \times (4 \times 10^5)$

c. $(5,25 \times 10^6) \times (10^{-12})$

d. $\dfrac{\left(1,25 \times 10^{16}\right)}{5 \times 10^6}$

e. $\dfrac{1,6 \times 10^{-3}}{2 \times 10^4}$

Penyelesaian:

a. $1,5 \times 10^5$

b. $2,88 \times 10^3$

c. $5,25 \times 10^{-6}$

d. $2,5 \times 10^9$

e. 8×10^{-8}

6. **Analisis Kesalahan**. Jelaskan dan perbaiki kesalahan dalam penulisan bilangan bentuk baku berikut.

   a. $125.000.000 = 12,5 \times 10^7$

   b. $0,0000055 = 5,5 \times 10^6$

   c. $1,3 \times 10^{-4} = 13.000$

   Penyelesaian:

   a. $125.000.000 = 1,25 \times 10^8$

   b. $0,0000055 = 5,5 \times 10^{-6}$

   c. $1,3 \times 10^{-4} = 0,00013$

7. Massa planet Jupiter adalah $1,9 \times 10^{22}$ kg, sedangkan massa planet Bumi adalah 30% dari Jupiter. Berapakah massa planet Bumi? Tuliskan jawabanmu dalam bentuk baku atau notasi ilmiah.

Sumber: www.teknologi.news.viva.co.id
Gambar 1.24 Planet Jupiter

   Penyelesaian:

   Massa planet bumi = $\frac{30}{100} \times 1,9 \times 10^{22} = 5,7 \times 10^{21}$ kg

8. Massa Bumi adalah 5.972.190.000.000.000.000.000 kg. Tuliskan dalam bentuk baku.

   Penyelesaian:

   5.972.190.000.000.000.000.000 = $5,97219 \times 10^{21}$

Sumber: www.tsumasaga.wordpress.com
Gambar 1.25 Planet Bumi

9. **Tantangan**. Lihatlah soal nomor 1. Berapakah kisaran harga memori yang dapat digunakan tiap *byte*? Tuliskan jawabanmu dalam bentuk baku.

Penyelesaian:

Harga flashdisk disesuaikan oleh guru sesuai keadaan pada saat pembelajaran berlangsung. Misalkan harga flashdisk saat ini Rp85.000,00.

$\frac{\text{Rp}85.000}{1,52 \times 10^{10}}$ per *byte* = Rp 5,592 × 10^{-6} per byte

10. Budi sedang melakukan percobaan di laboratorium dengan menggunakan mikroskop. Mikroskop yang digunakan dapat mengamati suatu organisme menjadi 1.000 kali lebih besar dari ukuran sebenarnya. Bakteri yang diamati oleh Budi memiliki diameter dengan ukuran 5×10^{-5} milimeter. Berapa diameter bakteri yang terlihat pada mikroskop (dalam cm)? Tuliskan jawabanmu dalam bentuk notasi ilmiah.

    Penyelesaian: 5×10^{-3} cm

Uji Kompetensi 1 Perpangkatan dan Bentuk Akar

1. Dapatkan hasil dari operasi perpangkatan berikut ini.

$$\frac{64^2 + 16^3}{4^5}$$

   Penyelesaian: 8

2. Dapatkan bentuk perpangkatan yang ekivalen dengan bilangan di bawah ini. (Jawaban dapat lebih dari satu bentuk perpangkatan).

   a. $\sqrt[2]{8}$ b. $\sqrt[3]{27}$

   Penyelesaian:

   a. $2\sqrt[2]{2} = 2^{\frac{3}{2}}$ b. $3 = \sqrt{9}$

3. Diketahui $\frac{\left(x^{n-1}y^{n}\right)^{3}}{x^{2n}y^{6+n}}$ senilai dengan $x^a y^b$. Tentukan nilai $\frac{b}{a}$.

   Penyelesaian: 2

4. Sederhanakan operasi perpangkatan berikut ini.

a. $y^3 \times (3y)^2$

b. $\sqrt{b}2y^5 \times b^3 6y^2$

c. $(tn^3)^4 \times 4t^3$

d. $(2x^3) \times 3(x^2y^2)^3 \times 5y^4$

Penyelesaian:

a. $9y^5$

b. $12y^7b^{\frac{7}{2}}$

c. $4t^7\ n^{12}$

d. $30 \times x^9 \times y^{10}$

5. Tuliskan bilangan di bawah ini dalam notasi ilmiah.

a. 0,00000056

b. 2.500.000

c. 0,98

d. 10.000.000.000.000

Penyelesaian:

a. $5{,}6 \times 10^{-17}$

b. $2{,}5 \times 10^6$

c. $9{,}8\ 10^{-1}$

d. 10^{13}

6. Hitung hasil perpangkatan berikut ini. Tuliskan jawabanmu dalam notasi ilmiah.

a. 12×2^3

b. $7{,}27 \times 10^2 - 0{,}5 \times 10^3$

c. $(8{,}32 \times 10^4) : (4 \times 10^{-6})$

d. $3{,}7 \times 10^3 \times 5{,}2 \times 10^{-3}$

Penyelesaian:

a. $9{,}6 \times 10$

b. $2{,}27 \times 10^2$

c. $2{,}08 \times 10^{10}$

d. $1{,}924 \times 10$

7. Diberikan $x = 24$ dan $y = 54$. Tentukan hasil operasi di bawah ini. Tuliskan jawabanmu dalam bentuk perpangkatan yang paling sederhana.

a. $x \times y$

b. $\dfrac{x}{y}$

Penyelesaian:

a. $2^4 \times 3^4$

b. $2^2 \times 3^{-2}$

8. Berapakah hasil operasi perpangkatan $492^5 - 246^5$?

Penyelesaian: $31 \times (246^5)$

9. Berapa banyak detik dalam kurun waktu 60.000 tahun? Tuliskan hasilnya dalam notasi ilmiah.

   Penyelesaian: $1{,}89 \times 10^{12}$ detik

10. Tuliskan hasil operasi perpangkatan berikut ini.

    a. -8×2^6 c. $\dfrac{16}{2^4}$

    b. $5^4 \times 50$ d. $\dfrac{98}{7^3}$

    Penyelesaian:

    a. $-2^9 = -512$ c. 1

    b. $2 \times 5^6 = 31.250$ d. $\dfrac{2}{7}$

11. **Tantangan**. Pada acara lomba 17 Agustusan di SMPN 1 Taman, diadakan lomba mengisi air dalam wadah berbentuk kerucut dengan melewati perjalanan sejauh 5 m. Pada pengambilan awal, tiap peserta mengisi setiap wadah secara penuh. Setiap meter yang ditempuh maka air akan

Sumber: Dokumen Kemdikbud

berkurang sebanyak $\dfrac{1}{10}$ bagian. Berapakah air yang terkumpul dalam satu kali perjalanan? (ukuran wadah: diameter = 10 cm dengan tinggi 12 cm. $V_{kerucut} = \dfrac{1}{3}$ $\pi r^2 t$).

Penyelesaian:

$$V_{awal} = \frac{1}{3}\pi r^2 t = \frac{1}{3}\pi(100)(12) = 400\pi$$

Maka

$$V_{akhir} = \left(\frac{90}{100}\right)^5 V_{awal} = (0{,}9)^5 \times 400\pi = 9^5 \times 4\pi \times 10^{-3}$$

12. Urutkan bilangan berikut ini, dari yang terbesar ke terkecil.

    a. 7 d. $0{,}98 \times 10^4$

    b. 0,89 e. 0,0045

    c. $5{,}2 \times 10^3$ f. 1.000

    Penyelesaian: d-c-f-a-b-e

13. Cahaya bergerak dengan kecepatan 3×10^8 m/detik. Berapa jauh cahaya bergerak dalam satu tahun? Tuliskan hasilnya dalam notasi ilmiah.

Penyelesaian: $9{,}46 \times 10^{15}$ meter

14. Tuliskan hasil perpangkatan berikut ini.

a. $\frac{1}{2}\left(6^3 - 4^2\right)$

b. $8 + 3 \times (-3)^4$

c. $(6^4 - 4^4) : 3$

d. $\left(\frac{1}{4}\right)^4 \times \left(-\frac{1}{16}\right)^2$

Penyelesaian:

a. 100

b. 251

c. 1.040 : 3

d. $\frac{1}{65.536}$

15. Dapatkan nilai n dari persamaan berikut ini.

a. $3^n = 243$

b. $2^{n+1} = \frac{1}{16}$

c. $4^n = (-2)^0$

d. $48 : 3 = n^4$

Penyelesaian:

a. $n = 5$

b. $n = -5$

c. $n = 0$

d. $n = 2$

16. Satu karung yang berisi beras memiliki massa 50 kg. Andaikan tiap-tiap butir beras yang terdapat dalam karung tersebut memiliki massa yang sama, yaitu $2{,}5 \times 10^{-2}$ gram. Berapakah banyak butir beras dalam karung tersebut? Tuliskan jawabanmu dalam bentuk perpangkatan paling sederhana.

Penyelesaian: $\frac{5 \times 10^4}{2{,}5 \times 10^{-2}} = 2 \times 10^6$ butir beras

17. Seluruh planet yang ada dalam tata surya melakukan gerakan revolusi mengelilingi matahari. Planet Neptunus memerlukan waktu sekitar $2,5 \times 10^2$ tahun untuk mengelilingi matahari dalam satu putaran penuh. Matahari memerlukan waktu selama $2,25 \times 10^8$ tahun untuk mengelilingi pusat Galaksi Bimasakti dalam satu putaran penuh. Berapa banyak revolusi yang dilakukan oleh Planet Neptunus dalam mengelilingi matahari ketika matahari menyelesaikan gerakan mengelilingi pusat Galaksi Bimasakti dalam satu putaran penuh?

    Penyelesaian: 9×10^5 putaran/revolusi

18. Setiap jantung manusia rata-rata memompa sekitar 7×10^{-2} liter darah dalam setiap detak jantung. Dalam tiap menitnya, rata-rata jantung manusia berdetak 70 kali. Berapa liter darah yang dipompa oleh jantung manusia dalam waktu 1 tahun (1 tahun = 365 hari)? Tuliskan jawabanmu dalam notasi ilmiah, bulatkan sampai 2 tempat desimal.

    Penyelesaian: $2,57 \times 10^6$ liter

19. Nyatakan pernyataan matematika berikut sebagai pernyataan Benar (B) atau Salah (S). Berikan alasanmu.

    a. $\frac{6^3}{6^3} = 0$

    b. $(2 \times 6)^5 = 2^5 \times 6^5$

    c. $\left(\frac{2}{5}\right)^7 = \frac{2^7}{5^{-7}}$

    d. $4^3 \times 4^7 = 2^{20}$

    Penyelesaian:

    a. S

    b. B

    c. S

    d. B

20. Sederhanakan bentuk di bawah ini.

a. $\left(\frac{a^5b^3c^3}{4bc}\right) \times \left(\frac{8ac}{3bc^{-3}}\right)$

b. $2m^0 \times m^{\frac{2}{3}}$

c. $m^3 + \frac{4}{m^{-3}}$

Penyelesaian:

a. $\frac{2}{3}a^6bc^6$

b. $2m^{\frac{2}{3}}$

c. $5m^3$

21. Diberikan $x = 27$ dan $y = 63$. Tentukan hasil dari operasi di bawah ini. Tuliskan jawabanmu dalam bentuk bilangan berpangkat paling sederhana.

a. x^3y

b. $\frac{x}{\sqrt{y}}$

Penyelesaian:

a. 7×3^{11}

b. $\frac{9}{7}\sqrt{7}$

22. Tuliskan dalam bentuk pangkat paling sederhana.

a. $\frac{243}{20}$

b. $\frac{500}{9}$

c. $\frac{50}{625}$

d. $\frac{49}{686}$

Penyelesaian:

a. $\dfrac{3^5}{2^2 5}$

b. $\left(\dfrac{5}{3}\right)^2 \times 20$

c. 2×5^{-2}

d. $\dfrac{1}{14}$

23. Perhatikan tabel berikut ini.

Satuan Panjang	Panjang (dalam meter)
Kilometer	10^3
Hektometer	10^2
Dekameter	10^1
Meter	1
Desimeter	10^{-1}
Sentimeter	10^{-2}
Milimeter	10^{-3}
Mikrometer	10^{-6}
Nanometer	10^{-9}

Dengan menggunakan tabel di atas, isilah titik-titik di bawah ini (nyatakan dalam bentuk perpangkatan)

a. 1 hektometer = ... millimeter

b. 1 kilometer = ... sentimeter

c. 1 dekameter = ... mikrometer

d. 1 desimeter = ... nanometer

Penyelesaian:

a. 10^{-5}

b. 10^{-5}

c. 10^{-7}

d. 10^{-8}

24. Perhatikan tabel unsur-unsur kimia beserta jari-jari atomnya berikut ini. Semua pengukuran dituliskan dalam satuan nanometer.

Nama Unsur	Jari-jari Atom
Magnesium	$1,44 \times 10^5$
Oksigen	$4,8 \times 10^4$
Pospor	$9,6 \times 10^4$
Kalsium	$1,92 \times 10^5$
Barium	$2,4 \times 10^5$

a. Apakah jari-jari atom Pospor lebih panjang daripada jari-jari atom Magnesium?

b. Unsur apa yang memiliki jari-jari atom terbesar dan terkecil?

c. Berapa kalikah panjang jari-jari atom Barium jika dibandingkan dengan jari-jari atom Oksigen?

d. Berapa kalikah panjang jari-jari atom Kalsium jika dibandingkan dengan jari-jari atom Pospor?

Penyelesaian:

a. Tidak

b. Terbesar adalah barium, terkecil adalah oksigen

c. 5 kali

d. 2 kali

25. Misalkan diperoleh data bahwa rata-rata penduduk Indonesia menghasilkan 2,5 liter sampah per hari. Jika diasumsikan total penduduk Indonesia adalah 250 juta jiwa, berapa meter kubik sampah yang dihasilkan oleh seluruh penduduk Indonesia dalam kurun waktu 1 bulan (30 hari)? (1 liter = 1 dm^3)

    Penyelesaian: $2,5 \times 250 \times 10^6 \times 30 \times 10^{-3} = 1,875 \times 10^7$ m^3

K. Kegiatan Proyek

Dalam buku bab ini disediakan 2 tugas. Guru menginformasikan kepada siswa tentang deskripsi tugas proyek untuk Bab I ini di awal pertemuan atau pertengahan pembelajaran Bab I ini.

Tugas Proyek dikerjakan secara berkelompok. Waktu yang diberikan untuk menyelesaikan proyek kurang lebih 1 pekan. Hasil pengerjaan proyek ini dipresentasikan di akhir pertemuan Bab I, sebelum atau sesudah Ulangan Harian.

1. Seorang ayah memberikan sebuah tantangan kepada anaknya untuk menghitung jumlah uang koin yang diperlukan untuk memenuhi papan catur. Pada kotak pertama diberi 1 uang koin, kotak kedua 2 uang koin, 4 uang koin untuk kotak ketiga, 8 koin untuk kotak keempat demikian berlanjut sampai memenuhi 64 kotak.
    a. Bantu anak tersebut menentukan susunan banyak koin pada tiap-tiap kotak papan catur tersebut. Nyatakan dalam bentuk perpangkatan.
    b. Jika berat tiap-tiap uang koin adalah 16 gr, hitunglah berat uang koin pada tiap-tiap kotak. Nyatakan dalam bentuk perpangkatan.
    c. Susunlah penyelesaian nomor a dan b dalam satu tabel.
    d. Banyak uang yang harus dikeluarkan untuk memenuhi papan catur, jika uang koin yang digunakan adalah Rp200,00, berapa rupiah uang yang diperlukan untuk memenuhi semua kotak?
2. Gunakan akses internet untuk mendapatkan populasi penduduk di 5 negara dengan penduduk terpadat di dunia.

a. Nyatakan jumlah tiap-tiap populasi penduduk tersebut dalam bentuk notasi ilmiah/bentuk baku.
b. Carilah luas wilayah di negara tersebut. Selanjutnya hitunglah kepadatan penduduk tiap-tiap negara. Nyatakan jawabanmu dalam bentuk baku.
c. Melalui cara yang sama, carilah informasi tentang pertumbuhan penduduk tiap tahunnya. Selanjutnya perkirakan jumlah penduduk 10 tahun ke depan di tiap-tiap negara tersebut.
d. Dari informasi yang kamu dapatkan pada butir c, hitunglah kepadatan penduduk 10 tahun ke depan.

Bab II Persamaan dan Fungsi Kuadrat

A. Pengantar

Bab 2, ini berisi materi Persamaan dan Fungsi Kuadrat yang disajikan dalam empat subbab yaitu:

- Persamaan Kuadrat.
- Grafik Fungsi Kuadrat.
- Sumbu Simetri dan Nilai Optimum.
- Menentukan Fungsi Kuadrat.
- Aplikasi Fungsi Kuadrat.

Guru sebisa mungkin mengarahkan siswa untuk menemukan konsep mengenai persamaan dan fungsi kuadrat melalui kegiatan-kegiatan yang disajikan dalam Buku Siswa. Guru juga harus mengupayakan adanya internalisasi KI-1 dan KI-2 dalam kegiatan pembelajaran.

B. Kompetensi Inti (KI) dan Kompetensi Dasar (KD)

Berikut ini adalah KI, KD dan Indikator Pencapaian Kompetensi Bab 2 Persamaan dan Fungsi Kuadrat. KI dan KD ini berdasarkan revisi KI dan KD pada tanggal 21 Oktober 2015 sedangkan indikator yang tercantum pada buku ini dapat dikembangkan lagi oleh guru.

Tabel 1.1. KI, KD dan Indikator Pencapaian Kompetensi Bab 2

Kompetensi Inti	1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya. 2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya. 3. Memahami dan menerapkan pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata. 4. Mengolah, menyaji, dan menalardalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.
Kompetensi Dasar	3.2 Menjelaskan persamaan kuadrat dan karakteristiknya berdasarkan akar-akarnya serta cara penyelesaiannya. 3.3 Menjelaskan fungsi kuadrat dengan menggunakan tabel, persamaan, dan grafik. 3.4 Menjelaskan hubungan antara koefisien dan diskriminan fungsi kuadrat dengan grafiknya. 4.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan kuadrat. 4.3 Menyajikan fungsi kuadrat menggunakan tabel, persamaan, dan grafik. 4.4 Menyajikan dan menyelesaikan masalah kontekstual dengan menggunakan sifat-sifat fungsi kuadrat.

Indikator Pencapaian Kompetensi Dasar 3.2	
3.2.1	Menentukan akar persamaan kuadrat dengan memfaktorkan.
3.2.2	Mengidentifikasi jumlah dan hasil kali akar-akar dari persamaan kuadrat berdasarkan koefisien-koefisiennya.
3.2.3	Menentukan akar persamaan kuadrat dengan melengkapkan kuadrat sempurna.
3.2.4	Menentukan akar persamaan kuadrat dengan menggunakan rumus kuadratik (rumus abc).
3.2.5	Mengidentifikasi karakteristik dari penyelesaian persamaan kuadrat dengan melihat nilai Diskriminannya.
Indikator Pencapaian Kompetensi Dasar 3.3	
3.3.1	Menentukan nilai optimum dari fungsi kuadrat.
3.3.2	Membuat sketsa garfik fungsi kuadrat.
Indikator Pencapaian Kompetensi Dasar 3.4	
3.4.1	Menjelaskan pengaruh dari koefisien x^2 pada fungsi kuadrat $f(x)$ terhadap karakteristik dari grafik fungsi $f(x)$.
3.4.2	Mengidentifikasi sumbu simetri dari grafik fungsi kuadrat $f(x)$ dengan memperhatikan nilai dari koefisien x^2 dan x.
3.4.3	Menjelaskan hubungan antara nilai diskriminan dan titik potong grafik fungsi kuadrat terhadap sumbu-x.
Indikator Pencapaian Kompetensi Dasar 4.2	
4.2.1	Menyajikan masalah kontekstual dalam bentuk persamaan kuadrat.
4.2.2	Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan persamaan kuadrat.
Indikator Pencapaian Kompetensi Dasar 4.3	
4.3.1	Menentukan fungsi kuadrat jika sudah diketahui grafiknya.
4.3.2	Menentukan fungsi kuadrat jika diketahui titik puncak, titik potong, sumbu simetri atau beberapa titik pada persamaan kuadrat.

Indikator Pencapaian Kompetensi Dasar 4.4	
4.4.1	Menyajikan masalah kontekstual dalam bentuk fungsi kuadrat.
4.4.2	Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan fungsi kuadrat.

C. Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari materi pada Bab 2 ini, siswa diharapkan dapat:

3.2.1 Menentukan akar persamaan kuadrat dengan memfaktorkan, jika diberikan persamaan kuadrat dan dikerjakan secara teliti.

3.2.2 Mengidentifikasi jumlah dan hasil kali akar-akar dari persamaan kuadrat berdasarkan koefisien-koefisiennya, jika diberikan persamaan kuadrat dan dikerjakan secara teliti.

3.2.3 Menentukan akar persamaan kuadrat dengan melengkapkan kuadrat sempurna, jika diberikan persamaan kuadrat dan dikerjakan secara teliti.

3.2.4 Menentukan akar persamaan kuadrat dengan menggunakan rumus kuadratik (rumus abc), jika diberikan persamaan kuadrat dengan teliti.

3.2.5 Mengidentifikasi karakteristik dari penyelesaian persamaan kuadrat dengan melihat nilai diskriminannya, jika diberikan persamaan kuadrat dan dikerjakan secara teliti.

3.3.1 Menentukan nilai optimum dari fungsi kuadrat, jika diberikan fungsi kuadrat dan dikerjakan secara teliti.

3.3.2 Membuat sketsa garfik fungsi kuadrat, jika diberikan fungsi kuadrat dan dikerjakan secara teliti.

3.4.1 Menjelaskan pengaruh dari koefisien x^2 pada fungsi kuadrat $f(x)$ terhadap karakteristik dari grafik fungsi $f(x)$, jika diberikan fungsi kuadrat dan dikerjakan secara teliti.

3.4.2 Mengidentifikasi sumbu simetri dari grafik fungsi kuadrat $f(x)$ dengan memperhatikan nilai dari koefisien x^2 dan x, jika diberikan fungsi kuadrat dan dikerjakan secara teliti.

3.4.3 Menjelaskan hubungan antara nilai diskriminan dan titik potong grafik fungsi kuadrat terhadap sumbu-x, jika diberikan fungsi kuadrat dan dikerjakan secara teliti.

4.2.1 Menyajikan masalah kontekstual dalam bentuk persamaan kuadrat, jika diberikan masalah kontekstual dan dikerjakan secara teliti.

Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan persamaan kuadrat, jika diberikan masalah kontekstual dan dikerjakan secara teliti.

4.3.1 Menentukan fungsi kuadrat jika sudah diketahui grafiknya, jika diberikan fungsi kuadrat dan dikerjakan secara teliti.

4.3.2 Menentukan fungsi kuadrat jika diketahui titik puncak, titik potong, sumbu simetri atau beberapa titik pada persamaan kuadrat, jika diberikan fungsi kuadrat dan dikerjakan secara teliti.

4.4.1 Menyajikan masalah kontekstual dalam bentuk fungsi kuadrat, jika diberikan fungsi kontekstual dan dikerjakan secara teliti.

4.4.2 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan fungsi kuadrat, jika diberikan fungsi kontekstual dan dikerjakan secara teliti.

D. Materi Pembelajaran dan Alokasi Waktu

Pembelajaran dan penilaian Bab 4 ini memerlukan waktu 20 jam pelajaran (JP) atau 8 kali tatap muka (TM), dengan asumsi 5 JP/minggu diorganisasikan menjadi dua kali TM, yaitu 3 JP dan 2 JP. Pembagian 20 JP tersebut adalah sebagai berikut:

Tabel 1.2. Materi Pembelajaran dan Alokasi Waktu

Materi	Alokasi Waktu
Persamaan Kuadrat	3 JP
Grafik Fungsi Kuadrat	2 JP
Sumbu Simetri dan Nilai Optimum	3 JP
Menentukan Fungsi Kuadrat	2 JP
Aplikasi Fungsi Kuadrat	3 JP
Tes Tulis (Ulangan Harian) dan Pembahasan	2 JP

E. Materi Esensial

Materi Esensi 2.1 Persamaan Kuadrat

Persamaan kuadrat satu variabel adalah suatu persamaan yang pangkat tertingginya dua. Secara umum, bentuk persamaan kuadrat adalah $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$ dengan $\boldsymbol{a \neq 0}$, $\boldsymbol{a, b, c \in R}$. Konstanta $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ pada persamaan ini disebut sebagai koefisien. Beberapa contoh persamaan kuadrat yaitu: $3x^2 - 7x + 5 = 0$, $x^2 - x + 12 = 0$, $x^2 - 9 = 0$, $2x(x - 7) = 0$ dan lainnya.

Akar persamaan kuadrat dari $ax^2 + bx + c = 0$ adalah nilai x yang memenuhi persamaan tersebut. Cara menentukan akar persamaan kuadrat ada tiga cara, yaitu:

(1) Memfaktorkan

(2) Melengkapi Kuadrat Sempurna

(3) Rumus Kuadratik (Rumus abc)

Dalam hal ini rumus kuadratik (Rumus abc) adalah

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Karakteristik dari akar-akar persamaan kuadrat dapat dilihat dari koefisen persamaannya. Berikut karakteristik-karakteristik dari persamaan kuadrat berdasarkan koefisien-koefisien persamaan kuadratnya:

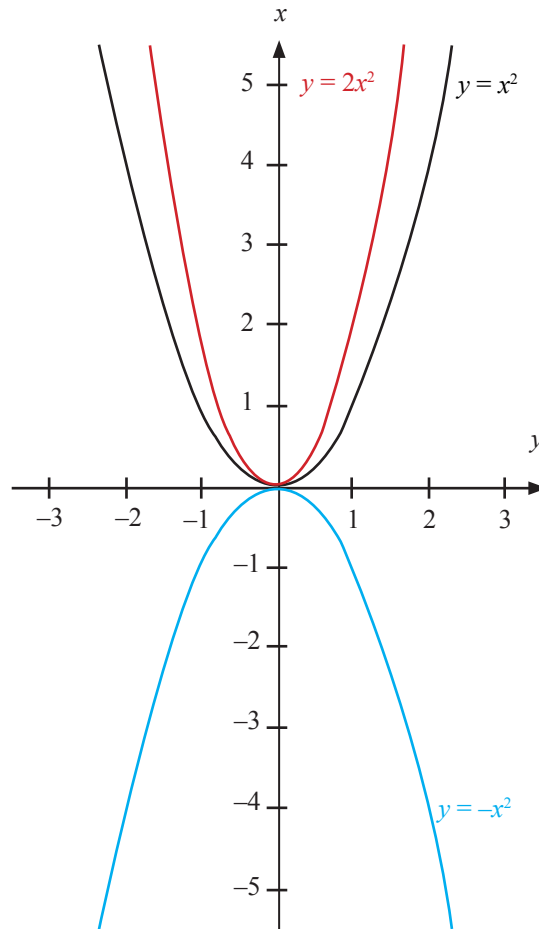
- Jika x_1 dan x_2 merupakan akar-akar dari persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ maka

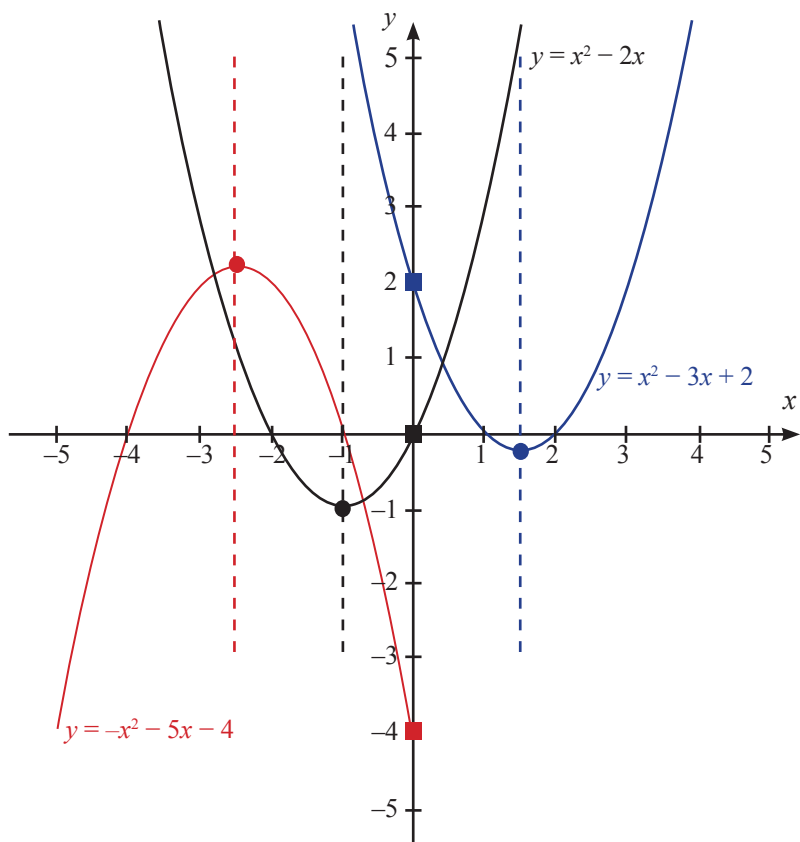
  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ dan $x_1\, x_2 = \frac{c}{a}$.

- Misal suatu persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dengan nilai diskriminannya adalah $D = b^2 - 4ac$ maka untuk $D < 0$ persamaan kuadrat tidak mempunyai akar-akar, $D = 0$ persamaan kuadrat mempunyai akar-akar kembar, $D > 0$ persamaan kuadrat mempunyai dua akar berbeda.

Materi Esensi 2.2

Grafik Fungsi Kuadrat

Fungsi kuadrat merupakan fungsi yang berbentuk $y = ax^2 + bx + c$, dengan $a \neq 0$. Grafik dari fungsi kuadrat menyerupai parabola, sehingga dapat dikatakan juga sebagai fungsi parabola.

Gambar Perbandingan Grafik fungsi kuadrat $y = x^2$, $y = -x^2$ dan $y = 2x^2$

Nilai a pada fungsi $y = ax^2 + bx + c$ akan mempengaruhi bentuk grafiknya. Jika a positif maka grafiknya akan terbuka ke atas. Sebaliknya jika a negatif maka grafiknya akan terbuka ke bawah. Jika nilai a semakin besar maka grafiknya menjadi lebih "kurus".

Gambar Perbandingan Grafik fungsi kuadrat $y = x^2 + 2x$, $y = x^2 - 3x + 2$ dan $y = -x^2 - 5x - 4$

Garis putus-putus pada gambar di atas menerupakan sumbu simetri. Koordinat yang ditandai dengan bulatan merupakan titik puncak sedangkan koordinat yang ditandai dengan persegi merupakan titik potong dengan sumbu-y.

Nilai b pada grafik $y = ax^2 + bx + c$ menunjukkan letak koordinat titik puncak dan sumbu simetri (titik puncak dan sumbu simetri dibahas lebih lanjut pada subbab selanjutnya). Jika $a > 0$, grafik $y = ax^2 + bx + c$ memiliki titik puncak minimum. Jika $a < 0$, grafik $y = ax^2 + bx + c$ memiliki titik puncak maksimum.

Nilai c pada grafik $y = ax^2 + bx + c$ menunjukkan titik perpotongan grafik fungsi kuadrat tersebut dengan sumbu-y, yakni pada koordinat $(0, c)$.

Materi Esensi 2.3 Menentukan Sumbu Simetri dan Titik Optimum

Fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ mempunyai sumbu simetri

$$x = -\frac{b}{a}$$

Dengan nilai optimumnya adalah

$$y_0 = -\frac{D}{4a}$$

Langkah-langkah mensketsa grafik fungsi kuadrat:

Langkah 1. Menentukan bentuk parabola (terbuka ke atas atau ke bawah).

Langkah 2. Menentukan perpotongan grafik terhadap sumbu-x; yaitu, koordinat titik potongnya adalah $(x_1, 0)$ yang memenuhi persamaan

$$f(x_1) = 0$$

Langkah 3. Menentukan perpotongan grafik terhadap sumbu-y; yaitu, koordinat titik potongnya adalah $(0, y_1)$ dengan y_1 didapatkan berdasarkan persamaan

$$y_1 = f(0)$$

Langkah 4. Menentukan sumbu simetri dan nilai optimum dari grafik fungsi.

Langkah 5. Mensketsa grafik fungsi kuadrat berdasarkan langkah (1), (2), (3), dan (4).

Materi Esensi 2.4 Menentukan Fungsi Kuadrat

Untuk menentukan fungsi kuadrat diperlukan beberapa informasi, di antaranya sebagai berikut.

1. Beberapa titik koordinat yang dilalui fungsi kuadrat tersebut.
2. Titik potong fungsi kuadrat tersebut di sumbu-x.
3. Titik potong fungsi kuadrat tersebut di sumbu-y.
4. Titik puncak dan sumbu simetri.

Langkah pertama untuk mendapatkannya adalah dengan memisalkan fungsi kuadrat tersebut dengan $f(x) = ax^2 + bx + c$. Berikut ini adalah langkah selanjutnya berdasarkan informasi-informasi di atas.

1. Jika diketahui beberapa titik koordinat yang lain.

   Jika fungsi kuadrat tersebut melalui koordinat (p, q), maka diperoleh $f(p) = q$.

2. Jika diketahui titik potong fungsi kuadrat tersebut di sumbu-x.

   Jika fungsi kuadrat memotong sumbu-x di $(p, 0)$ dan $(q, 0)$ maka fungsi kuadrat tersebut dapat dituliskan menjadi $f(x) = a(x - p)(x - q)$.

3. Jika diketahui titik potong fungsi kuadrat tersebut di sumbu-y.

   Jika fungsi kuadrat memotong sumbu-y di $(0, r)$ maka diperoleh

   $$f(0) = r$$

   Dengan mensubstitusikan nilai 0 pada $f(x)$ diperoleh

   $$f(0) = a(0)^2 + b(0) + c = c.$$

   Sehingga diperoleh $c = r$.

4. Jika diketahui titik puncak dan sumbu simetri.

   Jika fungsi kuadrat kuadrat tersebut memiliki titik puncak di (s, t) maka diperoleh sumbu simetri fungsi kuadrat tersebut adalah garis

   $$x = s$$

Selanjutnya jika diketahui fungsi kuadrat tersebut melalui (e, d) maka dengan menggunakan sifat simetri diperoleh titik koordinat yang lain hasil pencerminan koordinat (e, d) terhadap garis $x = s$.

Materi Esensi 2.5 Aplikasi Fungsi Kuadrat

Berikut langkah-langkah untuk menyelesaikan masalah optimalisasi fungsi kuadrat.

Langkah 1. Tentukan variabel yang akan dioptimalisasi yaitu y dan variabel yang bebas yaitu x.

Langkah 2. Jika model $y = ax^2 + bx + c$ tidak diketahui maka bentuklah model $y = ax^2 + bx + c$ dari permasalahan.

Langkah 3. Tentukan nilai optimum dari model yang didapatkan pada Langkah 2.

F. Kegiatan Pembelajaran

Guru dapat menerapkan pembelajaran *Inquiry*, *Discovery Learning*, atau pun *Problem Based Learning* (PBL) dan pembelajaran kooperatif yang prosesnya berbasis pendekatan scientific dan pendekatan kontekstual pada pembelajaran Bab Persamaan dan Fungsi Kuadrat ini. Dalam pembelajaran guru sangat diharapkan selalu menginternalisasi nilai-nilai spiritual dan nilai-nilai moral dan sikap yang positif. Misalkan, ketika menjumpai Kegiatan, Contoh Soal, Gambar dan Latihan Soal dan lain-lain dalam Buku Siswa Matematika yang bisa diarahkan untuk menginternalisasi nilai-nilai tersebut, diharapkan guru mampu mengimprovisasi pembelajaran sehingga lebih bermakna, Misalnya dengan diarahkan pada kesadaran kebesaran Tuhan dan nilai-nilai moral dan sikap yang baik.

Materi Bagian I, Persamaan Kuadrat (1 TM, 3JP)

Kegiatan 1 Menentukan Akar Persamaan Kuadrat dengan Memfaktorkan

1. Pendahuluan

   Guru memberikan apersepsi dan motivasi dengan memberikan contoh permasalahan yaitu ajukan pertanyaan berikut ke siswa

   "Berapakah nilai a dan b dengan $a \times b = 0$?".

   Guru mengarahkan bahwa jawabannya adalah $a = 0$ atau $b = 0$. Kemudian, guru memberikan permasalahan lanjutan yaitu mengajukan pertanyaan berikut ke siswa

   "Berapakah nilai x dengan $(x - 1)(x - 2) = 0$?".

   Lalu guru mengarahkan bahwa jawabannya adalah $x = 1$ atau $x = 2$. Selanjutnya, guru menjelaskan bahwa nilai x yang memenuhi persamaan $(x - 1)(x - 2) = 0$ adalah akar-akar dari persamaan tersebut, atau memberikan penjelasan bahwa

   "akar-akar dari persamaan $x^2 - 3x + 2 = 0$ adalah 1 dan 2 atau penyelesaian dari persamaan $x^2 - 3x + 2 = 0$ adalah $x = 1$ atau $x = 2$".

   Kemudian guru menjelaskan bahwa pada bagian ini akan dipelajari cara membentuk $x^2 - 3x + 2$ menjadi $(x - 1)(x - 2)$ atau dalam hal ini memfaktorkan $x^2 - 3x + 2$.

2. Guru meminta siswa mengamati bagian "**Ayo Kita Amati"** dan mengisi bagian kosong pada kegiatan tersebut.

3. Guru menyampaikan kepada siswa untuk mengerjakan pada bagian **“Ayo Kita Mencoba”**.
4. Guru meminta siswa untuk menalar dengan menjawab pertanyaan-pertanyaan pada **“Ayo Kita Menalar”**.
5. Guru meminta siswa untuk mengajukan pertanyaan dengan melakukan perintah yg sesuai dengan **“Ayo Kita Menanya”**.

Inti

Guru mengarahkan siswa untuk mengisi dan menjawab pertanyaan pada bagian di bawah ini. Sebagai petunjuk untuk jawabannya lihat tulisan yang berwarna biru.

Tahap inti dari metode ini adalah memfaktorkan persamaan kuadrat $x^2 + bx + c$ menjadi $(x + p)(x + q)$ atau bisa dituliskan

$$x^2 + bx + \mathrm{c} = (x + p)(x + q)$$

$$x^2 + bx + \mathrm{c} = x^2 + (p + q)x + (p \times q)$$

Jadi, untuk memfaktorkan harus dicari bilangan p dan q sedemikian hingga $b = p + q$ dan $c = p \times q$

Berdasarkan pengamatanmu, maka lakukan pemfaktoran berikut dan tentukan akar-akarnya.

- Persamaan kuadrat: $x^2 + 5x + 6 = 0$

  Didapat $b = 5$ dan $c = 6$, sehingga harus dicari bilangan p dan q sedemikian hingga $p + q = 5$ dan $pq = 6$. Dalam hal ini dilihat syarat $pq = 6$ terlebih dahulu, sehingga pasangan nilai p dan q yang mungkin adalah

p	q	pq	$p + q$
1	6	6	7
2	3	6	5
3	2	6	5
6	1	6	7
–1	–6	6	–7
–2	–3	6	–5
–3	–2	6	–5
–6	–1	6	–7

Kemudian karena juga harus memenuhi $p + q = 5$, maka berdasarkan tabel pada baris kedua didapat $p = 2$ dan $q = 3$ atau berdasarkan pada baris ketiga dituliskan $p = 3$ dan $q = 2$ (dua hasil ini merupakan hasil yang sama). Sehingga didapat pemfaktorannya

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$$

Dengan demikian akar-akarnya adalah $x = –2$ dan $x = –3$

- Persamaan kuadrat: $x^2 + x – 6 = 0$

Didapat $b = 1$ dan $c = –6$, sehingga harus dicari bilangan p dan q sedemikian hingga $p + q = 1$ dan $pq = –6$. Dalam hal ini dilihat syarat $pq = –6$ terlebih dahulu, sehingga pasangan nilai p dan q yang mungkin adalah:

p	q	pq	$p + q$
1	–6	–6	–5
2	–3	–6	–1
3	–2	–6	1
6	–1	–6	5
–1	6	–6	5
–2	3	–6	1
–3	2	–6	–1
–6	1	–6	–5

Kemudian karena juga harus memenuhi $p + q = 1$, maka berdasarkan tabel di atas pada baris ketiga didapat $p = 3$ dan $q = -2$ atau berdasarkan pada baris keenam dituliskan $p = -2$ dan $q = 3$ (dua hasil ini merupakan hasil yang sama). Sehingga didapat pemfaktorannya

$$x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2)$$

Dengan demikian, akar-akarnya adalah $x = -3$ dan $x = 2$

- Persamaan kuadrat : $x^2 - x - 6 = 0$

Didapat $b = -1$ dan $c = -6$, sehingga harus dicari bilangan p dan q sedemikian hingga $p + q = -1$ dan $pq = -6$. Dalam hal ini dilihat syarat $pq = -6$ terlebih dahulu, sehingga pasangan nilai p dan q yang mungkin adalah

p	q	pq	$p + q$
1	–6	–6	–5
2	–3	–6	–1
3	–2	–6	1
6	–1	–6	5
–1	6	–6	5
–2	3	–6	1
–3	2	–6	–1
–6	1	–6	–5

Kemudian karena juga harus memenuhi $p + q = -1$, maka berdasarkan tabel tersebut pada baris kedua didapat $p = 2$ dan $q = -3$ atau berdasarkan pada baris ketujuh dituliskan $p = -3$ dan $q = 2$ (dua hasil ini merupakan hasil yang sama). Sehingga didapat pemfaktorannya

$$x^2 - x - 6 = (x + 2)(x - 3)$$

Dengan demikian, akar-akarnya adalah $x = -2$ dan $x = 3$.

Dengan melakukan kegiatan di atas anda dapat melakukan pemfaktoran dan penyelesaikan persamaan kuadrat. Bagaimana kalau persamaan kuadratnya adalah $x^2 + 2x - 1 = 0$? Bisakah anda menyelesaikannya dengan metode pemfaktoran? Mengapa? Tidak bisa menggunakan metode ini karena sulit menentukan nilai p dan q yaitu yang memenuhi adalah $p = \frac{2+\sqrt{8}}{2}$ dan $p = \frac{2-\sqrt{8}}{2}$. Nilai p dan q seperti ini sangat sulit ditentukan dengan menggunakan sistem coba-coba seperti di atas.

Bagaimana kalau persamaan kuadratnya adalah $2x^2 - 2x - 12 = 0$? Bisakah anda menyelesaikannya dengan metode pemfaktoran? Jelaskan? (Petunjuk: uraikan terlebih dahulu $2x^2 - 2x - 12$ menjadi $2(x^2 - x - 6)$). Tuliskan langkah-langkah menentukan akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dengan menggunakan metode pemfaktoran. Bisa diselesaikan dengan metode diatas yaitu dengan membagi dengan 2 kedua ruas yaitu didapatkan persamaan kuadrat baru $x^2 - x - 6 = 0$. Dengan menggunakan metode pemfaktoran didapat $(x + 2)(x - 3)=0$, sehingga $x = -2$ atau $x = 3$. Melihat cara penyelesaian dari contoh ini, didapat langkah menentukan akar-akar dari persamaan $ax^2 + bx + c = 0$, yaitu bagi kedua ruas dengan a dan kemudian faktorkan dengan cara yang sudah dibahas sebelumnya.

Jumlahan dan Hasil Kali Akar-akar dari Persamaan Kuadrat

Pada langkah penyelesaian persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ (bisa ditulis $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$) menggunakan pemfaktoran harus ditentukan p dan q sedemikian hingga memenuhi

$$x^2 + \frac{b}{a}\text{x} + \frac{c}{a} = (x + p)(x + q)$$

$$x^2 + \frac{b}{a}\text{x} + \frac{c}{a} = x^2 + (p + q)x + (p \times q)$$

Dengan cara ini didapatkan penyelesaiannya adalah $x_1 = -p$ dan $x_2 = -q$ sehingga $x_1 + x_2 = -p - q = -(p + q) = -\frac{b}{a}$ dan $x_1.x_2 = (-p)(-q) = pq = \frac{c}{a}$. Dari uraian ini didapat rumus untuk menentukan jumlah dan hasil kali akar persamaan kuadrat.

Terkait dengan fokus perhatian di atas, buatlah suatu persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dengan a, b, dan c tertentu (kalian tentukan sendiri). Dan tanyakan pada teman sebangkumu apakah persamaan yang kamu buat tersebut dapat diselesaikan dengan metode pemfaktoran? Jika bisa selesaikan.

Contohnya persamaannya adalah $x^2 + 3x + 2 = 0$ yaitu dapat ditentukan akar-akarnya dengan menggunakan metode pemfaktoran.

Penutup:

Guru membimbing siswa untuk menarik kesimpulan cara menentukan akar-akar persamaan kuadrat dengan metode pemfaktoran. Guru juga mengarahkan siswa untuk bisa menarik kesimpulan hubungan antara koefisien persamaan kuadrat dengan jumlahan dan hasil kali akar-akarnya. Persamaan yang diharapkan untuk didapatkan rumusnya adalah $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ dan $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ dengan x_1, x_2 akar-akar dari persamaan $ax^2 + bx + c = 0$.

Kegiatan 2 **Menentukan Akar Persamaan Kuadrat dengan Melengkapkan Kuadrat Sempurna**

Pendahuluan

1. Guru memberikan apersepsi dan motivasi dengan memberikan contoh permasalahan yaitu ajukan pertanyaan berikut ke siswa

   "Berapakah akar-akar dari $x^2 = 4$?".

   Guru mengarahkan bahwa jawabannya adalah $x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$ ($x = 2$ atau $x = -2$). Kemudian memberikan permasalahan lanjutan yaitu mengajukan pertanyaan berikut ke siswa

   "Berapakah nilai x dengan $(x - 1)^2 - 4 = 0$?".

   Lalu guru mengarahkan bahwa jawabannya adalah $x = 1 \pm\sqrt{4} = 1 \pm 2$ ($x = -1$ atau $x = 3$). Untuk lebih jelasnya arahkan siswa untuk membaca bagian **"Ayo Kita Amati"**.

2. Guru meminta siswa membaca pada bagian **"Ayo Kita Gali Informasi"** dan mengisi bagian kosong pada bagian tersebut untuk memahami cara melengkapkan kuadrat sempurna.
3. Guru menyampaikan ke siswa untuk mengerjakan pada bagian **"Ayo Kita Mencoba"**.
4. Guru meminta siswa untuk mengajukan pertanyaan dengan melakukan perintah yg sesuai dengan **"Ayo Menanya"**.
5. Guru meminta siswa untuk menalar dengan menjawab pertanyaan-pertanyaan pada **"Ayo Kita Menalar"** dan mengisi bagian yang kosong supaya siswa mengetahui bagaimana cara mendapatkan rumus kuadratik dan menganalisis hubungan anatara nilai diskriminan dan banyaknya akar-akar persamaan kuadrat dengan melakukan **"Ayo Kita Amati"**.
6. Guru meminta siswa untuk menyimpulkan hasil dari kegiatan dengan menjawab pada bagian **"Ayo Kita Simpulkan"**.

Inti

Guru mengarahkan siswa untuk mengisi dan menjawab pertanyaan pada bagian di bawah ini. Sebagai petunjuk untuk jawabannya lihat tulisan yang berwarna biru.

1. Akar persamaan kuadrat $x^2 = 4$

   Dengan mudah dapat dihitung bahwa persamaan kuadrat $x^2 = 4$ mempunyai akar-akar $x = \sqrt{4}$ atau $x = -\sqrt{4}$ dan dapat disederhanakan menjadi $x = 2$ atau $x = -2$.

   Berdasarkan contoh di atas dapat disimpulkan bahwa

   Jika $x^2 = k$, dengan k suatu bilangan tak negatif, maka $x = \sqrt{k}$ atau $x = -\sqrt{k}$.

2. Akar persamaan $(x + 5)^2 = 16$

   Sesuai sifat akar kuadrat maka diperoleh $x + 5 = \pm 4$. Sehingga, $x = \pm 4 - 5$ yang menunjukkan ada dua akar, yaitu

$$x = 4 - 5 \text{ atau } x = -4 - 5$$

$$x = -1 \text{ atau } x = -9$$

Jika $(x + a)^2 = k$, dengan k suatu bilangan tak negatif dan a bilangan real, maka $x = -a + \sqrt{k}$ atau $x = -a - \sqrt{k}$.

Bagian 1 dan 2 di atas dinamakan sebagai bentuk kuadrat sempurna atau secara umum dituliskan sebagai $(x + p)^2 + q = 0$.

Metode yang telah kalian pelajari sebelumnya relatif mudah untuk diterapkan. Akan tetapi tidak semua persamaan kuadrat dapat diselesaikan secara langsung menggunakan metode tersebut. Sehingga kita harus mengembangkan metode penyelesaian persamaan kuadrat yang lain. Bagaimana jika ada soal-soal persamaan kuadrat seperti berikut?

Tentukan akar persamaan kuadrat berikut dengan membentuk kuadrat sempurna terlebih dahulu.

1. $x^2 - 5 = 0$
2. $x^2 + 10x + 24 = 0$
3. $x^2 - 8 = 0$
4. $x^2 + 5x + 3 = 0$
5. $x^2 - 37 = 0$
6. $2x^2 + 7x + 3 = 0$

Untuk menyelesaikan masalah di atas, ayo amati kegiatan berikut.

Ayo Kita Gali Informasi

Tahap inti dari metode ini adalah memfaktorkan persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ menjadi bentuk kuadrat sempurna $(x + p)^2 + q = 0$ (jika diuraikan menjadi $x^2 + 2px + p^2 + q = 0$).

Untuk bentuk kuadrat sempurna, koefisien dari x^2 adalah 1 maka persamaan kuadrat yang akan diselesaikan ($ax^2 + bx + c = 0$) harus dibagi a supaya koefisien dari x^2 juga 1. Sehingga didapat persamaan kuadrat baru yang ingin diselesaikan adalah $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$. Langkah berikutnya adalah mencari nilai p dan q sedemikian hingga memenuhi

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = (x + p)^2 + q$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = x^2 + 2px + p^2 + q$$

Jadi untuk membentuk kuadrat sempurna harus dicari bilangan p dan q sedemikian hingga $\frac{b}{a} = 2p$ dan $\frac{c}{a} = p^2 + q$ atau lebih sederhana didapatkan $p = \frac{b}{2a}$ dan $q = \frac{c}{a} - \left(\frac{b}{2a}\right)^2$.

Ayo Kita Mencoba

- Persamaan kuadrat : $x^2 + 5x + 6 = 0$

  Didapat $b = 5$ dan $c = 6$, sehingga harus dicari bilangan p dan q sedemikian hingga $\frac{b}{a} = 2p$ dan $\frac{c}{a} = p^2 + q$. Dalam hal ini didapat $p = \frac{5}{2}$ dan $q = -\frac{1}{4}$ sehingga bisa dituliskan

$$\begin{aligned}
x^2 + 5x + 6 &= 0 \\
(x + p)^2 + q &= 0 \\
(x + \tfrac{5}{2})^2 - \tfrac{1}{4} &= 0 \\
(x + \tfrac{5}{2})^2 &= \tfrac{1}{4} \\
x + \tfrac{5}{2} &= \pm \tfrac{1}{2} \\
x &= -\tfrac{5}{2} \pm \tfrac{1}{2} \\
x_1 &= -\tfrac{5}{2} + \tfrac{1}{2} = -\tfrac{4}{2} = -2 \\
x_2 &= -\tfrac{5}{2} - \tfrac{1}{2} = -\tfrac{6}{2} = -3
\end{aligned}$$

- Persamaan kuadrat : $x^2 + x - 6 = 0$

  Didapat $b = 1$ dan $c = -6$, sehingga harus dicari bilangan p dan q sedemikian hingga $\frac{b}{a} = 2p$ dan $\frac{c}{a} = p^2 + q$. Dalam hal ini didapat $p = \frac{1}{2}$ dan $q = -\frac{25}{4}$ sehingga bisa dituliskan

  $$\begin{aligned}
  x^2 + x - 6 &= 0 \\
  (x + p)^2 + q &= 0 \\
  (x + ...)^2 - \frac{25}{4} &= 0 \\
  (x + \frac{1}{2})^2 &= \frac{25}{4} \\
  x + \frac{1}{2} &= \pm \frac{5}{2} \\
  x &= -\frac{1}{2} \pm \frac{5}{2}
  \end{aligned}$$

- Persamaan kuadrat : $x^2 - x - 6 = 0$

  Didapat $b = -1$ dan $c = -6$, sehingga harus dicari bilangan p dan q sedemikian hingga $\frac{b}{a} = 2p$ dan $\frac{c}{a} = p^2 + q$. Dalam hal ini didapat $p = -\frac{1}{2}$ dan $q = -\frac{25}{4}$ sehingga bisa dituliskan

  $$\begin{aligned}
  x^2 - x - 6 &= 0 \\
  (x + p)^2 + q &= 0 \\
  (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{25}{4} &= 0 \\
  (x - \frac{1}{2})^2 &= \frac{25}{4} \\
  x - \frac{1}{2} &= \pm \frac{5}{2} \\
  x &= \frac{1}{2} \pm \frac{5}{2} \\
  x_1 &= \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 3 \\
  x_2 &= \frac{1}{2} - \frac{5}{2} = -2
  \end{aligned}$$

Terkait dengan fokus perhatian di atas, buatlah suatu persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dengan a, b, dan c tertentu (kalian tentukan sendiri). Lalu, tanyakan pada teman sebangkumu apakah persamaan yang kamu buat tersebut dapat diselesaikan dengan metode di atas? Jika bisa, selesaikan.

Misal: Jika terdapat persamaan kuadrat $x^2 - 5x + 7 = 1$.

"Manakah cara yang paling mudah untuk menentukan nilai dari persamaan kuadrat? Dengan menggunakan cara memfaktoran atau dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna?"

Penurunan rumus kuadratik/rumus abc

Pada bagian sebelumnya persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ (ekivalen dengan persamaan $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$) dapat diselesaikan dengan membentuk kuadrat sempurna $(x + p)^2 + q = 0$ dengan $p = \frac{b}{2a}$ dan $q = \frac{c}{a} - \left(\frac{b}{2a}\right)^2$ sehingga didapat akar-akar persamaan kuadrat yaitu

$$(x + p)^2 + q = 0$$

$$(x + p)^2 = -q$$

$$x + p = \pm\sqrt{-q}$$

$$x = -p \pm \sqrt{-q}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{4ac}{4a^2}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{\sqrt{4a^2}} = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Berdasarkan uraian pada bagian ini didapat rumus untuk mendapatkan akar-akar persamaan kuadrat atau biasanya disebut sebagai **rumus kuadratik/rumus abc** yaitu

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Dan nilai di dalam akar disebut sebagai diskriminan (D) yaitu

$$D = b^2 - 4ac$$

Nilai diskriminan ini mempengaruhi penyelesaian/akar-akar dari persamaan kuadrat. Untuk memahami hal ini lakukan pengamatan berikut.

Berdasarkan hasil pengamatan dan informasi yang kalian dapatkan, gunakan nalar kalian untuk menentukan hubungan antara diskriminan dengan jenis-jenis akar selesaian persamaan kuadrat. Ayo perhatikan dan lengkapi tabel berikut.

Persamaan Kuadrat	Diskriminan	Selesaian
$x^2 + 5x + 6 = 0$	1	$\{-2, -3\}$
$2x^2 - 5x - 3 = 0$	49	$\left\{-\frac{1}{2}, 3\right\}$
$x^2 + 2x + 1 = 0$	0	$\{-1\}$
$x^2 - 4 = 0$	16	$\{2, -2\}$
$9x^2 - 6x + 1 = 0$	0	$\left\{\frac{1}{3}\right\}$
$x^2 + x + 1 = 0$	-3	{ } (tidak punya akar-akar)
$2x^2 + 2x + 1 = 0$	-4	(tidak punya akar-akar)

Berdasarkan hasil pengamatan pada tabel di atas dengan mengetahui diskriminan maka akar-akar dari persamaan kuadrat dibagi menjadi tiga kategori yaitu akar-akarnya kembar, akar-akarnya berbeda, dan tidak mempunyai akar-akar

- Untuk $D > 0$ maka akar-akarnya berbeda
- Untuk $D = 0$ maka akar-akarnya kembar
- Untuk $D < 0$ maka akar-akarnya tidak ada

Penutup:

Guru membimbing siswa untuk menarik kesimpulan cara menentukan akar-akar persamaan kuadrat dengan metode melengkapi kuadrat sempurna dan juga menggunakan rumus kuadratik. Guru juga mengarahkan siswa untuk bisa menarik kesimpulan hubungan antara nilai Diskriminan dengan akar-akar persamaan kuadrat.

Kegiatan 3 Penerapan Persamaan Kuadrat dalam Masalah Nyata

Pendahuluan

Guru memberikan apersepsi dan motivasi dengan memberikan contoh permasalahan kontekstual dengan meminta siswa mengamati pada bagian **"Ayo Kita Amati"** dan mengisi bagian kosong pada bagian tersebut.

Inti

Guru mengarahkan siswa untuk mengisi dan menjawab pertanyaan pada bagian di bawah ini. Sebagai petunjuk untuk jawabannya lihat tulisan yang berwarna biru.

Luas sebidang tanah berbentuk persegi panjang adalah 4.320 m^2. Panjang tanah itu 12 m lebih panjang daripada lebarnya. Berapakah panjang dan lebar sebidang tanah tersebut?

Alternatif Pemecahan Masalah

Misalnya panjang tanah = p meter

lebar tanah = x meter

maka $p = (12 + x)$ meter

Luas tanah $= x\ p$

$4.320 = x\ p$

$4.320 = x\ (12 + x)$

$x^2 + 12x - 4.320 = 0$

selesaikan dengan metode yang sudah dibahas sehingga didapat

$x_1 = 60$ atau $x_2 = -72$

Karena ukuran panjang pada sebidang tanah tidak pernah negatif, maka x yang memenuhi adalah $x = 60$

Untuk $x = 60$ maka panjang tanah adalah $x + 12 = 72$

Jadi, panjang sebidang tanah tersebut adalah 60 meter dan lebarnya adalah 72 meter.

Penutup:

Guru membimbing siswa untuk menarik kesimpulan cara menyelesaikan masalah kontekstual dengan menyelesaikan masalah pada "Ayo Kita Amati" di atas.

Materi Bagian II, Grafik Fungsi Kuadrat (1 TM, 2JP)

Kegiatan 1 **Menggambar Grafik Fungsi $y = ax^2$**

Pendahuluan

1. Guru memberikan apersepsi dan motivasi dengan memberikan contoh cara menggambar grafik dengan menggunakan tabel. Dalam hal ini grafik fungsi yang digambar adalah fungsi $y = x^2$. Kemudian Guru meminta siswa untuk mengerjakan bagian **"Ayo Kita Gali Informasi"** yaitu menggambar grafik fungsi berdasarkan tabel.
2. Guru meminta siswa mengamati pada bagian **"Ayo Kita Amati"** dan mengisi bagian kosong pada bagian tersebut.

3. Guru menyampaikan kepada siswa untuk menyimpulkan yang dia dapat dari kegiatan ini dengan mengerjakan **"Ayo Kita Simpulkan"**.
4. Guru meminta kepada siswa untuk mengajukan pertanyaan dengan melakukan perintah yg sesuai dengan **"Ayo Menanya"**.

Inti

Guru mengarahkan siswa untuk mengisi dan menjawab pertanyaan pada bagian di bawah ini. Sebagai petunjuk untuk jawabannya lihat tulisan yang berwarna biru.

Gambarlah grafik fungsi kuadrat yang paling sederhana, yakni ketika $b = c = 0$. Untuk mendapatkan grafiknya kamu dapat membuat gambar untuk beberapa nilai x dan mensubstitusikannya pada fungsi $y = ax^2$, misalkan untuk $a = 1$, $a = –1$ dan $a = 2$.

Kerjakan Kegiatan ini dengan teman sebangkumu.

Untuk mendapatkan grafik suatu fungsi kuadrat, kamu terlebih dahulu harus mendapatkan beberapa titik koordinat yang dilalui oleh fungsi kuadrat tersebut. Kamu dapat mencari titik koordinat tersebut dengan mensubstitusikan untuk beberapa nilai x yang berbeda.

a. Lengkapi ketiga tabel berikut.

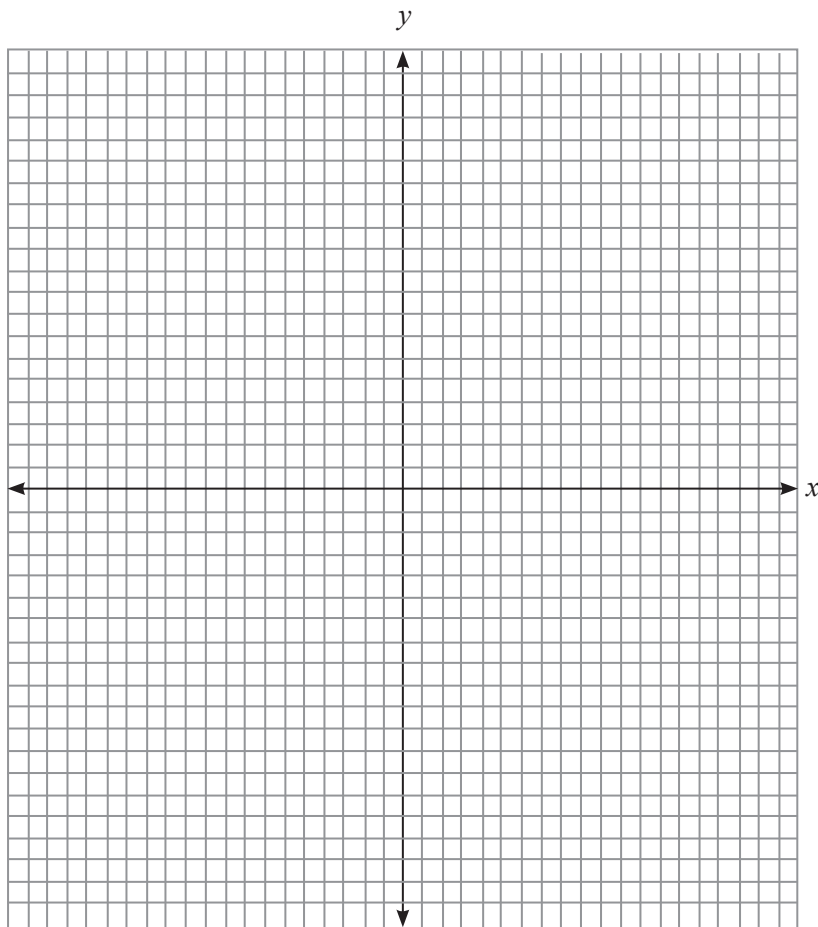
x	$y = x^2$	(x, y)
–3	$(–3)^2 = 9$	(–3, 9)
–2	4	(–2, 4)
–1	1	(–1, 1)
0	0	(0, 0)
1	1	(1, 1)
2	4	(2, 4)
3	9	(3, 9)

x	$y = –x^2$	(x, y)
–3	$–(–3)^2 = –9$	(–3, –9)
–2	–4	(–2, –4)
–1	–1	(–1, –1)
0	0	(0, 0)
1	–1	(1, –1)
2	–4	(2, –4)
3	–9	(3, –9)

x	$y = 2x^2$	(x, y)
–3	$2(–3)^2 = 18$	(–3, 18)
–2	8	(–2, 8)
–1	2	(–1, 2)
0	0	(0, 0)
1	2	(1, 2)
2	8	(2, 8)
3	18	(3, 18)

b. Tempatkan titik-titik koordinat berada dalam tabel di atas pada bidang koordinat. (gunakan tiga warna berbeda).

c. Sketsa grafik dengan menghubungkan titik-titik koordinat tersebut (sesuai warna).

Keterangan: Gambarkan ketiga grafik tersebut menggunakan bidang koordinat di bawah ini dan amati tiap-tiap grafik.

Berdasarkan hasil pengamatan menggambar grafik maka didapatkan.

Grafik $y = x^2$ berupa parabola yang terbuka ke atas

Grafik $y = -x^2$ berupa parabola yang terbuka ke bawah

Grafik $y = 2x^2$ berupa parabola yang terbuka ke atas

Grafik $y = x^2$ dan $y = 2x^2$ sama-sama parabola yang terbuka ke atas dan perbedaannya adalah grafik $y = x^2$ lebih "gemuk" (bisa gunakan istilah lain yang lebih dimengerti siswa) daripada grafik $y = 2x^2$.

Berdasarkan Kegiatan 1 di atas, kesimpulan apa yang kamu peroleh?

Nilai a pada fungsi $y = ax^2$ akan mempengaruhi bentuk grafiknya.

1. Jika $a > 0$ maka grafik fungsi $y = ax^2$ terbuka ke atas.
2. Jika $a < 0$ maka grafik fungsi $y = ax^2$ terbuka ke bawah.
3. Jika $a > 0$ dan nilai a makin besar maka grafik fungsi $y = ax^2$ terbuka ke atas dan makin gemuk.
4. Jika $a < 0$ dan nilai a makin kecil maka grafik fungsi $y = ax^2$ terbuka ke bawah dan makin gemuk.

Buatlah suatu fungsi kuadrat dan tanyakan kepada teman sebangkumu, “Apakah grafik dari fungsi kuadrat tersebut terbuka ke atas atau ke bawah? Jelaskan.”

Misal persamaan kuadratnya adalah $y = 2x^2 + 4x + 3$ maka grafiknya terbuka keatas karena nilai dari $a > 0$.

Penutup:

Guru membimbing siswa untuk menarik kesimpulan yang terdapat pada bagian **“Ayo Kita Simpulkan”.**

Kegiatan 2 Menggambar Grafik Fungsi $y = x^2 + c$

Pendahuluan

1. Guru memberikan apersepsi dan motivasi dengan memberikan contoh cara menggambar grafik dengan menggunakan tabel. Dalam hal ini grafik fungsi yang digambar adalah fungsi $y = x^2$. Kemudian Guru meminta siswa untuk

mengerjakan bagian **“Ayo Kita Gali Informasi”** yaitu menggambar grafik fungsi berdasarkan tabel.

2. Guru meminta siswa mengamati pada bagian **“Ayo Kita Amati”** dan mengisi bagian kosong pada bagian tersebut.
3. Guru menyampaikan kepada siswa untuk menyimpulkan yang dia dapat dari kegiatan ini dengan mengerjakan **“Ayo Kita Simpulkan”**.
4. Guru meminta ke siswa untuk mengajukan pertanyaan dengan melakukan perintah yg sesuai dengan **“Ayo Menanya”**.

Inti

Guru mengarahkan siswa untuk mengisi dan menjawab pertanyaan pada bagian di bawah ini. Sebagai petunjuk untuk jawabannya lihat tulisan yang berwarna biru.

Pada kegiatan ini kamu akan menggambar grafik fungsi kuadrat ketika $b = 0$ dan $c \neq 0$. Kegiatan ini dibagi menjadi dua subkegiatan. Pada kegiatan ini kamu mengambar grafik fungsi $y = x^2 + c$ sebanyak dua kali, yakni untuk $c = 1$ dan $c = –1$.

a. Lengkapi kedua tabel berikut.

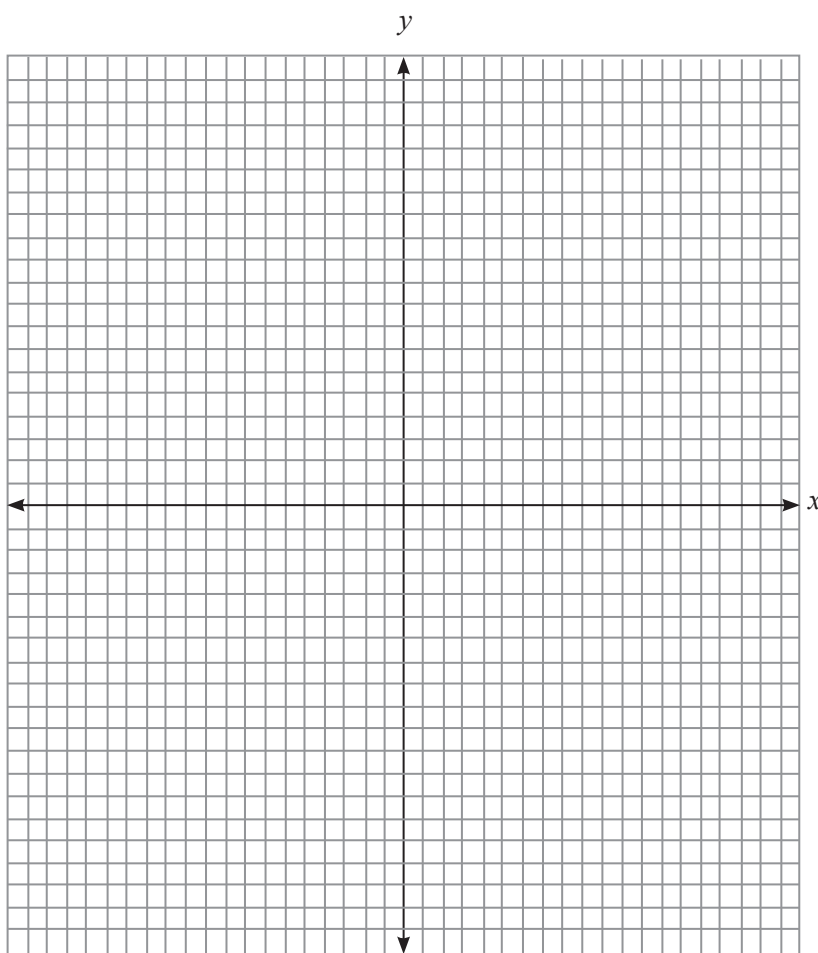
x	$y = x^2 + 1$	(x, y)
–3	$(–3)^2 + 1 = 10$	(–3, –9)
–2	5	(–2, 5)
–1	2	(–1, 2)
0	1	(0, 1)
1	2	(1, 2)
2	5	(2, 5)
3	10	(3, 10)

x	$y = x^2 – 1$	(x, y)
–3	$(–3)^2 – 1 = 8$	(–3, 8)
–2	3	(–2, 3)
–1	0	(–1, 0)
0	-1	(0, –1)
1	0	(1, 0)
2	3	(2, 3)
3	8	(3, 8)

b. Tempatkan titik-titik koordinat dalam tabel di atas pada bidang koordinat.

c. Sketsa grafik dengan menghubungkan titik-titik koordinat tersebut (sesuai warna).

d. Gambarlah kembali grafik $y = x^2$ seperti pada Kegiatan 1.

Keterangan: Gambarkan ketiga grafik tersebut menggunakan bidang koordinat di bawah ini dan amati tiap-tiap grafik.

Berdasarkan hasil pengamatanmu, lengkapi kalimat-kalimat berikut.

a. Grafik fungsi $y = x^2$ memotong sumbu-y di titik koordinat (0, 0).

b. Grafik fungsi $y = x^2 + 1$ memotong sumbu-y di titik koordinat (0, 1).

c. Grafik fungsi $y = x^2 - 1$ memotong sumbu-y di titik koordinat (0, –1).

d. Grafik fungsi $y = x^2 + 1$ merupakan geseran grafik $y = x^2$ sebesar 1 satuan ke atas

e. Grafik fungsi $y = x^2 - 1$ merupakan geseran grafik $y = x^2$ sebesar 1 satuan ke bawah

a. Untuk c positif, grafik fungsi $y = x^2 + c$ merupakan geseran grafik $y = x^2$ sebesar c satuan ke atas.

b. Untuk c negatif, grafik fungsi $y = x^2 + c$ merupakan geseran grafik $y = x^2$ sebesar $-c$ satuan ke bawah.

c. Grafik fungsi $y = x^2 + c$ memotong sumbu-y di titik koordinat $(0, c)$

Buatlah dua fungsi kuadrat dengan nilai c berbeda tapi a dan b sama. Tanyakan kepada teman sebangkumu, "Jelaskan pergeseran yang terjadi antara dua grafik dari fungsi-fungsi tersebut".

Misal dua fungsi tersebut adalah $y = x^2 + 2x + 1$ dan $y = x^2 + 2x + 3$ yaitu grafik dari $y = x^2 + 2x + 3$ hasil dari pergeseran 2 satuan kekanan $y = x^2 + 2x$.

Penutup:

Guru membimbing siswa untuk menarik kesimpulan yang terdapat pada bagian **"Ayo Kita Simpulkan"**.

Kegiatan 3 Menggambar Grafik Fungsi $y = x^2 + bx$

Pendahuluan

1. Guru memberikan apersepsi dan motivasi dengan memberikan contoh cara menggambar grafik dengan menggunakan tabel. Dalam hal ini grafik fungsi yang digambar adalah fungsi $y = x^2$. Kemudian Guru meminta ke siswa untuk mengerjakan bagian **"Ayo Kita Gali Informasi"** yaitu menggambar grafik fungsi berdasarkan tabel.
2. Guru meminta siswa mengamati pada bagian **"Ayo Kita Amati"** dan mengisi bagian kosong pada bagian tersebut.

3. Guru menyampaikan ke siswa untuk menyimpulkan yang dia dapat dari kegiatan ini dengan mengerjakan **"Ayo Kita Simpulkan"**.
4. Guru meminta ke siswa untuk mengajukan pertanyaan dengan melakukan perintah yg sesuai dengan **"Ayo Menanya"**.

Inti

Guru mengarahkan siswa untuk mengisi dan menjawab pertanyaan pada bagian di bawah ini. Sebagai petunjuk untuk jawabannya lihat tulisan yang berwarna biru.

Pada kegiatan ini kamu akan menggambar grafik fungsi kuadrat ketika $c = 0$ dan $b \neq 0$. Kegiatan ini dibagi menjadi tiga subkegiatan, yakni ketika $b = 1$, $b = -1$ dan $b = 2$. Pada kegiatan ini kamu akan mengenal titik puncak dari suatu grafik fungsi kuadrat.

Kerjakan kegiatan ini bersama teman sebangkumu.

a. Lengkapi keempat tabel berikut.

x	$y = x^2 + 2x$	(x, y)
–3	$(-3)^2 + 2(-3) = 3$	(–3, 3)
–2	0	(–2, 0)
–1	–1	(–1, –1)
0	0	(0, 0)
1	3	(1, 3)
2	8	(2, 8)
3	15	(3, 15)

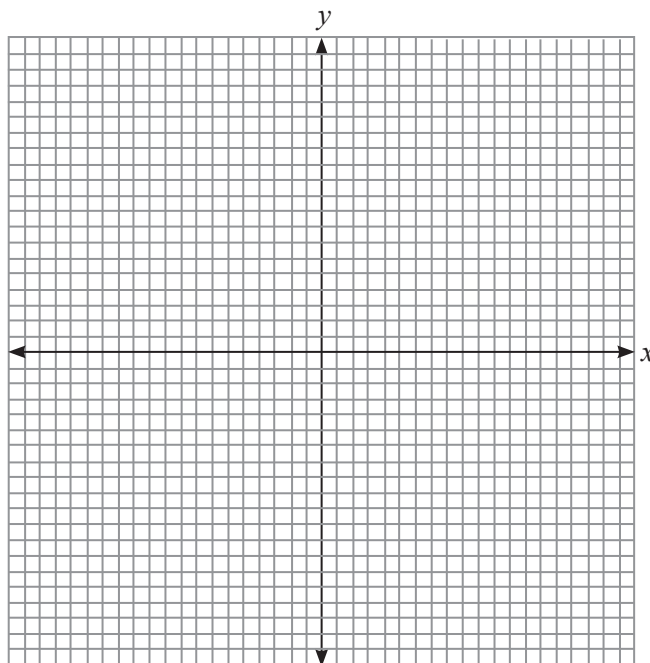
x	$y = x^2 - 2x$	(x, y)
–3	$(-3)^2 - 2(-3) = 15$	(–3, 15)
–2	8	(–2, 8)
–1	3	(–1, 3)
0	0	(0, 0)
1	–1	(1, –1)
2	0	(2, 0)
3	3	(3, 3)

x	$y = -x^2 + 2x$	(x, y)
–3	$-(-3)^2 + 2(-3) = -15$	(–3, –15)
–2	–8	(–2, –8)
–1	–3	(–1, –3)
0	0	(0, 0)
1	1	(1, 1)
2	0	(2, 0)
3	3	(3, –3)

x	$y = -x^2 - 2x$	(x, y)
–3	$-(-3)^2 - 2(-3) = -3$	(–3, –3)
–2	0	(–2, 0)
–1	1	(–1, 1)
0	0	(0, 0)
1	–3	(1, –3)
2	–8	(2, –8)
3	–15	(3, –15)

b. Tempatkan titik-titik koordinat dalam tabel pada bidang koordinat (gunakan empat warna berbeda untuk tabel).

c. Sketsa grafik dengan menghubungkan titik-titik koordinat tersebut (sesuai warna).

Keterangan: Gambarkan keempat grafik tersebut menggunakan bidang koordinat di bawah ini dan amati tiap-tiap grafik. Pada tiap-tiap grafik tentukan koordinat titik yang paling bawah (titik koordinat ini selanjutnya disebut titik puncak).

Ayo Kita Amati

d. Pada dua tabel pertama tentukan nilai y yang paling kecil. Perhatikan hubungan antara nilai b dengan nilai y yang paling kecil dari tiap tabel tersebut. Apa yang saudara dapatkan? Arahkan siswa untuk menjawab bahwa nilai y paling kecil terjadi pada saat $-\frac{b}{2}$, yaitu untuk fungsi $y = x^2 + 2x$ nilai y terkecil terjadi pada $x = -1$ yaitu $y = -1$ dan fungsi $y = x^2 - 2x$ nilai y terkecil terjadi pada $x = 1$ yaitu $y = -1$.

e. Pada dua tabel terakhir tentukan nilai y yang paling besar. Perhatikan hubungan antara nilai b dengan nilai y yang paling besar dari tiap tabel tersebut. Apa yang saudara dapatkan? Arahkan siswa untuk menjawab bahwa nilai y paling besar terjadi pada saat $\frac{b}{2}$, yaitu untuk fungsi $y = -x^2 + 2x$ nilai y terbesar terjadi pada $x = 1$ yaitu $y = 1$ dan fungsi $y = -x^2 - 2x$ nilai y terbesar terjadi pada $x = -1$ yaitu $y = 1$.

f. Ulangi kegiatan ini dengan fungsi kuadrat $y = -x^2 + x$, $y = -x^2 - x$. Selanjutnya tentukan titik yang paling atas (titik koordinat ini juga disebut dengan titik puncak). Arahkan siswa untuk menjawab bahwa nilai y paling besar terjadi pada saat $\frac{b}{2}$, yaitu untuk fungsi $y = -x^2 + x$ nilai y terbesar terjadi pada $x = \frac{1}{2}$ yaitu $y = \frac{1}{4}$ dan fungsi $y = -x^2 - x$ nilai y terbesar terjadi pada $x = -\frac{1}{2}$ yaitu $y = \frac{1}{4}$.

Nilai y yang paling kecil (untuk $a > 0$) dan y yang paling besar (untuk $a < 0$) dinamakan nilai optimum (y_p) dan jika x_p yang menyebabkan nilai y optimum maka (x_p, y_p) dinamakan titik puncak atau titik optimum. Pembahasan mengenai nilai optimum ini akan dijelaskan lebih lanjut pada subbab selanjutnya.

Untuk $y = x^2 + bx$ maka nilai optimumnya adalah $-\frac{b^2}{4}$ dan $y = -x^2 + bx$ maka nilai optimumnya adalah $\frac{b^2}{4}$.

Buatlah fungsi kuadrat yang berbentuk $y = x^2 + bx$ dan tanyakan pada teman sebangkumu berapa nilai optimumnya.

Misal fungsinya adalah $y = x^2 + 8x$ maka nilai optimumnya adalah –16.

Penutup:

Guru membimbing siswa untuk menarik kesimpulan yang terdapat pada bagian **"Ayo Kita Simpulkan"**.

Materi Bagian III, Sumbu Simetri dan Nilai Optimum (1 TM, 3JP)

Kegiatan 1 **Pergeseran Grafik Fungsi Kuadrat**

Pendahuluan

1. Guru memberikan apersepsi dan motivasi dengan mengingat kembali cara menggambar grafik seperti yang telah dibahas pada subbab sebelumnya Kemudian Guru meminta siswa untuk mengerjakan bagian **"Ayo Kita Amati"** yaitu menggambar grafik fungsi.
2. Guru meminta siswa untuk menalar dengan mengerjakan bagian **"Ayo Kita Menalar"** dan mengisi bagian kosong pada bagian tersebut.
3. Guru menyampaikan kepada siswa untuk menyimpulkan yang dia dapat dari kegiatan ini dengan mengerjakan **"Ayo Kita Simpulkan"**.

Inti

Guru mengarahkan siswa untuk mengisi dan menjawab pertanyaan pada bagian di bawah ini. Sebagai petunjuk untuk jawabannya lihat tulisan yang berwarna biru.

Ayo Kita Amati

1. Gambarlah dan amati grafik fungsi kuadrat di bawah ini pada bidang koordinat.

   a. $f(x) = x^2$
   b. $f(x) = (x - 1)^2$
   c. $f(x) = (x - 2)^2$
   d. $f(x) = (x + 1)^2$
   e. $f(x) = (x + 2)^2$

2. Gambarlah dan amati grafik fungsi kuadrat di bawah ini pada bidang koordinat.

   a. $f(x) = x^2$
   b. $f(x) = x^2 + 1$
   c. $f(x) = x^2 + 2$
   d. $f(x) = x^2 - 1$
   e. $f(x) = x^2 - 2$

Ayo Kita Menalar

Berdasarkan kegiatan di atas, bandingkan grafik lima fungsi pada bagian (1)

Grafik $f(x) = (x - 1)^2$ adalah pergeseran grafik fungsi $f(x) = x^2$ sejauh 1 satuan ke kanan

Grafik $f(x) = (x - 2)^2$ adalah pergeseran grafik fungsi $f(x) = x^2$ sejauh 2 satuan ke kanan

Grafik $f(x) = (x + 1)^2$ adalah pergeseran grafik fungsi $f(x) = x^2$ sejauh 1 satuan ke kiri

Grafik $f(x) = (x + 2)^2$ adalah pergeseran grafik fungsi $f(x) = x^2$ sejauh 2 satuan ke kiri

Bandingkan grafik dari lima fungsi pada bagian (2)

Grafik $f(x) = x^2 + 1$ adalah pergeseran grafik fungsi $f(x) = x^2$ sejauh 1 satuan ke atas

Grafik $f(x) = x^2 + 2$ adalah pergeseran grafik fungsi $f(x) = x^2$ sejauh 2 satuan ke atas

Grafik $f(x) = x^2 - 1$ adalah pergeseran grafik fungsi $f(x) = x^2$ sejauh 1 satuan ke bawah

Grafik $f(x) = x^2 - 2$ adalah pergeseran grafik fungsi $f(x) = x^2$ sejauh 2 satuan ke bawah

Berdasarkan kegiatan di atas, maka

1. Untuk s positif maka grafik $f(x) = (x - s)^2$ adalah pergeseran grafik fungsi $f(x) = x^2$ sejauh s satuan ke kanan
2. Untuk s positif maka grafik $f(x) = (x + s)^2$ adalah pergeseran grafik fungsi $f(x) = x^2$ sejauh s satuan ke kiri
3. Untuk t positif maka grafik $f(x) = x^2 + t$ adalah pergeseran grafik fungsi $f(x) = x^2$ sejauh t satuan ke atas
4. Untuk t positif maka grafik $f(x) = x^2 - t$ adalah pergeseran grafik fungsi $f(x) = x^2$ sejauh t satuan ke bawah
5. Untuk s dan t positif maka grafik $f(x) = (x - s)^2 + t$ adalah pergeseran grafik fungsi $f(x) = x^2$ sejauh s satuan ke kanan dan dilanjutkan dengan pergeseran sejauh t satuan ke atas
6. Untuk s dan t positif maka grafik $f(x) = (x - s)^2 - t$ adalah pergeseran grafik fungsi $f(x) = x^2$ sejauh s satuan ke kanan dan dilanjutkan dengan pergeseran sejauh t satuan ke bawah
7. Untuk s dan t positif maka grafik $f(x) = (x + s)^2 + t$ adalah pergeseran grafik fungsi $f(x) = x^2$ sejauh s satuan ke kiri dan dilanjutkan dengan pergeseran sejauh t satuan ke atas
8. Untuk s dan t positif maka grafik $f(x) = (x + s)^2 - t$ adalah pergeseran grafik fungsi $f(x) = x^2$ sejauh s satuan ke kiri dan dilanjutkan dengan pergeseran sejauh t satuan ke bawah

Penutup:

Guru membimbing siswa untuk menarik kesimpulan yang terdapat pada bagian **"Ayo Kita Simpulkan"** yaitu tentang geseran grafik fungsi kuadrat.

Kegiatan 2 Menentukan Sumbu Simetri dan Nilai Optimum

Pendahuluan

1. Guru memberikan apersepsi dan motivasi dengan memberikan **contoh menentukan sumbu simetri dan nilai optimum dari grafik fungsi-fungsi, guru mengarahkan siswa untuk menentukan sumbu simetri dan nilai optimum dari grafik fungsi $f(x) = x^2$ terlebih dahulu yaitu sumbu simetrinya adalah $x = 0$ dan nilai optimumnya adalah $y = 0$ (nilai optimum ini didapat dari $f(x_p)$ dengan x_p adalah nilai dari sumbu simetri yaitu $x_p = 0$). Kemudian gunakan sifat pergeseran untuk menentukan sumbu simetri dan nilai optimum fungsi-fungsi lainnya. Misalnya fungsinya adalah $f(x) = (x - 1)^2$ yaitu grafik dari fungsi ini merupakan pergeseran 1 satuan kekanan (yang dilihat hanya pergeseran ke kanan dank e kiri) dari fungsi $f(x) = x^2$ sehingga sumbu simetrinya juga bergeser 1 satuan kekanan sehingga sumbu simetrinya adalah $x = 1$ dan didapatkan nilai optimum $f(1) = 0$.**
2. Guru meminta siswa menalar dengan mengerjakan bagian **"Ayo Kita Menalar"** dan mengisi bagian kosong pada bagian tersebut.
3. Guru menyampaikan kepada siswa untuk menyimpulkan dengan mengerjakan bagian **"Ayo Kita Simpulkan"**.
4. Dengan menggunakan hasil yang didapat dari bagian **"Ayo Kita Simpulkan"**. Guru meminta ke siswa untuk menalar dengan menjawab pertanyaan-pertanyaan pada **"Ayo Kita Menalar"** untuk mendapat rumus sumbu simetri dan nilai optimum.

   Guru menyampaikan kepada siswa untuk menyimpulkan kegiatan pada bagian ini dengan mengerjakan bagian **"Ayo Kita Simpulkan"**.

Inti

Guru mengarahkan siswa untuk mengisi dan menjawab pertanyaan pada bagian di bawah ini. Sebagai petunjuk untuk jawabannya lihat tulisan yang berwarna biru.

Isilah tabel di bawah ini.

Fungsi	$f(x) = x^2$	$f(x) = (x - 1)^2$	$f(x) = (x - 2)^2$	$f(x) = (x + 1)^2$	$f(x) = (x + 2)^2$
Sumbu simetri	$x = 0$	$x = 1$	$x = 2$	$x = -1$	$x = -2$
Nilai optimum	$f(0) = 0$	$f(1) = 0$	$f(2) = 0$	$f(-1) = 0$	$f(-2) = 0$

Isilah tabel di bawah ini.

Fungsi	$f(x) = x^2$	$f(x) = x^2 + 1$	$f(x) = x^2 + 2$	$f(x) = x^2 - 1$	$f(x) = x^2 - 2$
Sumbu simetri	$x = 0$	$x = 0$	$x = 0$	$x = 0$	$x = 0$
Nilai optimum	$f(0) = 0$	$f(0) = 1$	$f(0) = 2$	$f(0) = -1$	$f(0) = -2$

Berdasarkan pengamatan di atas, jawablah pertanyaan berikut ini.

1. Tentukan sumbu simetri dan nilai optimum grafik fungsi $f(x) = (x - s)^2$?

   Sumbu simetri $x = s$ dan nilai optimumnya adalah $f(s) = 0$.

2. Tentukan sumbu simetri dan nilai optimum grafik fungsi $f(x) = x^2 + t$?

   Sumbu simetri $x = 0$ dan nilai optimumnya adalah $f(0) = t$.

3. Tentukan sumbu simetri dan nilai optimum grafik fungsi $f(x) = (x - s)^2 + t$?

   Sumbu simetri $x = s$ dan nilai optimumnya adalah $f(s) = t$.

Sumbu simetri grafik fungsi $f(x) = ax^2$ adalah 0

Jadi

Sumbu simetri grafik fungsi $f(x) = a\,(x - s)^2$ adalah $x = s$ dan nilai optimumnya adalah $f(s) = 0$

Sumbu simetri grafik fungsi $f(x) = a\,(x - s)^2 + t$ adalah $x = s$ dan nilai optimumnya adalah $f(s) = t$

Kemudian untuk

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) - a\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + c$$

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - a\left(\frac{b^2}{4a^2}\right) + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$$

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + \frac{4ac}{4a} = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

didapatkan sumbu simetrinya adalah

$$x = -\frac{b}{2a},$$

dengan nilai optimumnya adalah

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{b^2 - 4ac}{4a},$$

sehingga titik optimumnya adalah

$$\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$$

Ayo Kita
Simpulkan

Apa rumus untuk mendapatkan sumbu simetri dan nilai optimum dari grafik fungsi $f(x) = ax^2 + bx + c$?

sumbu simetrinya adalah

$$x = -\frac{b}{2a},$$

dengan nilai optimumnya adalah

$$f(-\frac{b}{2a}) = -\frac{b^2 - 4ac}{4a},$$

sehingga titik optimumnya adalah

$$(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a})$$

Penutup:

Guru membimbing siswa untuk menarik kesimpulan cara menentukan sumbu simetri. Guru juga mengarahkan siswa untuk bisa menarik kesimpulan cara menentukan nilai optimum dan titik optimum.

Kegiatan 3 Sketsa Grafik Fungsi Kuadrat

Pendahuluan

1. Guru menyampaikan ke siswa untuk membaca bagian **"Ayo Kita Gali informasi"** kemudian guru memberikan apersepsi dan motivasi dengan memberikan contoh cara membuat grafik $y = x^2 - 3x + 2$ dengan menggunakan langkah-langkah yang sudah diberikan pada **"Ayo Kita Gali informasi"**. Kemudian guru meminta ke siswa untuk menggambar grafik fungsi $f(x) = 3x^2 - 10x + 9$ dan $f(x) = -2x^2 + 12x - 20$.
2. Guru meminta siswa untuk memikirkan permasalahan yang terdapat pada bagian **"Ayo Kita Berbagi"** dan meminta salah satu siswa untuk maju kedepan dan menjelaskan apa yang dia dapatkan.
3. Guru meminta siswa untuk mengajukan pertanyaan dengan melakukan perintah yg sesuai dengan **"Ayo Menanya"**.

Inti

Guru mengarahkan siswa untuk mengisi dan menjawab pertanyaan pada bagian di bawah ini. Sebagai petunjuk untuk jawabannya lihat tulisan yang berwarna biru.

Berikut adalah langkah-langkah menggambar sketsa grafik fungsi kuadrat dengan menggunakan sifat-sifat yang telah dibahas pada bagian sebelumnya.

1. Periksalah, apakah bentuk parabola grafik fungsi di atas terbuka ke atas atau ke bawah! (dengan melihat nilai dari koefisien x^2)
2. Tentukan perpotongan grafik terhadap sumbu-x; yaitu, koordinat titik potongnya adalah $(x_1, 0)$ yang memenuhi persamaan

$$f(x_1) = 0$$

(Perhatikan apakah persamaan tersebut mempunyai penyelesaian atau tidak, jika tidak apa yang bisa kamu simpulkan? (ingat kembali pada materi sebelumnya yaitu tentang hubungan antara diskriminan dan penyelesaian dari persamaan kuadrat))

3. Tentukan perpotongan grafik terhadap Sumbu-Y; yaitu,koordinat titik potongnya adalah $(0, y_1)$ dengan y_1 didapatkan berdasarkan persamaan

$$y_1 = f(0)$$

4. Tentukan sumbu simetri dan nilai optimum grafik fungsi di atas.
5. Dari informasi yang didapatkan, sketsalah grafik fungsi kuadrat di atas.

Diskusikan dengan temanmu, bagaimana bentuk grafik $f(x) = \sqrt{x}$ dan $f(x) = -\sqrt{x}$? Bandingkan grafiknya dengan grafik persamaan kuadrat. Apa yang bisa kamu dapatkan dari analisis ini?

Arahkan siswa untuk berdiskusi dengan teman satu bangkunya. Dan setelah itu tunjuk satu siswa untuk maju ke depan menjelaskan hasil diskusinya. Arahkan siswa untuk menyimpulkan bahwa hasil grafiknya nanti berupa parabola yang mirip dengan grafik fungsi $y = x^2$ tetapi parabolanya menghadap ke kanan dan untuk $f(x) = \sqrt{x}$ gambar grafiknya bagian atas dan $f(x) = -\sqrt{x}$ gambar grafiknya bagian bawah.

Buatlah fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$, lalu mintalah teman sebangkumu untuk menggambar grafik dari fungsi tersebut.

Misal fungsinya adalah $y = x^2 + 2x + 1$. Arahkan ke siswa untuk meminta ke teman sebangkunya menggambar grafik dari fungsi tersebut. Arahkan juga siswa untuk mengamati langkah demi langkah yang dilakukan teman sebangkunya.

Penutup:

Guru membimbing siswa memahami cara mensketsa grafik fungsi sesuai dengan langkah-langkah yang sudah diberikan pada **"Ayo Kita Gali Informasi"**. Guru juga mengarahkan siswa untuk bisa menarik kesimpulan mengenai gambar grafik dari y = $\sqrt{x}$ dan y = $-\sqrt{x}$ dan dapat menentukan hubungannya dengan grafik $y = x^2$.

Materi Bagian IV, Menentukan Fungsi Kuadrat (1 TM, 2JP)

Kegiatan 1 **Menentukan Fungsi Kuadrat Berdasarkan Grafiknya**

Pendahuluan

1. Guru memberikan apersepsi dan motivasi dengan memberikan contoh permasalahan yaitu memberikan gambar grafik di bawah ini kemudian mintalah siswa untuk mencari beberapa informasi dari grafik tersebut.
2. Guru meminta siswa untuk berdiskusi dengan teman sebangkunya yang sesuai dengan bagian **"Diskusi"**.

Inti

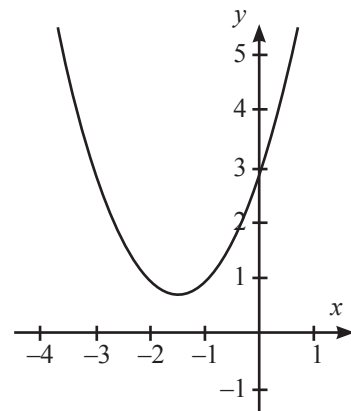
Guru mengarahkan siswa untuk mengisi dan menjawab pertanyaan pada bagian di bawah ini. Sebagai petunjuk untuk jawabannya lihat tulisan yang berwarna biru.

Pada bagian ini arahkan siswa untuk membentuk fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ dari informasi gambar grafiknya. Arahkan pola pikir siswa bahwa untuk mendapatkan nilai a, b, dan c diperlukan paling tidak tiga persamaan sehingga harus dicari minimal tiga titik yang dilalui grafik tersebut.

Gambar di samping merupakan grafik suatu fungsi kuadrat. Dapatkah kamu menentukan suatu fungsi yang grafiknya seperti gambar di samping?

a. Informasi apakah yang kamu peroleh dari grafik di samping? Grafik berbentuk Parabola yang menghadap ke atas, tidak memotong sumbu-x dan memotong sumbu-y pada titik (0, 3).

b. Apakah grafik di samping memotong sumbu-x? tidak

c. Pada koordinat mana grafik di samping memotong sumbu-y? Pada koordinat (0, 3)

Diskusikan dengan temanmu tiga pertanyaan pada pertanyaan di atas. Kemudian diskusikan pertanyaan berikut.

a. Berdasarkan jawaban tiga pertanyaan di atas, apakah kamu dapat menentukan fungsi kuadrat sesuai grafiknya? Tidak, karena masih satu titik yang diketahui.

b. Minimal berapa koordinat yang harus diketahui agar kamu bisa menentukan tepat satu fungsi kuadrat berdasarkan grafik? Minimal 3 titik atau ada kasus khusus sehingga hanya memerlukan dua titik untuk menentukan fungsi kuadrat (Hal ini akan dipelajari lebih lanjut pada bagian selanjutnya).

Penutup:

Guru membimbing siswa untuk membentuk fungsi kuadrat berdasarkan gambar grafiknya dan mengarahkan untuk menarik kesimpulan bahwa untuk mendapatkan fungsi kuadrat diperlukan minimal 3 titik. Setiap titik akan menghasilkan satu persamaan dengan 3 variabel sehingga untuk mendapatkan penyelesaiannya diperlukan 3 persamaan dan hal ini ekivalen dengan adanya 3 titik.

Kegiatan 2 Menentukan Fungsi Kuadrat Berdasarkan Titik Potong Sumbu-x

Pendahuluan

1. Guru memberikan apersepsi dan motivasi dengan memberikan contoh permasalahan yaitu ajukan pertanyaan berikut kepada siswa

   "Apa titik potong terhadap sumbu-x dari grafik fungsi $f(x) = x^2 – 3x + 2$?"

   Guru mengarahkan bahwa titik potong terhadap sumbu-x adalah keadaan y bernilai 0 sehingga harus dicari nilai x sedemikian hingga memenuhi $x^2 – 3x + 2 = 0$. Sehingga ini erat kaitannya dengan akar-akar persamaan kuadrat. Setelah guru memberikan motivasi ini, mintalah siswa menjawab pertanyaan **"Ayo Kita Gali Informasi"**.
2. Guru meminta siswa untuk berdiskusi dengan teman sebangkunya mengenai permasalahan yang terdapat pada **"Diskusi"**.
3. Guru meminta ke siswa untuk menyimpulkan apa yang didapat dari kegiatan ini dengan mengisi bagian kosong pada bagian **"Ayo Kita Simpulkan"**.

Inti

Guru mengarahkan siswa untuk mengisi dan menjawab pertanyaan pada bagian di bawah ini. Sebagai petunjuk untuk jawabannya lihat tulisan yang berwarna biru.

Kamu sudah mengetahui cara mendapatkan akar-akar fungsi kuadrat $f(x) = 0$. Diberikan fungsi kuadrat berikut.

i. $f(x) = x^2 + 3x + 4$

ii. $f(x) = x^2 + 4x + 4$

iii. $f(x) = x^2 - 6x + 5$

a. Tentukan akar-akar tiap-tiap persamaan kuadrat $f(x) = 0$. Tentukan persamaan $f(x) = 0$ yang tidak memiliki akar, persamaan $f(x) = 0$ yang memiliki satu akar, dan persamaan $f(x) = 0$ yang memiliki dua akar.

Penyelesaian:

Akar-akar dari persamaan kuadrat $f(x) = 0$ untuk fungsi kuadrat

i. $f(x) = x^2 + 3x + 4$ tidak ada karena $D < 0$.

ii. $f(x) = x^2 + 4x + 4$ adalah -2 yaitu hanya ada satu akar.

iii. $f(x) = x^2 - 6x + 5$ adalah 1 dan 5 yaitu mempunyai dua akar.

b. Gambarkan grafik tiap-tiap fungsi kuadrat. Gambarkan berdasarkan langkah-langkah pada subbab sebelumnya.

c. Tentukan fungsi kuadrat yang tidak memotong sumbu-x, fungsi yang memotong sumbu-x di satu titik dan yang memotong sumbu-x di dua titik.

i. Grafik fungsi $f(x) = x^2 + 3x + 4$ tidak memotong sumbu-x karena $D < 0$.

ii. Grafik fungsi $f(x) = x^2 + 4x + 4$ memotong sumbu-x di satu titik.

iii. Grafik fungsi $f(x) = x^2 - 6x + 5$ memotong sumbu-x di dua titik.

d. Apa yang dapat kamu simpulkan mengenai hubungan akar-akar persamaan $f(x) = 0$ dengan titik potong sumbu-x?

Jika persamaan $f(x) = 0$ tidak memiliki akar-akar yakni $D < 0$ maka grafik fungsi $f(x) = 0$ tidak memotong sumbu x.

Jika persamaan $f(x) = 0$ memiliki satu akar yakni $D = 0$ maka grafik fungsi $f(x) = 0$ memotong sumbu x pada satu titik.

Jika persamaan $f(x) = 0$ memiliki dua akar yakni $D > 0$ maka grafik fungsi $f(x) = 0$ memotong sumbu x pada dua titik.

Misalkan terdapat dua fungsi kuadrat.

$$y = x^2 + 3x + 2 \text{ dan } y = 2x^2 + 6x + 4 = 2(x^2 + 3x + 2)$$

Diskusikan beberapa pertanyaan berikut.

a. Tentukan akar-akar untuk persamaan $f(x) = 0$ untuk fungsi-fungsi kuadrat di atas. Apakah hasilnya sama untuk kedua fungsi-fungsi di atas? Kedua fungsi sama-sama memiliki akar-akar $x = -1$ dan $x = -2$.

b. Gambarkan grafik tiap-tiap fungsi kuadrat. Apakah kedua fungsi kuadrat tersebut memiliki grafik yang sama? Tidak memiliki grafik yang sama.

c. Apa yang dapat kamu simpulkan? Bahwa jika ada dua grafik dari fungsi kuadrat dengan titik potong terhadap sumbu-x sama maka fungsi dari kedua grafik tersebut belum tentu sama. Contohnya adalah fungsi yang disebutkan di atas.

d. Jika diketahui akar-akar dari persamaan $f(x) = 0$, apakah kamu pasti selalu bisa menentukan fungsi kuadratnya? Tidak pasti. Tapi jika akar-akarnya adalah p dan q maka dapat ditulis bentuk umumnya adalah $y = a(x - p)(x - q)$.

Jika fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$ dengan $y = 0$ memiliki akar-akar $x = p$ dan $x = q$ dengan $p \neq q$ maka grafik fungsi kuadrat tersebut akan memotong sumbu-x pada koordinat $(p, 0)$ dan $(q, 0)$. Bentuk umumnya adalah $y = a(x - p)(x - q)$

Penutup:

Guru membimbing siswa untuk menarik kesimpulan mengenai hubungan antara persamaan kuadrat $f(x) = 0$ dengan titik potong terhadap sumbu-x. Guru juga mengarahkan siswa untuk bisa menarik kesimpulan mengenai bentuk umum fungsi kuadrat jika diketahui titik potong terhadap sumbu-x.

Kegiatan 3 Menentukan Fungsi Kuadrat dari Beberapa Informasi

Pendahuluan

1. Guru memberikan apersepsi dan motivasi dengan memberikan contoh permasalahan yaitu ajukan pertanyaan berikut ke siswa

   “Tentukan fungsi kuadrat jika grafik dari fungsi tersebut melalui titik (1, 0), (2, 0) dan (0, 3)”.

Guru mengarahkan bahwa dari 3 titik ini didapat tiga persamaan yaitu

$\boldsymbol{a + b + c = 0}$

$\boldsymbol{4a + 2b + c = 0}$

$\boldsymbol{c = 3}$

Kemudian guru menjelaskan bahwa dengan menyelesaikan 3 persamaan tersebut didapat fungsi kuadrat yaitu $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{9}{2}x + 2$.

2. Guru meminta siswa untuk mengamati dan mengisi bagian yang kosong pada empat cara menentukan fungsi kuadrat berdasarkan informasi-informasi yang diberikan. Kemudian mintalah siswa untuk menarik kesimpulan dengan mengisi bagian kosong pada **“Ayo Kita Simpulkan”**.

Inti

Guru mengarahkan siswa untuk mengisi dan menjawab pertanyaan pada bagian di bawah ini. Sebagai petunjuk untuk jawabannya lihat tulisan yang berwarna biru.

Pada kegiatan ini kamu akan mempelajari dan menganalisis bagaimana cara menentukan fungsi kuadrat dari beberapa informasi. Informasinya adalah sebagai berikut.

a. Titik potong dengan sumbu-x.

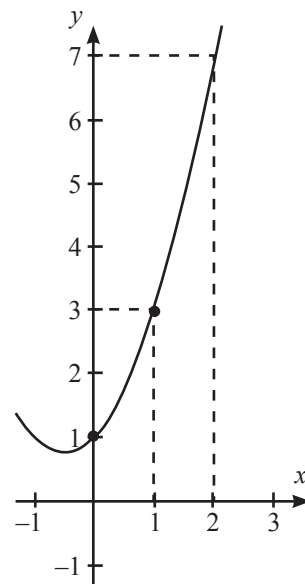
b. Titik potong dengan sumbu-y.

c. Titik puncak dan sumbu simetri.

d. Beberapa titik koordinat yang dilalui fungsi kuadrat tersebut.

Berdasarkan Kegiatan 1 dan 2, kamu masih belum bisa menentukan fungsi kuadrat jika hanya diketahui satu informasi dari empat informasi di atas.

1. Jika diketahui tiga koordinat berbeda

Perhatikan gambar di samping. Misalkan terdapat suatu fungsi kuadrat yang grafiknya melalui tiga koordinat berbeda, yakni (0, 1), (1, 3), dan (2, 7).

Apakah kamu dapat menentukan fungsi kuadrat berdasarkan tiga koordinat yang diketahui? Bagaimana caranya?

Perhatikan langkah-langkah berikut.

a. Misalkan fungsi kuadratnya adalah $f(x) = ax^2 + bx + c$.

b. Karena melewati koordinat (0, 1), (1, 3) dan (2, 7) diperoleh $f(0) = 3$, $f(1) = 3$ dan $f(2) = 7$.

- $f(0) = a(0)^2 + b(0) + c = 1 \rightarrow c = 1$. Diperoleh

$$\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + 1}$$

- $f(1) = a(1)^2 + b(1) + 1 = 3 \rightarrow a + b + 1 = 3$. Diperoleh persamaan

$$\boldsymbol{a + b = 2} \qquad \textbf{... (1)}$$

- $f(2) = a(2)^2 + b(2) + 1 = 7 \rightarrow 4a + 2b + 1 = 7$. Diperoleh persamaan

$$\boldsymbol{4a + 2b = 6} \qquad \textbf{... (2)}$$

c. Dengan mensubstitusi $a = 2 – b$ ke persamaan (2) , diperoleh $b = 1$

d. Dari hasil c diperoleh $a = 1$

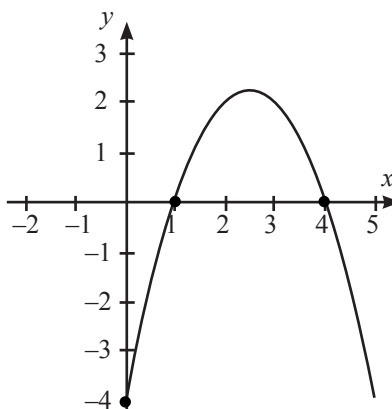
e. Sehingga fungsi kuadrat yang memenuhi adalah

$$f(x) = ax^2 + bx + c = x^2 + x + 1$$

Jika grafik fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ melalui titik koordinat (p, q) diperoleh hubungan $q = p^2a + pb + c$.

2. Jika diketahui titik potong dengan sumbu-*x* dan sumbu-y

Perhatikan gambar di samping. Misalkan terdapat suatu grafik fungsi kuadrat yang memotong sumbu-x di (1, 0) dan (4, 0). Fungsi kuadrat tersebut juga memotong sumbu-y di (0, –4).

Apakah kamu sudah bisa menentukan fungsi kuadratnya? Bagaimana caranya?

Perhatikan langkah-langkah berikut.

a. Misalkan fungsi kuadratnya adalah $f(x) = ax^2 + bx + c$.

b. Karena memotong sumbu-x di (1, 0) dan (4, 0), dapat dituliskan

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a(x - 1)(x - 4).$$

c. Karena memotong sumbu-y di (0, –4), diperoleh $f(0) = -4$.

$$f(0) = a(0 - 1)(0 - 4)$$

$$-4 = 4a$$

Diperoleh $a = -1$ dan fungsi kuadrat $f(x) = -(x - 1)(x - 4) = -x^2 + 5x - 4$.

Jika grafik fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ memotong sumbu-x pada titik koordinat $(p, 0)$ dan $(q, 0)$ maka fungsi kuadrat tersebut dapat dituliskan menjadi

$$f(x) = a(x - p)(x - q)$$

Jika grafik fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ memotong sumbu-y pada titik koordinat $(0, r)$ maka diperoleh

$$f(0) = r$$

Dengan mensubstitusikan nilai $x = 0$ pada fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$ diperoleh

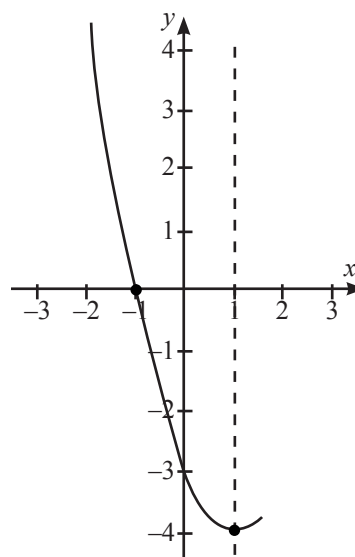
$$f(0) = c$$

yang berakibat $c = r$ atau $f(x) = ax^2 + bx + r$.

3. Jika diketahui titik potong sumbu-x dan titik puncak

Perhatikan gambar di samping. Terdapat suatu fungsi kuadrat yang memotong sumbu-x di (–1, 0). Titik puncak fungsi kuadrat tersebut berada di koordinat (1, –4).

Apakah kamu sudah bisa menentukan fungsi kuadratnya dan bagaimana caranya?

Perhatikan langkah-langkah berikut.

a. Misalkan fungsi kuadratnya adalah $f(x) = ax^2 + bx + c$.

b. Berdasarkan grafik di samping diperoleh sumbu simetri $x = 1$. Berdasarkan sifat simetri, titik potong di sumbu-x yang lain adalah hasil pencerminan kooordinat (–1, 0) terhadap garis $x = 1$, yakni koordinat dengan $x = 3$

c. Sehingga fungsi kuadratnya dapat dinyatakan dengan

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a(x + 1)(x - 3)$$

d. Karena titik puncak berada di (1, –4) maka diperoleh $f(1) = -4$.

$$f(1) = a(1 + 1)(1 - 3)$$

$$-4 = a \times (-4)$$

diperoleh $a = 1$ dan fungsi kuadrat $f(x) = (x + 1)(x - 3) = x^2 - 2x - 3$.

Jika fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$ memiliki titik puncak pada titik koordinat (s, t) maka sumbu simetri fungsi kuadrat tersebut adalah garis

$$x = s$$

4. Jika diketahui titik potong sumbu-y dan titik puncak

Perhatikan gambar di samping. Terdapat suatu fungsi kuadrat yang memotong sumbu-y di (0, 3). Titik puncak fungsi kuadrat tersebut berada di koordinat (–2, 1).

Apakah kamu sudah bisa menentukan fungsi kuadratnya dan bagaimana caranya?

Perhatikan langkah-langkah berikut.

a. Misalkan fungsi kuadratnya adalah $f(x) = ax^2 + bx + c$.

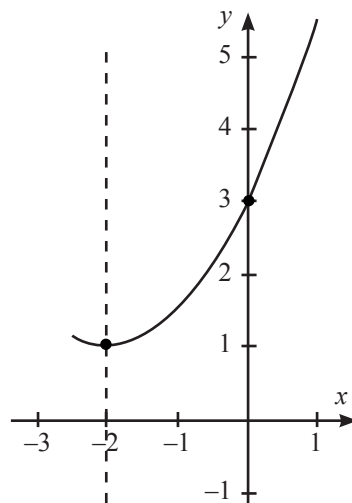
b. Berdasarkan grafik di samping diperoleh sumbu simetri $x = -2$. Berdasarkan sifat simetri, jika titik (0, 3) dicerminkan terhadap garis $x = -2$ diperoleh koordinat (–4, 3).

c. Sehingga grafik fungsi kuadrat tersebut melalui tiga titik koordinat yaitu

$$(0, 3), (-2, 1), \text{ dan } (-4, 3)$$

d. Dengan menggunakan cara seperti pada Sub-Kegiatan 3.1, diperoleh

$$a = \frac{1}{2},\ b = 2 \text{ dan } c = 3$$

e. Sehingga didapatkan fungsi kuadrat $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$

Penutup:

Guru membimbing siswa untuk membentuk fungsi kuadrat berdasarkan informasi-informasi yang diberikan. Berikut beberapa persamaan yang didapat berdasarkan informasi yang diberikan.

- Jika grafik fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ melalui titik koordinat (p, q) diperoleh hubungan $\boldsymbol{q = p^2a + pb + c}$.
- Jika grafik fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ memotong sumbu-x pada titik koordinat $(p, 0)$ dan $(q, 0)$ maka fungsi kuadrat tersebut dapat dituliskan menjadi

  - $f(x) = a(x - p)(x - q)$.

- Jika grafik fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ memotong sumbu-y pada titik koordinat $(0, r)$ maka diperoleh

  - $\boldsymbol{f(0) = r}$.

  Dengan mensubstitusikan nilai $x = 0$ pada fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$ diperoleh

  - $\boldsymbol{f(0) = c}$.

  yang **berakibat** $\boldsymbol{c = r}$ **atau** $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + r}$.
- Jika fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$ memiliki titik puncak pada titik koordinat (s, t) maka sumbu simetri fungsi kuadrat tersebut adalah garis

$$\boldsymbol{x = s}$$

Materi Bagian V, Aplikasi Fungsi Kuadrat (1 TM, 3JP)

Kegiatan 1 **Lompat Trampolin**

Pendahuluan

1. Guru menjelaskan pada siswa alat-alat yang harus disediakan pada kegiatan ini dan hal-hal yang dilakukan pada kegiatan ini yang sesuai dengan **"Ayo Kita Mencoba"** dan jelaskan pada siswa apa yang harus didapat dari kegiatan ini.
2. Guru meminta siswa untuk menyimpulkan yang dia dapat dari kegiatan ini dengan menjawab pertanyaan pada bagian **"Ayo Kita Simpulkan"**.

Inti

Guru mengarahkan siswa untuk mengisi dan menjawab pertanyaan pada bagian di bawah ini. Sebagai petunjuk untuk jawabannya lihat tulisan yang berwarna biru.

Lompat trampolin adalah sebuah permainan yang membuat seseorang terlemparkan ke udara dengan menggunakan trampolin **seperti yang terlihat pada gambar di bawah ini**. Pada suatu hari diadakan suatu kompetisi lompat trampolin dengan peserta lompatan tertinggi akan keluar menjadi pemenang. Untuk menentukan tinggi lompatan, panitia menyiapkan suatu alat ukur berupa penggaris dengan ukuran 5 meter yang dipasang secara vertikal di sebelah trampolin sehingga tinggi dari lompatan peserta bisa dilihat dari penggaris ini. Namun dengan menggunakan metode ini panitia mengalami masalah yaitu ketika ada peserta yang lompatannya

melebihi 5 meter. Untuk menyelesaikan hal ini lakukanlah kegiatan di bawah ini sebagai simulasi.

Sumber: http://www.sekolah123.com

1. Siapkan penggaris berukuran 100 cm atau 30 cm.
2. Siapkan *stop watch* atau jam tangan atau jam dinding.
3. Siapkan koin atau benda kecil yang bisa dilempar ke atas.
4. Buatlah kelompok minimal terdiri atas tiga orang yang akan bertugas untuk melempar koin, mengamati uji coba, dan mencatat.
5. Letakkan penggaris secara vertikal dan bilangan nol letakkan pada posisi di bawah.
6. Lemparlah koin atau benda kecil yang kamu siapkan dengan posisi lemparannya di titik nol pada penggaris.
7. Amati waktu yang diperlukan koin untuk mencapai tinggi 100 cm atau 30 cm (sesuaikan dengan penggaris yang kamu bawa).
8. Lakukan kegiatan ini sebanyak 10 kali dan isi tabel berikut ini.

Percobaan ke-	Waktu yang diperlukan untuk mencapai 100 cm atau 30 cm
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	
10.	

Ayo Kita Amati

Pada teori fisika terdapat persamaan yang berhubungan dengan kegiatan di atas, yaitu $h(t) = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2$ dengan h menyatakan tinggi benda, v_0 menyatakan kecepatan awal atau kecepatan di saat waktu sama dengan nol, t menyatakan waktu dan g menyatakan koefisien dalam gaya gravitasi yang bernilai 9,8. Dari kegiatan di atas informasi apa saja yang bisa kamu dapat tentukan dan beri penjelasannya?

Petunjuk:

Hasil dari percobaan ini menentukan tinggi dari benda yang dilempar dari percobaan 1, 2, 3, .., 10 berikut ini. Untuk menentukan tinggi lemparannya cukup menentukan h_{max} dari fungsi $h(t) = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2$.

Untuk menentukan h_{max} lakukan langkah-langkah berikut ini.

1. Tentukan v_0 dengan menggunakan fungsi $h(t) = v_0\, t - \frac{1}{2}\, gt^2$ yaitu

$$v_0 = \frac{h + \frac{1}{2}gt^2}{t}$$

   Dengan h adalah 30 atau 100 sesuai dengan penggaris yang digunakan, $g = 9{,}8$ dan t adalah waktu yang sesuai dengan table di atas.

2. Hitunglah h_{max} berdasarkan rumus nilai optimum yaitu

$$h_{max} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{{v_0}^2 - 4\left(-\frac{1}{2}g\right)(0)}{4\left(-\frac{1}{2}g\right)} = -\frac{{v_0}^2}{-2g} = \frac{{v_0}^2}{2g}$$

Tentukan hubungan antara Kegiatan 1 dengan permasalahan panitia lompat trampolin di atas dan bagaimana pemecahan masalahnya.

Untuk menentukan tinggi h_{max} pada lompat trampolin langkah-langkahnya sama dengan contoh kasus di atas yaitu.

1. Tentukan v_0 dengan menggunakan fungsi $h(t) = v_0\, t - \frac{1}{2}\, gt^2$ yaitu

$$v_0 = \frac{h + \frac{1}{2}gt^2}{t}$$

   Dengan h adalah 5 (yaitu dalam hal ini ukuran yg digunakan yaitu 5 meter), $g = 9{,}8$ dan t adalah waktu yang diperlukan atlet untuk mencapai tinggi 5 meter.

2. Hitunglah h_{max} berdasarkan rumus nilai optimum yaitu

$$h_{max} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{{v_0}^2 - 4\left(-\frac{1}{2}g\right)(0)}{4\left(-\frac{1}{2}g\right)} = -\frac{{v_0}^2}{-2g} = \frac{{v_0}^2}{2g}$$

Penutup:

Guru membimbing siswa untuk mengkaitkan antara kegiatan yang dilakukan di atas dan permasalahan yang terjadi pada lomba lompat trampoline dan mampu menerapkan penentuan nilai optimum untuk menyelesaikan permasalahan ini.

Kegiatan 2 Membuat Balok

Pendahuluan

1. Guru menjelaskan kepada siswa alat-alat yang harus disediakan pada kegiatan ini dan hal-hal yang dilakukan pada kegiatan ini yang sesuai dengan **"Ayo Kita Mencoba"** dan jelaskan kepada siswa apa yang harus didapat dari kegiatan ini.
2. Guru meminta siswa untuk menjawab pertanyaan pada bagian **"Ayo Kita Menalar"** untuk mengetahui tingkat pemahaman siswa mengenai hubungan permasalahan ini terhadap persamaan kuadrat.
3. Guru meminta siswa untuk menyimpulkan yang dia dapat dari kegiatan ini dengan menjawab pertanyaan pada bagian **"Ayo Kita Simpulkan"**.

Inti

Guru mengarahkan siswa untuk mengisi dan menjawab pertanyaan pada bagian di bawah ini. Sebagai petunjuk untuk jawabannya lihat tulisan yang berwarna biru.

Seorang pengusaha es ingin membuat cetakan untuk es. Untuk itu dia menyediakan selembar kayu berukuran 2,5 meter × 1 meter. Dengan kayu ini dia ingin membentuk cetakan berbentuk balok dengan tinggi 1 meter tanpa alas dan tutup. Sebagai pengusaha dia ingin menghasilkan es semaksimal mungkin. Selesaikan permasalahan ini dengan melakukan kegiatan berikut.

1. Siapkan kertas karton berukuran 25 cm × 10 cm.
2. Buatlah balok atau kubus tanpa alas dan tutup dengan tinggi 10 cm dari kertas tersebut dengan cara melipat seperti pada contoh gambar berikut ini.

Sumber: *Dokumen Kemdikbud*

3. Hitunglah volume balok yang kamu buat.
4. Lakukan kegiatan ini sebanyak sepuluh kali dengan menggunakan kertas yang sama tetapi ukuran baloknya berbeda.
5. Isilah tabel berikut ini

Balok ke-	Volume balok
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	
10.	

Dari kesepuluh balok yang kamu buat, balok nomor berapakah yang mempunyai volume terbesar? Mungkinkah dibuat balok lain dengan volume lebih besar daripada volume balok tersebut?

Petunjuk:

Arahkan siswa bahwa ukuran balok dengan V maksimum berdasarkan penjelasan berikut. Karena tingginya tetap agar volumenya maksimal maka luas alasnya harus maksimal yaitu $L = pl$ dan karena ukuran kertasnya adalah 25 cm × 10 cm maka $p + l = 25$ sehingga didapatkan $L = p(25 - p) = -p^2 + 25p$ sehingga supaya nilainya maksimum maka

$$p = -\frac{b}{2a} = -\frac{25}{-2} = \frac{25}{2} \text{ cm}$$

Tentukan hubungan hasil dari Kegiatan 2 di atas dengan kasus yang ada pada Kegiatan 2 ini. Bagaimana kamu menyelesaikan kasus yang dihadapi oleh pengusaha tersebut?

Untuk menentukan ukuran balok pada kasus permasalahan di atas sama dengan hasil yang dicoba siswa yaitu Karena tingginya tetap maka agar volumenya maksimal maka luas alasnya harus maksimal yaitu $L = pl$ dan karena ukuran kertasnya adalah 2,5 m × 1 m maka $p + l = 25$ sehingga didapatkan $L = p\,(25 - p) = -p^2 + 25p$ sehingga supaya nilainya maksimum maka

$$p = -\frac{b}{2a} = -\frac{25}{-2} = \frac{25}{2} \text{ meter}$$

Penutup:

Guru membimbing siswa untuk mengkaitkan antara kegiatan yang dilakukan di atas dan permasalahan yang terjadi pada pembuatan balok es dan mampu menerapkan penentuan nilai optimum untuk menyelesaikan permasalahan ini.

Kegiatan 3 Membuat Persegi Panjang

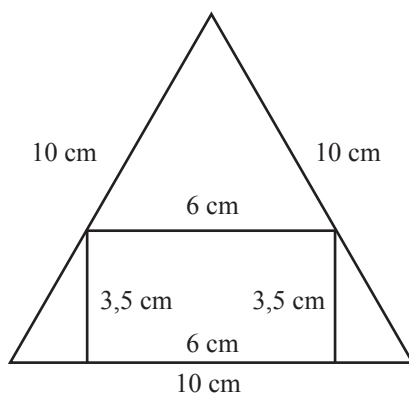
Pendahuluan

1. Guru menjelaskan kepada siswa alat-alat yang harus disediakan pada kegiatan ini dan hal-hal yang dilakukan pada kegiatan ini yang sesuai dengan **"Ayo Kita Mencoba"** dan jelaskan kepada siswa apa yang harus didapat dari kegiatan ini.

2. Guru meminta siswa untuk menjawab pertanyaan pada bagian **"Ayo Kita Menalar"** untuk mengetahui tingkat pemahaman siswa mengenai hubungan permasalahan ini terhadap persamaan kuadrat.
3. Guru meminta siswa untuk mencari contoh kasus dalam kehidupan sehari-hari yang dapat diselesaikan dengan menggunakan fungsi kuadrat yaitu lakukan kegiatan sesuai dengan yang tertera pada **"Ayo Kita Berbagi"**.
4. Guru meminta siswa untuk mendiskusikan dan mengajukan pertanyaan mengenai tugas pada bagian (3).

Inti

Guru mengarahkan siswa untuk mengisi dan menjawab pertanyaan pada bagian di bawah ini. Sebagai petunjuk untuk jawabannya lihat tulisan yang berwarna biru.

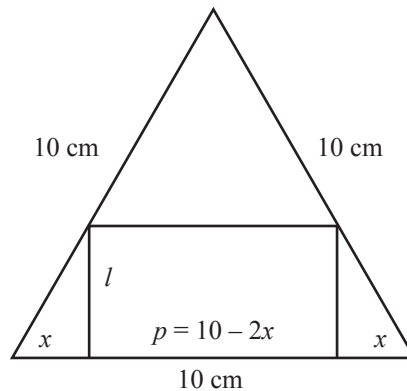
Seorang pengusaha emas mendapatkan pesanan 10 lempeng emas berbentuk segitiga sama sisi dengan ukuran sisinya adalah 10 cm dengan harga Rp100.000 per cm^2. Akibat dari produksi ini, bahan untuk pembuatan emas yang dia miliki telah habis. Selanjutnya ternyata ada kabar yang mengejutkan yaitu si pembeli tidak ingin membeli emas berbentuk segitiga namun dia ingin membeli emas berbentuk persegi panjang sebanyak 10 dengan ukuran yang sama dan dia akan membayarnya dengan harga dua kali lipat dari harga Rp200.000 per cm^2. Karena bahannya sudah habis maka si pengusaha harus memotong emas berbentuk segitiga menjadi persegi panjang. Karena si pengusaha menginginkan hasil penjualan emas tersebut semaksimal mungkin, dia harus membuat emas berbentuk persegi panjang dengan luas maksimal. Selesaikan permasalahan ini dengan melakukan kegiatan berikut.

1. Siapkan kertas karton.
2. Buatlah segitiga sama sisi dengan ukuran sisi 10 cm.
3. Buatlah persegi panjang di dalam segitiga tersebut, seperti pada gambar di atas.
4. Hitunglah luas dari persegi panjang tersebut.
5. Lakukan kegiatan ini sebanyak sepuluh kali.
6. Isilah tabel berikut ini

Persegi Panjang ke-	Luas Persegi Panjang
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	
10.	

Ayo Kita Menalar

Dari kesepuluh persegi panjang yang kamu buat, persegi panjang nomor berapakah yang mempunyai luas terbesar? Mungkinkah dibuat persegi panjang yang lain dengan luas lebih besar daripada luas persegi panjang tersebut? Hubungkan hasil dari Kegiatan 3 ini dengan kasus yang ada pada Kegiatan 3 ini! Bagaimana kamu menyelesaikan kasus yang dihadapi oleh pengusaha tersebut?

Petunjuk:

Untuk menyelesaikan masalah di atas harus ditentukan nilai *x* sedemikian hingga L = *pl* maksimum (lihat gambar di bawah ini).

Dalam hal ini didapat

$$p = 10 - 2x$$

dan

$$l = \sqrt{3}x\ .$$

Sehingga didapatkan

$$L = pl = (10 - 2x)(\sqrt{3}x) = 10\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}x^2\ .$$

Dan supaya nilai L maksimal didapatkan

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{10\sqrt{3}}{-1\left(2\sqrt{3}\right)} = \frac{5}{2}\text{cm}$$

Carilah aplikasi fungsi kuadrat yang ada pada kehidupanmu sehari-hari, lalu presentasikan di depan kelas.

Buatlah pertanyaan dari hasil diskusi di atas.

Penutup:

Guru membimbing siswa untuk mengkaitkan antara kegiatan yang dilakukan di atas dan permasalahan yang terjadi pada pemotongan emas. Guru mengajak siswa berfikir mengenai permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan fungsi kuadrat.

G. Penilaian

1. Jenis/teknik penilaian: tes tertulis, pengamatan sikap, dan keterampilan.
2. Bentuk instrumen dan instrumen: lembar tes tertulis berbentuk essay dengan soal-soal yang dapat diambil di buku siswa atau dikembangkan oleh guru sendiri. **Sikap** dan **Keterampilan** siswa dapat dinilai oleh guru selama proses pembelajaran, dengan menggunakan format-format seperti dicontohkan pada buku guru ini atau dikembangkan sendiri oleh guru, disesuaikan dengan sikap dan keterampilan yang dinilai.

No.	KD	Indikator Pencapaian Kompetensi		Teknik Penilaian
1.	3.2	3.2.1	Menentukan akar persamaan kuadrat dengan memfaktorkan.	Tes Tulis
		3.2.2	Mengidentifikasi jumlah dan hasil kali akar-akar dari persamaan kuadrat berdasarkan koefisien-koefisiennya.	Tes Tulis
		3.2.3	Menentukan akar persamaan kuadrat dengan melengkapkan kuadrat sempurna.	Tes Tulis
		3.2.4	Menentukan akar persamaan kuadrat dengan menggunakan rumus kuadratik (rumus abc).	Tes Tulis
		3.2.5	Mengidentifikasi karakteristik dari penyelesaian persamaan kuadrat dengan melihat nilai diskriminannya.	Tes Tulis
2.	3.3	3.3.1	Menentukan nilai optimum dari fungsi kuadrat.	Tes Tulis
		3.3.2	Membuat sketsa grafik fungsi kuadrat.	Tes Tulis

3.	3.4	3.4.1	Menjelaskan pengaruh dari koefisien x^2 pada fungsi kuadrat $f(x)$ terhadap karakteristik dari grafik fungsi $f(x)$.	Tes Tulis
		3.4.2	Mengidentifikasi sumbu simetri dari grafik fungsi kuadrat $f(x)$dengan memperhatikan nilai dari koefisien x^2 dan x.	Tes Tulis
		3.4.3	Menjelaskan hubungan antara nilai diskriminan dan titik potong grafik fungsi kuadrat terhadap sumbu-x.	Tes Tulis
4.	4.2	4.2.1	Menyajikan masalah kontekstual dalam bentuk persamaan kuadrat.	Tes Tulis
		4.2.2	Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan persamaan kuadrat.	Tes Tulis
5.	4.3	4.3.1	Menentukan fungsi kuadrat jika sudah diketahui grafiknya.	Tes Tulis
		4.3.2	Menentukan fungsi kuadrat jika diketahui titik puncak, titik potong, sumbu simetri atau beberapa titik pada persamaan kuadrat.	Tes Tulis
6.	4.4	4.4.1	Menyajikan masalah kontekstual dalam bentuk fungsi kuadrat.	Tes Tulis
		4.4.2	Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan fungsi kuadrat.	Tes Tulis

H. Remidial dan Pengayaan

Pada akhir bab siswa diberi tes. Hasil tes dianalisis untuk mengetahui ketercapaian KKM, serta mengidentifkasi indikator-indikator mana yang belum dicapai siswa atau materi-materi yang belum dikuasai oleh siswa. Bagi siswa yang belum mencapai KKM diberi remidial yaitu mempelajari kembali materi yang belum dikuasai dengan dibimbing guru. Pelaksanaan remidial dapat dilakukan satu minggu

setelah tes akhir bab dijadwalkan pada waktu tertentu misalnya setelah jam sekolah berakhir selama 60 menit.

Bagi siswa yang sudah memenuhi KKM namun masih belum memasuki bab berikutnya, maka diberi program pengayaan misalnya melalui program pemberian tugas yang menantang (*challenge*). Pelaksanaan program pengayaan dan remidial dapat dilaksanaan dalam waktu yang bersamaan.

I. Interaksi dengan Orang Tua Siswa

Komunikasi dengan orang tua dapat menggunakan buku penghubung yang memfasilitasi komunikasi yang baik antara sekolah/guru dengan orang tua siswa. Buku penghubung ini juga bermanfaat membangun kerjasama pihak sekolah dengan orang tua dalam membantu keberhasilan siswa. Buku penghubung ini memuat hari/ tanggal, mata pelajaran, pokok bahasan/subpokok bahasan, bentuk tugas, tanda tangan orang tua.

Contoh lembar Monitoring Orang Tua

Hari/ Tanggal	Mata Pelajaran	Materi/ Pokok Bahasan	Bentuk Tugas	Tanda Tangan Orang Tua	Tanda Tangan Guru

J. Kunci Jawaban

Latihan 2.1 **Persamaan Kuadrat**

1. Tentukan akar persamaan berikut.

   a. $3x^2 - 12 = 0$

   b. $x^2 + 7x + 6 = 0$

   c. $-3x^2 - 5x + 2 = 0$

Penyelesaian:

a. $3x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$

b. $x^2 + 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x + 6) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ atau $x = -6$.

c. $-3x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow (-3x + 1)(x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$ atau $x = -2$.

2. Nyatakan persamaan $3(x^2 + 1) = x(x - 3)$ dalam bentuk umum persamaan kuadrat.

   Penyelesaian: $3(x^2 + 1) = x(x - 3) \Leftrightarrow 3x^2 + 3 = x^2 - 3x \Leftrightarrow 2x^2 + 3x + 3 = 0$

3. Akar-akar persamaan $3x^2 - 12x + 2 = 0$ adalah α dan β. Tentukan persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $(\alpha + 2)$ dan $(\beta + 2)$.

   Penyelesaian:

   $(\alpha + 2) + (\beta + 2) = \alpha + \beta + 4 = \frac{12}{3} + 4 = 8$

   $(\alpha + 2)(\beta + 2) = \alpha\beta + 2(\alpha + \beta) + 4 = \frac{2}{3} + 2 \times \frac{12}{3} + 4 = 12\frac{2}{3}$

   Jadi persamaan kuadrat yang baru adalah

   $$x^2 - 8x + 12\frac{2}{3} = 0 \text{ atau } 3x^2 - 24x + 38 = 0.$$

4. Tentukan akar persamaan kuadrat berikut dengan 3 cara yang telah kalian pelajari.

   a. $x^2 - 1 = 0$

   b. $4x^2 + 4x + 1 = 0$

   c. $-3x^2 - 5x + 2 = 0$

   d. $2x^2 - x - 3 = 0$

   e. $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$

   Penyelesaian:

   a. $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$

   b. $4x^2 + 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow (2x + 1)(2x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$ atau $x = -\frac{1}{2}$.

   c. $-3x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow (-3x + 1)(x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$ atau $x = -2$.

   d. $2x^2 - x - 3 = 0 \Leftrightarrow (2x - 3)(x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ atau $x = -1$.

   e. $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow (x - \frac{1}{2})(x - \frac{1}{2}) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ atau $x = \frac{1}{2}$.

5. Tentukan nilai diskriminan persamaan pada soal no. 1.

Penyelesaian:

a. $D = 0^2 - 4(3)(-12) = 144$

b. $D = 7^2 - 4(1)(6) = 49 - 24 = 25.$

c. $D = (-5)^2 - 4(-3)(2) = 25 + 24 = 49$

6. Jika nilai diskriminan persamaan kuadrat $3x^2 - 5x + c = 0$ adalah 49, tentukan nilai c.

Penyelesaian: $49 = (-5)^2 - 4(3)(c) = 25 - 12c \Leftrightarrow 12c = 25 - 49 \Leftrightarrow c = -2.$

7. Ubahlah persamaan $3x^2 = 2x - 4$ kedalam bentuk umum persamaan kuadrat.

Penyelesaian: $3x^2 = 2x - 4 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x + 4 = 0.$

8. Carilah himpunan penyelesaian dari persamaan kuadrat berikut.

a. $x^2 - 5x + 6 = 0$

b. $x^2 + 2x - 15 = 0$

c. $x^2 + 4x - 12 = 0$

Penyelesaian:

a. $x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ atau $x = 3$

b. $x^2 + 2x - 15 = 0 \Leftrightarrow (x + 5)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow x = -5$ atau $x = 3$.

c. $x^2 + 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow (x + 6)(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = -6$ atau $x = 2$.

9. Bagaimana bentuk persamaan kuadrat yang akar-akarnya 2 dan 5?

Penyelesaian: $(x - 2)(x - 5) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0.$

10. Nyatakan persamaan $2(x^2 + 1) = x(x + 3)$ dalam bentuk umum persamaan kuadrat.

Penyelesaian: $2(x^2 + 1) = x(x + 3) \Leftrightarrow 2x^2 + 2 = x^2 + 3x \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$

Latihan 2.2 Grafik Fungsi Kuadrat

1. Gambarkan grafik fungsi kuadrat berikut.

   a. $y = \frac{1}{2}x^2$

   b. $y = \frac{1}{4}x^2$

   c. $y = -\frac{1}{2}x^2$

   d. $y = -\frac{1}{2}x^2$

2. Dari Soal 1, apa yang dapat kamu simpulkan mengenai grafik $y = ax^2$ dengan $|a| < 1$ dan $a \neq 0$?

   Penyelesaian: Jika dibandingkan dengan grafik $y = x^2$ maka grafik $y = ax^2$ akan lebih "gemuk"

3. Gambarkan grafik fungsi kuadrat berikut.

   a. $y = x^2 + 3x + 2$

   b. $y = x^2 - 3x + 2$

   c. $y = x^2 + 5x + 6$

   d. $y = x^2 - 5x + 6$

4. Dari Soal 3, apa yang dapat kamu simpulkan mengenai perbandingan grafik $y = ax^2 + bx + c$ dengan $y = ax^2 - bx + c$?

   Penyelesaian: Grafik $y = ax^2 - bx + c$ merupakan pencerminan terhadap sumbu-x grafik $y = ax^2 + bx + c$

5. Gambarkan grafik fungsi kuadrat berikut.

   a. $y = x^2 + 4x + 2$

   b. $y = -x^2 + 2x + 3$

   c. $y = x^2 - 5x + 5$

   d. $y = -2x^2 + 4x + 5$

6. Dari soal nomor 5, tentukan titik puncak tiap-tiap grafik. Tentukan pula hubungan titik puncak grafik fungsi $y = ax^2 + bx + c$ dengan nilai $-\frac{b}{2a}$.

   Penyelesaian: Titik puncak terjadi pada saat $x = -\frac{b}{2a}$.

7. Apakah mungkin grafik fungsi kuadrat tidak memotong sumbu-x? Jelaskan alasanmu.

   Penyelesaian: Mungkin, dari suatu grafik kungsi kuadrat yang memotong sumbu-x kita dapat menggesernya ke atas atau ke bawah untuk mendapatkan grafik fungsi kuadrat yang tidak memotong sumbu-x. Contoh: $y = x^2$ memotong sumbu-x , tetapi $y = x^2 + 4$ tidak memotong sumbu-x.

8. Apakah mungkin grafik fungsi kuadrat tidak memotong sumbu-y? Jelaskan alasanmu.

   Penyelesaian: Tidak. Karena grafik fungsi kuadrat $f(x)$ pasti memotong sumbu-y pada saat $x = 0$. Diperoleh $f(0) = c$, sehingga memotong sumbu-y pada titik koordinat $(0, c)$.

9. Apakah mungkin grafik fungsi kuadrat memotong sumbu-x pada tiga titik koordinat berbeda? Jelaskan alasanmu.

   Penyelesaian: Tidak. Karena $f(x) = ax^2 + bx + c$ memiliki akar-akar maksimal sebanyak 2, sehinga grafiknya memotong sumbu-x maksimal sebanyak 2 kali.

10. Apakah mungkin grafik fungsi kuadrat memotong sumbu-y pada dua titik koordinat berbeda? Jelaskan alasanmu.

    Penyelesaian: Tidak. Cukup jelas dari jawaban soal no 8 bahwa nilai $f(0)$ adalah tunggal.

Latihan 2.3 Menentukan Sumbu Simetri dan Titik Optimum

1. Tentukan sumbu simetri grafik fungsi di bawah ini.

   a. $y = 2x^2 - 5x$

   b. $y = 3x^2 + 12x$

   c. $y = -8x^2 - 16x - 1$

   Penyelesaian:

   a. Sumbu simetrinya adalah $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-5}{2 \times 2} = \frac{5}{4}$

   b. Sumbu simetrinya adalah $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{2 \times 3} = -2$

   c. Sumbu simetrinya adalah $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-16}{2 \times (-8)} = -1$

2. Tentukan nilai optimum fungsi berikut ini.

   a. $y = -6x^2 + 24x - 19$

   b. $y = \frac{2}{5}x^2 - 3x + 15$

   c. $y = -\frac{3}{4}x^2 + 7x - 18$

   Penyelesaian:

   a. $y_m = -\frac{D}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{(24)^2 - 4(-6)(-19)}{4(-6)} = -\frac{576 - 456}{-24} = 5$

   b. $y_m = -\frac{D}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{(-3)^2 - 4\left(\frac{2}{5}\right)(15)}{4(\frac{2}{5})} = -\frac{9 - 24}{-\frac{8}{25}} = -\frac{375}{8}$

   c. $y_m = -\frac{D}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{(7)^2 - 4\left(-\frac{3}{4}\right)(-18)}{4(-\frac{3}{4})} = -\frac{49 - 54}{-3} = -\frac{5}{3}$

3. Sketsalah grafik fungsi berikut ini.

   a. $y = 2x^2 + 9x$

   b. $y = 8x^2 - 16x + 6$

4. Diketahui suatu barisan 1, 7, 16, …. Suku ke-n dari barisan tersebut dapat dihitung dengan rumus $U_n = an^2 + bn + c$. Tentukan suku ke 100.

   Penyelesaian:

   Bentuk suatu persamaan dari barisan di atas yaitu $Ui = ai^2 + bi + c$ didapat persamaan

$$a + b + c = 1$$

$$4a + 2a + c = 7$$

$$9a + 3b + c = 1\ 6$$

   Sehigga didapat $U_i = 1\frac{1}{2}i^2 + 1\frac{1}{2}i - 2$ dengan demikian suku ke-100 adalah $U_{100} = 15.148$

5. Diketahui suatu barisan 0, –9, –12, …. Suku ke-n dari barisan tersebut dapat dihitung dengan rumus $U_n = an^2 + bn + c$. Tentukan nilai minimum dari barisan tersebut.

Penyelesaian:

Bentuk suatu persamaan dari barisan di atas yaitu $U_i = ai^2 + bi + c$ didapat persamaan

$$a + b + c = 0$$

$$4a + 2a + c = -9$$

$$9a + 3b + c = -12$$

Sehigga didapat $U_i = 3i^2 - 18i + 15$ dengan demikian nilai minimumnya adalah

$$y_m = -\frac{D}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{(-18)^2 - 4(3)(15)}{4(3)} = -\frac{324 - 180}{12} = -\frac{144}{12} = -12$$

6. Fungsi kuadrat $y = f(x)$ melalui titik (3, –12) dan (7, 36). Jika sumbu simetrinya $x = 3$, tentukan nilai minimum fungsi $f(x)$.

Penyelesaian:

Misalkan fungsi kuadratnya adalah $f(x) = ax^2 + bx + c$ maka didapat persamaan

$$9a + 3b + c = -12$$

$$49a + 7a + c = 36$$

$$-\frac{b}{2a} = 3 \text{ atau } -b = 6a \text{ atau } 6a + b = 0$$

Sehingga didapat $f(x) = 3x^2 - 18x + 15$ dengan demikian nilai minimumnya adalah

$$y_m = -\frac{D}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{(-18)^2 - 4(3)(15)}{4(3)} = -\frac{324 - 180}{12} = -\frac{144}{12} = -12$$

7. Bila fungsi $y = 2x^2 + 6x - m$ mempunyai nilai minimum 3 maka tentukan m.

Penyelesaian:

Sumbu simetrinya adalah $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2 \times 2} = -\frac{6}{4}$ didapat

$$2\left(-\frac{6}{4}\right)^2 + 6\left(-\frac{6}{4}\right) - m = 3$$

Atau

$$m = 2\left(\frac{36}{16}\right) - 9 - 3 = -\frac{15}{2}$$

8. Dari tahun 1995 sampai 2002, banyaknya pelanggan telepon genggam N (dalam juta orang) dapat dimodelkan oleh persamaan $N = 17{,}4x^2 + 36{,}1x + 83{,}3$, dengan x = 0 merepresentasikan tahun 1995 [Sumber: Data dari *2005 Statistical Abstract of the United States*, Tabel 1.372, hal. 870]. Pada tahun berapa banyaknya pelanggan mencapai nilai maksimum?

   Penyelesaian:

   Banyaknya pelanggan mencapai minimum pada saat tahun

   $$x = 1995 - \frac{b}{2a} = 1995 - \frac{36{,}1}{2 \times 17{,}4} < 1995$$

   Maka pelanggan mencapai maksimum pada saat 2002 yaitu nilai maksimum dari rentang data.

9. Jumlah dua bilangan adalah 30. Jika hasil kali kedua bilangan menghasilkan nilai yang maksimum, tentukan kedua bilangan tersebut.

   Penyelesaian:

   Misalkan dua bilangan tersebut adalah a, b maka $a = 30 - b$ sehingga

   $f(b) = a \times b = (30 - b) \times b = 30b - b^2$

   Karena diminta nilai maksimum maka

   $$b = -\frac{30}{2(-1)} = 15$$

   Sehingga didapatkan

   $$a = 30 - b = 15$$

10. Selisih dua bilangan adalah 10. Jika hasil kali kedua bilangan menghasilkan nilai yang minimum, tentukan kedua bilangan tersebut.

    Penyelesaian:

    Misalkan dua bilangan tersebut adalah a, b dengan $a > b$ maka $a = 10 + b$ sehingga

    $f(b) = a \times b = (10 + b) \times b = 10b + b^2$

Karena diminta nilai minimum maka

$$b = -\frac{10}{2 \times 1} = -5$$

Sehingga didapatkan

$$a = 10 - 5 = 5$$

Latihan 2.4 Menentukan Fungsi Kuadrat

1. Tentukan fungsi kuadrat yang grafiknya melalui titik koordinat (–1, 1), (0, –4), dan (1, –5).

   Penyelesaian: $f(x) = 2x^2 - 3x - 4$.

2. Tentukan fungsi kuadrat yang grafiknya memotong sumbu-x pada titik koordinat (4, 0) dan (–3, 0) serta melalui titik koordinat (2, –10).

   Penyelesaian: $f(x) = x^2 - x - 12$.

3. Tentukan fungsi kuadrat yang grafiknya memotong sumbu-x pada koordinat (–2, 0) dan memiliki titik puncak pada koordinat (2, –16).

   Penyelesaian: $f(x) = x^2 - 4x - 12$.

4. Tentukan fungsi kuadrat yang grafiknya memotong sumbu-y pada koordinat (0, 4), melalui titik koordinat (–1, –1) dan memiliki sumbu simetri $x = 2$.

   Penyelesaian: $f(x) = -x^2 + 4x + 4$.

5. **Tantangan**. Tentukan fungsi kuadrat yang grafiknya melalui (12, 0), (0, 3), dan (0, –2).

   Penyelesaian: Tidak ada fungsi kuadrat yang memenuhi, karena tidak mungkin fungsi kuadrat memotong sumbu-y dua kali.

6. Untuk suatu bilangan bulat p, tentukan fungsi kuadrat yang grafiknya melalui titik koordinat (p, 0) dan (–p, 0), dan (0, p).

   Penyelesaian: $f(x) = -\frac{1}{p}x^2 + p$.

7. Tentukan semua titik potong grafik fungsi linear $y = x - 1$ dengan fungsi kuadrat $y = x^2 - 5x + 4$.

   Penyelesaian: Titik potong = (1, 0) dan (5, 4)

8. Tentukan semua titik potong grafik fungsi kuadrat $y = x^2 - 6x + 4$ dengan fungsi kuadrat $y = x^2 - 8x$.

   Penyelesaian: Titik potong = (–2, 20)

9. **Tantangan**. Tentukan nilai a dan b agar grafik fungsi linear $y = ax + b$ memotong grafik fungsi kuadrat $y = x^2 - 4x + 2$ tepat pada satu titik koordinat yakni (3, –1). (Kalau diperlukan dapat menggunakan grafik).

   Penyelesaian: Dari persamaan $x^2 - 4x + 2 = ax + b$ diperoleh

   $$x^2 - (4 + a)x + (2 - b) = 0 \quad .....(1)$$

   Karena titik perpotongan hanya pada satu titik koordinat yakni (3, –1) maka fungsi kuadrat pada Persamaan (1) hanya mempunyai satu akar yakni $x = 3$, atau dapat dituliskan dengan

   $$\begin{aligned} x^2 - (4 + a)x + (2 - b) &= (x - 3)(x - 3) \\ &= x^2 - 6x + 9 \end{aligned}$$

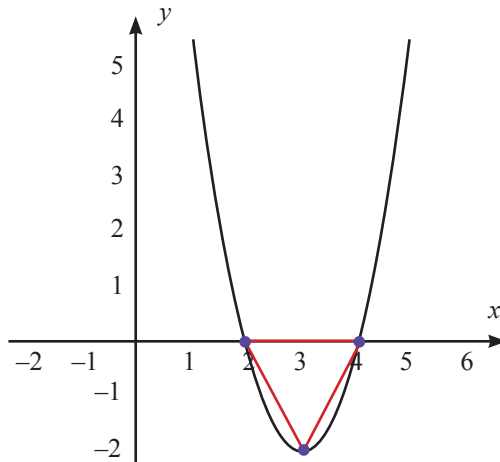
   Diperoleh $4 + a = 6 \rightarrow a = 2$ dan $2 - b = 9 \rightarrow b = -7$.

10. Dari fungsi kuadrat $y = 2x^2 - 12x + 16$ akan dibuat suatu segitiga. Titik-titik sudut segitiga tersebut merupakan titik potong sumbu-x dan titik puncak. Tentukan luas segitiga tersebut.

    Penyelesaian: Fungsi kuadrat $2x^2 - 12x + 16$ dapat diubah menjadi

    $$\begin{aligned} 2x^2 - 12x + 16 &= 2(x^2 - 6x + 8) \\ &= 2(x - 2)(x - 4) \end{aligned}$$

    Diperoleh titik potong sumbu-x pada titik koordinat (2, 0) dan (4, 0). Sumbu simetri adalah $x = \frac{-b}{2a} = \frac{12}{4} = 3$. Koordinat titik puncak adalah $(3, f(3)) = (3, -2)$.

Perhatikan gambar di bawah.

Luas segitiga adalah ½(2)(2) = 2 satuan luas.

Latihan 2.5 Aplikasi Fungsi Kuadrat

1. Suatu persegi panjang kelilingnya 60 cm. Tentukan ukuran persegi panjang agar mempunyai luas maksimum.

Penyelesaian:

$$\text{Keliling} = 2(\text{panjang} + \text{lebar})$$

Maka

$$30 = p + l \text{ atau } p = 30 - l$$

Dengan demikian fungsi luasnya adalah

$$L(l) = p \times l = (30 - l)\, l = 30l - l^2$$

Karena yang diinginkan luas maksimum maka

$$l = -\frac{30}{2(-1)} = 15$$

Didapat

$$p = 30 - l = 30 - 15 = 15$$

2. Sebuah segitiga siku-siku jumlah kedua sisi siku-sikunya adalah 50 cm. Tentukan ukuran segitiga siku-siku agar mempunyai luas maksimum.

Penyelesaian:

Tinggi dari segitiga dapat ditentukan dengan mengguanakan teorema pytagoras yaitu dimisalkan sisi yang ketiga adalah s sehingga tinggi segitiga adalah

$$t = \sqrt{2.500 - \frac{1}{4}s^2}$$

Jadi fungsi luas adalah

$$L(s) = \frac{1}{2}s\sqrt{2.500 - \frac{1}{4}s^2}$$

Misal $t = s^2$ maka

$$L(t) = \frac{1}{2}\sqrt{2.500t - \frac{1}{4}t^2}$$

Dengan demikian supaya L maksimum maka $\sqrt{2.500t - \frac{1}{4}t^2}$ harus maksimum sehingga

$$t = -\frac{2.500}{2\left(-\frac{1}{4}\right)} = 5.000$$

Dengan demikian $s = \pm\sqrt{t} = \pm\sqrt{5.000}$. Karena jarak bernilai positif maka $s = \sqrt{5.000}$.

3. Seorang siswa memotong selembar kain. Kain hasil potongannya berbentuk persegi panjang dengan keliling 80 cm. Apabila siswa tersebut berharap mendapatkan kain hasil potongan mempunyai luas maksimum, tentukan panjang dan lebar kain.

Penyelesaian:

$$\text{Keliling} = 2\ (\text{panjang} + \text{lebar})$$

Maka

$$40 = p + l \text{ atau } p = 40 - l$$

Dengan demikian fungsi luasnya adalah

$$\text{L}(l) = p \times l = (40 - l)l = 40l - l^2$$

Karena yang diinginkan luas maksimum maka

$$l = -\frac{40}{2(-1)} = 20$$

Didapat

$$p = 40 - l = 40 - 20 = 20$$

4. Sebuah peluru ditembakkan vertikal ke atas. Tinggi peluru h (dalam meter) sebagai fungsi waktu t (dalam detik) dirumuskan dengan $h(t) = -4t^2 + 40t$. Tentukan tinggi maksimum yang dapat dicapai peluru dan waktu yang diperlukan.

   Penyelesaian:

   Waktu supaya tinggi maksimum adalah

$$t = -\frac{40}{2(-4)} = 5$$

   Maka tinggi maksimum adalah

$$h(5) = -4(5^2) + 40(5) = -100 + 200 = 100$$

5. Diketahui bahwa tinggi Jam Gadang yang ada di Sumatera adalah 26 meter. Tentukan pemecahan masalah berikut ini: (Petunjuk: Rumus fisika untuk benda yang dijatuhkan pada ketinggian tertentu adalah $s = s_0 - v_0 t + 5t^2$ dan untuk benda yang dilempar ke atas adalah $h = h_0 + v_0 t - 5t^2$ dengan s adalah jarak benda yang dijatuhkan terhadap posisi awal benda (meter), h adalah jarak benda yang dilempar terhadap posisi awal benda (meter), t adalah waktu (detik), s_0 dan h_0 adalah ketinggian awal, dan v_0 adalah kecepatan awal benda (m/s))

Sumber: www.indonesia.travel

   a. Pada suatu hari ada seseorang yang menjatuhkan apel dari atas gedung Jam Gadang. Jika diharapkan apel tiba di tanah pada 0,7 detik setelah pelemparan apel, tentukan kecepatan awal apel.

b. Pada suatu hari ada seseorang yang melempar apel ke atas. Jika orang tersebut menginginkan tinggi lemparannya tersebut tepat sama dengan tinggi gedung Jam Gadang. Tentukan kecepatan awal yang harus diberikan orang tersebut pada saat melempar apel.

Penyelesaian:

a. Gunakan persamaan $s = s_0 - v_0 t + 5t^2$ dengan subtitusi s_0 = tinggi jam gadang = 26, $s = 0$ dan $t = 0{,}7$ sehingga didapat

$$0 = 26 - v_0\,(0{,}7) + 5(0{,}49)$$

Dengan demikian

$$v_0 = \frac{26 - 2{,}45}{0{,}7} = \frac{23{,}55}{0{,}7} = 33{,}6429$$

b. Gunakan persamaan $h = h_0 + v_0 t - 5t^2$ dengan subtitusi $h_0 = 0$, dengan demikian tinggi maksimum adalah

$$y_{maksimum} = -\frac{D}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{(v_0)^2 - 4(-5)(0)}{4(-5)} = \frac{v_0^2}{20}$$

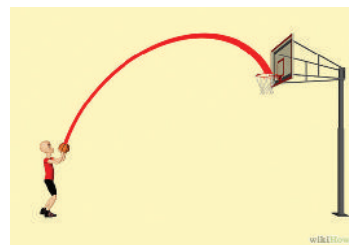
Dan subtitusi $y_{maksimum} = 26$ maka didapat

$$v_0 = \pm\sqrt{520}$$

Karena kecepatan harus bernilai positif maka

$$v_0 = \sqrt{520}$$

6. Seorang pemain bola basket mempunyai tinggi 170 cm. Sedangkan tinggi keranjang adalah 3 meter. Pemain basket tersebut melempar bola basket sejauh 4 meter dari posisi tiang keranjang dan posisi awal bola berada tepat di atas kepala pemain. Ternyata lemparannya mempunyai tinggi maksimum 4,5 meter dan secara horisontal berjarak 2,5 meter dari pemain. Jika lemparannya membentuk parabola tentukan apakah bola tersebut masuk ke dalam keranjang?

Sumber: *http://www.wikihow.com*

Penyelesaian:

Misalkan fungsi kuadrat

$$y = ax^2 + bx + c$$

Misalkan koordinat bola awal adalah (0, 1,70) yaitu 1,70 sebagai tinggi orangnya. Dengan demikian posisi dari keranjang adalah (4, 3). Dan koordinat dari titik optimum adalah $(4\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2})$. Maka didapat persamaan

$$c = 1{,}7 \quad (1)$$

$$-\frac{b}{2a} = 4\frac{1}{2} \text{ atau } b = -9a \quad (2)$$

$$-\frac{b^2 - 4ac}{4a} = 2\frac{1}{2} \text{ atau } b^2 - 4ac = -10a \quad (3)$$

Subtitusi persamaan (1) dan (2) ke (3) didapat

$$81a^2 - 6{,}8a = -10a$$

Sehingga didapat

$$a = 0 \text{ atau } a = \frac{-32}{810}$$

Karena berbentuk parabola maka $a \neq 0$ sehingga $a = \frac{-32}{810}$ dan $b = \frac{32}{90}$ dengan demikian $y = -\frac{32}{810}x^2 + \frac{32}{90}x + 1{,}7$. Kemudian lihat bahwa $y(4) = -\frac{32}{810}(16) - \frac{32}{90}(4) + 1{,}7 \neq 3$ maka lemparan tersebut tidak akan masuk kedalam keranjang.

7. Seorang tukang bangunan mendapat pesanan membuat air mancur yang diletakkan di pusat kolam kecil yang berbentuk lingkaran. Pemesan menginginkan luas kolamnya adalah 10 m^2. Jika tinggi maksimum dari air mancur adalah 2 meter dan air mancurnya harus jatuh tepat ditepian kolam maka tentukan persamaan kuadrat dari air mancur.

Sumber: Dokumen Kemdikbud

Penyelesaian:

Luas kolam adalah 10 maka $r = \sqrt{\frac{10}{\pi}}$

Misalkan fungsi kuadrat

$$y = ax^2 + bx + c$$

Misalkan koordinat tengah kolam adalah (0, 0) dan koordinat dari titik optimum

adalah $\left(\frac{r}{2}, 2\right) = \left(\frac{\sqrt{\frac{10}{\pi}}}{2}, 2\right)$. Maka didapat persamaan

$$c = 0 \qquad (1)$$

$$-\frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{\frac{10}{\pi}}}{2} \text{ atau } b = -\sqrt{\frac{10}{\pi}}\ a \qquad (2)$$

$$-\frac{b^2 - 4ac}{4a} = 2 \text{ atau } b^2 - 4ac = -8a \qquad (3)$$

Subtitusi persamaan (1) dan (2) ke (3) didapat

$$\frac{10}{\pi}a^2 = -8a$$

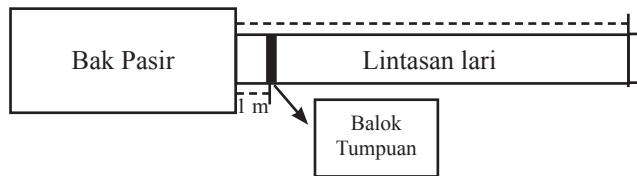
Sehingga didapat

$$a = 0 \text{ atau } a = \frac{-8\pi}{10}$$

Karena berbentuk parabola maka $a \neq 0$ sehingga $a = \frac{-8\pi}{10}$ dan $b = \sqrt{\frac{64\pi}{10}}$ dengan demikian $y = \frac{-8\pi}{10}x^2 + \sqrt{\frac{64\pi}{10}}\ x$.

8. Seorang atlet lompat jauh sedang mengadakan latihan. Pada saat latihan dia mengambil awalan lari dengan kecepatan tertentu dan pada saat di balok tumpuan kecepatannya kira-kira 2,5 m/s kemudian pada saat itu juga dia melompat dengan sudut 30°. Tentukan jarak atlet tersebut dengan balok tumpuan ketika dia sampai di tanah. (Petunjuk: Rumus fisika untuk jarak

Sumber: elgisha.wordpress.com

vertikal (tinggi) yang bergantung terhadap waktu dengan sudut awal 30^o adalah $h = \frac{1}{2} v_0 t - 5t^2$ dan jarak horisontal yang bergantung pada waktu adalah $s = \frac{1}{2}\sqrt{3}\, v_0\, t$ dengan t adalah waktu (detik), h adalah tinggi lompatan pada saat t (m), s adalah jarak horisontal pada saat t (m) dan v_0 adalah kecepatan awal).

Penyelesaian:

Pada saat orang tersebut di tanah maka

$$\frac{1}{2} v_0 t - 5t^2 = 0$$

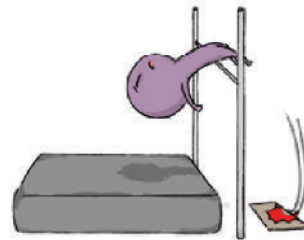
Dengan demikian

$$t = 0 \text{ atau } t = 0{,}25$$

Dengan demikian atlit tersebut sampai di tanah pada saat $t = 0{,}25$.

Sehingga

$$s = \frac{1}{2}\sqrt{3}\,(2{,}5)0{,}25 = 0{,}3125\sqrt{3} \approx 0{,}5413$$

9. Seorang atlet lompat tinggi sedang mengadakan latihan. Pada saat latihan dia mengambil awalan lari dengan kecepatan tertentu dan dia melompat dengan sudut mendekati 90^0 pada saat jaraknya sangat dekat sekali dengan tiang lompat. Satu detik setelah dia melompat, tubuhnya mencapai tanah. Tentukan kecepatan lari sesaat sebelum dia melompat supaya lompatannya bisa melewati tinggi mistar lompat yaitu 2 meter! (Petunjuk: Rumus fisika untuk tinggi yang bergantung terhadap waktu dengan sudut awal lompatan mendekati 90^0 adalah $h = \frac{1}{2} v_0\, t - 5t^2$ dengan t adalah waktu (detik), h adalah tinggi lompatan pada saat t (m) dan v_0 adalah kecepatan awal).

Sumber: Dokumen Kemdikbud

Penyelesaian:

Karena tinggi mistar lompat adalah 2 meter, maka tinggi maksimum adalah $h_{max} > 2$ sehingga

$$\frac{\frac{1}{4}v_0^2}{20} > 2$$

Atau bisa dituliskan

$$v_0^2 > 160$$

Dengan demikian kecepatan awalnya adalah

$$v_0 > \sqrt{160}$$

Uji Kompetensi 2 — Fungsi Kuadrat

1. Jika p dan q adalah akar-akar persamaan $x^2 - 5x - 1 = 0$, tentukan persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $2p + 1$ dan $2q + 1$.

   Penyelesaian:

   $(2p + 1) + (2q + 1) = 2(p + q) + 2 = 2 \times 5 + 2 = 12$

   $(2p + 1)(2q + 1) = 4pq + 2(p + q) + 1 = 4(-1) + 2(5) + 1 = 7.$

   Jadi persamaan kuadrat yang baru adalah $x^2 - 12x + 7 = 0$.

2. Diketahui akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 - 4x + 1 = 0$ adalah m dan n. Tentukan persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $m + n$ dan $m.n$.

   Penyelesasaian:

   Akar-akar dari persamaan kuadrat baru adalah $m + n = -\frac{-4}{2} = 2$ dan $m \times n = \frac{1}{2}$.

   Jadi persamaan kuadrat baru yang terbentuk adalah $(x-2)\left(x-\frac{1}{2}\right) = 0$ atau $x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$.

3. Persamaan $2x^2 + qx + (q - 1) = 0$ mempunyai akar-akar x_1 dan x_2.

   Jika $x_1^2 + x_2^2 = 4$, tentukan nilai q!

   Penyelesasaian: $x_1^2 + x_2^2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 4 \Leftrightarrow \left(-\frac{q}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{q-1}{2}\right) = 4$

   $\Leftrightarrow \frac{q^2}{4} - q + 1 = 4 \Leftrightarrow q^2 - 4q + 4 = 16 \Leftrightarrow q^2 - 4q - 12 = 0 \Leftrightarrow (q + 2)(q - 6) = 0$

   $\Leftrightarrow q = -2$ atau $q = 6$.

4. Persamaan $(1 – m)x^2 + (8 – 2m)x + 12 = 0$ mempunyai akar kembar. Berapa m?

   Penyelesaian: $D = 0 \Leftrightarrow (8 – 2m)^2 – 4(1 – m)(12) = 0 \Leftrightarrow 64 – 32m + 4m^2 – 48 + 48m = 0 \Leftrightarrow 16 + 16m + 4m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 = 0 \Leftrightarrow (m + 2)^2 = 8 \Leftrightarrow m = –2 \pm \sqrt{8}$.

5. Jika nilai diskriminan persamaan kuadrat $2x^2 – 9x + c = 0$ adalah 121, tentukan nilai c.

   Penyelesaian: $D = 121 \Leftrightarrow (–9)^2 – 4(2)(c) = 121 \Leftrightarrow 81 – 8c = 121 \Leftrightarrow 8c = –40 \Leftrightarrow c = –5$.

6. Jumlah dua bilangan cacah adalah 12. Jika hasil kali dua bilangan itu 35, tentukan kedua bilangan cacah yang dimaksud.

   Penyelesaian: Misal dua bilangan cacah tersebut adalah a dan b. Dengan demikian $a + b = 12 \Leftrightarrow a = 12 – b$ dan $ab = 35$. Didapat $(12 – b)b = 35 \Leftrightarrow 12b – b^2 – 35 = 0 \Leftrightarrow b^2 – 12b + 35 = 0 \Leftrightarrow (b – 7)(b – 5) = 0 \Leftrightarrow b = 7$ atau $b = 5$.

   Untuk b = 7 diperoleh a = 12 – 7 = 5.

   Untuk b = 5 diperoleh a = 12 – 5 = 7.

7. Persamaan kuadrat $x^2 - 2x + 7 = 0$ mempunyai akar-akar x_1 dan x_2. Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $x_1 - 2$ dan $x_2 – 2$ adalah ....

   Penyelesaian:

   $(x_1 – 2) + (x_2 – 2) = x_1 + x_2 – 4 = 2 – 4 = –2.$

   $(x_1 – 2) + (x_2 – 2) = x_1x_2 – 2(x_1 + x_2) + 4 = 7 – 2(2) + 4 = 7$

   Jadi persamaan kuadrat yang baru adalah $x^2 + 2x + 7 = 0$.

8. Akar-akar persamaan $2x^2 - 6x + 2m - 1 = 0$ adalah α dan β . Jika $\alpha = 2\beta$, maka nilai m adalah ....

   Penyelesaian: $\alpha + \beta = 3 \Leftrightarrow 2\beta + \beta = 3 \Leftrightarrow \beta = 1$ dan $\alpha = 2$. Didapatkan $\alpha\beta = \frac{2m-1}{2} \Leftrightarrow 2 = \frac{2m-1}{2} \Leftrightarrow 2m – 1 = 4 \Leftrightarrow 2m = 5 \Leftrightarrow m = \frac{5}{2}$.

9. Jika p dan q adalah akar-akar persamaan $x^2 - 5x - 1 = 0$, maka persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $2p + 1$ dan $2q + 1$ adalah ....

   Penyelesaian:

   $(2p + 1) + (2q + 1) = 2(p + q) + 2 = 2(5) + 2 = 12.$

   $(2p + 1)(2q + 1) = 4pq + 2(p + q) + 1 = 4(–1) + 2(5) + 1 = 7$

   Jadi persamaan kuadrat yang baru adalah $x^2 – 12x+ 7 = 0$.

10. Akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + (a - 1)x + 2 = 0$ adalah α dan β. Jika $\alpha = 2\beta$ dan $a > 0$, tentukan nilai a.

    Penyelesaian: $\alpha\beta = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\alpha^2 = 2 \Leftrightarrow \alpha^2 = 4 \Leftrightarrow \alpha = 2$ dan $\beta = 1$. Didapatkan $\alpha + \beta = a - 1 \Leftrightarrow 3 = a - 1 \Leftrightarrow a = 4$.

11. Gambarkan grafik fungsi kuadrat berikut.

    a. $f(x) = x^2 + x + 3$

    b. $f(x) = x^2 - 6x + 8$

    c. $f(x) = 2x^2 + 3x + 2$

12. Tentukan fungsi kuadrat yang grafiknya memotong sumbu-x pada koordinat (–2, 0) dan (5, 0) serta memotong sumbu-y pada titik koordinat (0, –20).

    Penyelesaian: $f(x) = 2x^2 - 6x - 20$

13. Tentukan fungsi kuadrat yang grafiknya memiliki titik puncak pada titik koordinat (1, 5) serta melalui titik koordinat (0, 7).

    Penyelesaian: $f(x) = 2x^2 - 4x + 7$

14. Tentukan fungsi kuadrat yang grafiknya melalui titik koordinat (0, 5), (1, 6) dan (–1, 12).

    Penyelesaian: $f(x) = 4x^2 - 3x + 5$

15. Tentukan fungsi kuadrat yang grafiknya melalui titik koordinat (0, –2) serta memiliki sumbu simetri $x = -\frac{1}{2}$

    Penyelesaian: $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x - 2$

16. **Analisis kesalahan**. Lily menentukan fungsi kuadrat yang memiliki akar $x = 3$ dan $x = -2$ serta grafiknya melalui titik koordinat (0, 12). Fungsi kuadrat yang diperoleh adalah $y = -2x^2 - 2x + 12$. Tentukan kesalahan yang dilakukan oleh Lily.

    Penyelesaian: Lily melakukan kesalahan menyatakan fungsi kuadrat menjadi

$$y = -2(x + 3)(x - 2)$$

yang benar adalah

$$y = -2(x - 3)(x + 2)$$

17. **Tantangan**. Tentukan banyaknya fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$ yang memiliki dua akar berbeda dengan $1 \leq a, b, c \leq 6$.

Penyelesaian: Fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$ memotong sumbu-x pada dua titik koordinat berbeda jika

$$b^2 - 4ac \geq 0$$

- Untuk $b = 1$, diperoleh

$$1 - 4ac \geq 0 \rightarrow ac \leq ¼$$

Tidak ada nilai a dan c yang memenuhi.

- Untuk $b = 2$, diperoleh

$$4 - 4ac \geq 0 \rightarrow ac \leq 1$$

Pasangan (a, c) yang memenuhi adalah (1, 1). Terdapat 1 pasangan.

- Untuk $b = 3$, diperoleh

$$9 - 4ac \geq 0 \rightarrow ac \leq \frac{9}{4}$$

Pasangan (a, c) yang memenuhi adalah (1, 1), (1, 2), (2, 1). Terdapat 3 pasangan.

- Untuk $b = 4$, diperoleh

$$16 - 4ac \geq 0 \rightarrow ac \leq 4$$

Pasangan (a, c) yang memenuhi adalah (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (3, 1). Terdapat 7 pasangan.

- Untuk $b = 5$, diperoleh

$$25 - 4ac \geq 0 \rightarrow ac \leq \frac{25}{4}$$

Pasangan (a, c) yang memenuhi adalah (1, 1), (1, 2), (1 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (5, 1), (6, 1). Terdapat 14 pasangan.

- Untuk $b = 6$, diperoleh

$$36 - 4ac \geq 0 \rightarrow ac \leq 9$$

Pasangan (a, c) yang memenuhi adalah (1, 1), (1, 2), (1 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 2), (5, 1), (6, 1). Terdapat 17 pasangan.

Banyaknya fungsi kuadrat yang memenuhi adalah 1 + 3 + 7 + 14 + 17 = 42.

18. Tentukan titik potong grafik fungsi linear $y = 2x + 5$ dengan grafik fungsi kuadrat $y = 2x^2 - 4x + 9$.

    Penyelesaian: Titik potong = (1, 7) dan (2, 9)

19. Tentukan titik potong grafik fungsi kuadrat $y = 2x^2 + 4x + 1$ dengan grafik fungsi kuadrat $y = x^2 + 9x + 7$

    Penyelesaian: Titik potong = (–1, –1) dan (6, 97)

20. **Tantangan**.Apakah mungkin garis horisontal memotong grafik fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$ tepat pada satu titik koordinat?

    Penyelesaian: Garis horisontal dapat memotong grafik fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$ tepat pada satu titik koordinat yaitu titik puncak fungsi kuadrat tersebut.

21. Tentukan sumbu simetri dan nilai optimum dari grafik fungsi di bawah ini

    a. $y = 3x^2 - 7x$

    b. $y = 8x^2 - 16x + 2$

    c. $y = 6x^2 + 20x + 18$

    Penyelesaian:

    a. Sumbu simetrinya adalah $x = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{-7}{2 \times 3} = \dfrac{7}{6}$

    $$y_m = -\frac{D}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{(-7)^2}{4(3)} = -\frac{49}{12}$$

    b. Sumbu simetrinya adalah $x = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{-16}{2 \times 8} = 1$

    $$y_m = y(1) = 8 - 16 + 2 = -6$$

c. Sumbu simetrinya adalah $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{20}{2 \times (6)} = -\frac{20}{12}$

$$y_m = -\frac{D}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{(20)^2 - 4(6)(18)}{4(6)} = -\frac{400 - 432}{-24} = -\frac{32}{24}$$

22. Sketsalah grafik fungsi berikut ini.
    a. $y = 6x^2 + 5x + 7$
    b. $y = 7x^2 - 3x + 2$

23. Diketahui suatu barisan 3, 11, 26,…. Suku ke-n dari barisan tersebut dapat dihitung dengan rumus $U_n = an^2 + bn + c$. Tentukan barisan ke 100.

    Penyelesaian:

    Bentuk suatu persamaan dari barisan di atas yaitu $U_i = ai^2 + bi + c$ didapat persamaan

$$a + b + c = 3$$
$$4a + 2a + c = 11$$
$$9a + 3b + c = 26$$

    Sehigga didapat $U_i = 3\frac{1}{2}i^2 - 2\frac{1}{2}i + 2$ dengan demikian suku ke-100 adalah $U_{100} = 34.752$

24. Diketahui suatu barisan barisan 5, 19, 29,…. Suku ke-n dari barisan tersebut dapat dihitung dengan rumus $U_n = an^2 + bn + c$. Tentukan nilai maksimum dari barisan tersebut.

    Penyelesaian:

    Bentuk suatu persamaan dari barisan di atas yaitu $U_i = ai^2 + bi + c$ didapat persamaan

$$a + b + c = 5$$
$$4a + 2a + c = 19$$
$$9a + 3b + c = 29$$

Sehingga didapat $U_i = -2i^2 + 20i - 13$ dengan demikian nilai maksimumnya adalah

$$y_m = -\frac{D}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{(20)^2 - 4(-2)(-13)}{4(-2)} = -\frac{400 - 104}{8} = -\frac{396}{8} = 49,5$$

25. Jika fungsi $y = ax^2 + 3x + 5a$ mempunyai nilai maksimum 0, maka tentukan a.

Penyelesaian:

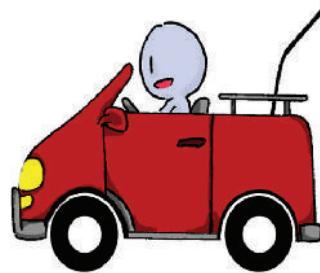
$$0 = -\frac{(3)^2 - 4(a)(5a)}{4(a)}$$

Maka

$$0 = 9 - 20a^2$$

Didapat

$$a = \pm\sqrt{\frac{9}{20}}$$

26. Seorang sopir mengemudikan mobilnya dengan kecepatan konstan 20 m/s. Tiba-tiba dia melihat orang yang sedang berdiri di tengah jalan yang berjarak 15 m di depan mobilnya. Sopir tersebut mengerem mobilnya dengan perlambatan 5 m/s². Apakah mobil tersebut menabrak orang di depannya itu? (Petunjuk: rumus fisika untuk kasus ini adalah $s = v_0\, t - \frac{1}{2}at^2$ dengan t menyatakan waktu (detik) mulai dari pengereman, s jarak tempuh pada saat t, v_0 menyatakan kecepatan mobil dan a menyatakan perlambata mobil)

Sumber: Dokumen Kemdikbud

Penyelesaian:

Persamaan jaraknya didapat

$$s = 20t - \frac{5}{2}t^2$$

Mobil tersebut berhenti pada saat jarak maksimum. Sehingga mobil berhenti pada saat jaraknya adalah

$$\text{jarak} = -\frac{(20)^2}{4\left(-\frac{5}{2}\right)} = -\frac{400}{-10} = 40 \text{ meter}$$

Jadi, mobil menabrak orang di depannya.

27. Air Terjun Madakaripura terletak di Kecamatan Lumbang, Probolinggo merupakan salah satu air terjun di kawasan Taman Nasional Bromo Tengger Semeru. Tinggi dari air terjun ini adalah 200 m. Pada suatu hari ada seseorang yang melepas ikan tepat dari atas air terjun. Tentukan berapa waktu yang diperlukan ikan tersebut untuk mencapai dasar air terjun? Jika persamaan jarak tempuh dari ikan tersebut adalah $y = y_0 - 24t^2$ dengan y jarak tempuh, y_0 adalah tinggi air terjun dan t waktu tempuh.

Sumber: Dokumen Kemdikbud

Penyelesaian:

Maka waktu tempuhnya adalah

$$0 = 200 - 24t^2$$

Sehingga

$$t = \pm\sqrt{\frac{200}{24}} \text{ detik}$$

Karena waktunya bernilai tak negatif maka

$$t = \sqrt{\frac{200}{24}} \text{ detik}$$

28. Sebuah roket mempunyai dua bahan bakar yaitu salah satunya berada pada pada bagian ekor. Pada ketinggian tertentu bahan bakar ini akan dibuang untuk mengurangi bobot. Roket mempunyai rumusan suatu persamaan $y = 300t - 5t^2$ dengan t adalah waktu (detik) dan y menyatakan tinggi roket. Jika ekor roket dibuang pada saat mencapai tinggi maksimum, berapa tinggi roket pada saat membuang bahan bakarnya?

Sumber: http://idkf.bogor.net

Penyelesaian:

Tinggi roket pada saat membuang bahan bakar adalah

$$y_{\text{buang}} = -\frac{D}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{(300)^2 - 4(-5)(0)}{4(-5)} = \frac{90.000}{20} = 4.500$$

29.

Sumber: Dokumen Kemdikbud

Seorang atlet tolak peluru mempunyai tinggi 160 cm. Atlet ini melempar peluru tepat di atas kepalanya. Ternyata lemparannya mempunyai tinggi maksimum 4,5 meter dan secara horisontal berjarak 2,5 meter dari pemain. Jika lemparannya membentuk parabola tentukan jarak yang dicapai peluru tersebut!

Penyelesaian:

Misalkan fungsi kuadrat

$$y = ax^2 + bx + c$$

Misalkan koordinat bola peluru adalah (0,1, 60) yaitu 1,60 sebagai tinggi orangnya. Dan koordinat dari titik optimum adalah $(4\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2})$. Maka didapata persamaan

$$c = 1{,}6 \ldots\ldots.(1)$$

$$-\frac{b}{2a} = 4\frac{1}{2} \text{ atau } b = -9a \ldots\ldots.(2)$$

$$-\frac{b^2 - 4ac}{4a} = 2\frac{1}{2} \text{ atau } b^2 - 4ac = -10a \ldots\ldots.(3)$$

Subtitusi persamaan (1) dan (2) ke (3) didapat

$$81a^2 - 6{,}4a = -10a$$

Sehingga didapat

$$a = 0 \text{ atau } a = \frac{-36}{810}$$

Karena berbentuk parabola maka $a \neq 0$ sehingga $a = \frac{-36}{810}$ dan $b = \frac{36}{90}$ dengan demikian $y = -\frac{32}{810}x^2 + \frac{36}{90}x + 1{,}6$. Ketika bola peluru mencapai tanah maka y haruslah bernilai nol sehingga untuk menentukan jarak lempar harus diselesaikan persamaan

$$-\frac{32}{810}x^2 + \frac{36}{90}x + 1{,}6 = 0$$

Didapatkan

$$x = -3 \text{ atau } x = 12$$

Karena x menyatakan jarak maka jarak lemparannya adalah 12 meter.

30.

Sumber: http://cdn.ad4msan.com

Balon udara jatuh dari ketinggian 32 kaki. Diberikan fungsi $h = -32\,t^2 + 32$ dengan h adalah tinggi balon setelah t detik. Kapan balon ini mencapai tanah?

Penyelesaian:

Balon udara mencapai tanah pada saat $h = 0$ sehingga

$$-32t^2 + 32 = 0$$

atau

$$t = \pm 1$$

karena waktu bernilai tak negatif maka

$$t = 1.$$

Remedial **Fungsi Kuadrat**

1. Tentukan fungsi kuadrat yang grafiknya memiliki titik puncak pada titik koordinat (1, 2) serta melalui titik koordinat (0, 9).

   Penyelesaian: $f(x) = 7x^2 - 14x + 9$

2. Tentukan fungsi kuadrat yang grafiknya melalui titik koordinat (0, 6), (1, 7) dan (–1, 13).

   Penyelesaian: $f(x) = 4x^2 - 3x + 6$

3. Tentukan fungsi kuadrat yang grafiknya melalui titik koordinat (0, 2) dan (2, 4) serta memiliki sumbu simetri $x = -\frac{1}{2}$

   Penyelesaian: $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x + 2$

4. Jika fungsi $y = ax^2 + 3x + 5a$ mempunyai nilai maksimum 4, maka tentukan a.

   Penyelesaian:
   $$1 = -\frac{(3)^2 - 4(a)(5a)}{4(a)}$$

Maka

$$4 = 9 - 20a^2$$

Didapat

$$a = \pm\frac{1}{2}$$

5.

Sumber: http://cdn.ad4msan.com

Balon udara jatuh dari ketinggian 19 kaki. Diberikan fungsi $h = -32\ t^2 + 128$ dengan h adalah tinggi balon setelah t detik. Kapan balon ini mencapai tanah?

Penyelesaian:

Balon udara mencapai tanah pada saat $h = 0$ sehingga

$$-32t^2 + 128 = 0$$

atau

$$t = \pm\ 2$$

karena waktu bernilai tak negatif maka

$$t = 2.$$

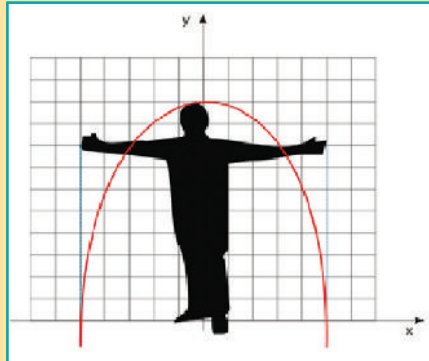
K. Kegiatan Proyek

Proyek 2

Ukurlah tinggi badanmu (h) dan juga panjang jangkauan kedua tanganmu (j). Nyatakan keduanya dalam satuan cm. Tugasmu adalah membuat fungsi kuadrat berdasarkan informasi tinggi dan jangkauan tangan tanganmu sebagai berikut:

1. Grafik fungsi kuadrat tersebut memiliki titik puncak pada koordinat $(0, h)$.
2. Grafik fungsi kuadrat tersebut memotong sumbu-x pada koordinat

$$(\frac{j}{2},0)\ dan\ (-\frac{j}{2},0)$$

Ilustrasinya dapat dilihat pada gambar di bawah ini.

Sumber: Dokumen Kemdikbud

Tugas proyek ini dapat dilaksanakan oleh siswa selama satu minggu. Selama pelaksanaan tugas proyek ini, siswa diharuskan untuk selalu melakukan konsultasi dengan guru. Berkaitan dengan cara penilaian proyek ini, guru dapat merujuk cara penilaian yang terdapat pada bagian umum dengan disesuaikan tugas siswa.

Penyelesaian:

Karena titik potong terhadap sumbu-x dari grafiknya adalah $\left(\frac{j}{2}, 0\right)$ dan $\left(-\frac{j}{2}, 0\right)$ maka fungsinya berbentuk $f(x) = ax^2 - a\left(\frac{j^2}{4}\right)$. Dan juga diketahui bahwa grafik melewati (0, h), sehingga didapat $h = -a\left(\frac{j^2}{4}\right)$ atau bisa dituliskan $a = -\frac{4h}{j^2}$. Jadi bisa dituliskan fungsinya adalah

$$f(x) = -\frac{4h}{j^2}x^2 + h$$

Bab III Transformasi

A. Pengantar

Bab 3 ini berisi materi **Transformasi**. Bab ini terdiri atas 4 bagian yaitu **Refleksi**, **Translasi**, **Rotasi** dan **Dilatasi**. Pada bagian **Refleksi** siswa mempelajari refleksi suatu benda pada cermin serta menggambar bayangan benda hasil refleksi pada bidang koordinat. Pada bagian **Translasi** siswa mempelajari cara melakukan translasi bangun datar pada bidang koordinat serta menentukan jenis translasi yang menggerakkan suatu bangun datar. Pada bagian **Rotasi** siswa mempelajari cara mendapatkan bayangan hasil rotasi dari suatu titik dan bangun datar, khususnya dengan menggunakan sudut rotasi 90^o dan 180^o. Pada bagian **Dilatasi** siswa mempelajari cara melakukan dilatasi suatu bangun datar pada bidang koordinat, serta menentukan faktor skala dilatasi.

B. Kompetensi Inti (KI) dan Kompetensi Dasar (KD)

Berikut ini adalah Kompetensi Inti (KI), Kompetensi Dasar (KD) dan Indikator Pencapaian Kompetensi Bab III tentang Transformasi. KI dan KD diambil dari revisi KI dan KD pada tanggal 21 Oktober 2015 sedangkan indikator yang tercantum pada buku ini dapat dikembangkan lagi oleh guru.

Tabel 3.1 Kompetensi Inti (KI), Kompetensi Dasar (KD) dan Indikator Pencapaian Kompetensi Bab III tentang Transformasi

Kompetensi Inti	1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya. 2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya. 3. Memahami dan menerapkan pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata. 4. Mengolah, menyaji, dan menalardalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.
Kompetensi Dasar	3.7 Menjelaskan transformasi geometri (refleksi, translasi, rotasi, dan dilatasi) menggunakan masalah kontekstual. 4.7 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan transformasi geometri (refleksi, translasi, rotasi, dan dilatasi).
Indikator Pencapaian Kompetensi Dasar 3.7	
3.7.1 Mengenali garis simetri serta menentukan banyak simetri lipat suatu benda.	
3.7.2 Menjelaskan definisi refleksi, translasi, rotasi, dan dilatasi pada suatu benda.	
3.7.3 Menentukan pasangan bilangan translasi yang menggerakan suatu benda.	
3.7.3 Menentukan apakah suatu dilatasi termasuk pembesaran atau pengecilan.	

Indikator Pencapaian Kompetensi Dasar 3.7	
3.7.4	Menentukan faktor skala untuk suatu dilatasi yang diberikan.
3.7.5	Menjelaskan langkah-langkah mendapatkan bayangan benda hasil transformasi berulang.
Indikator Pencapaian Kompetensi Dasar 4.7	
4.7.1	Melukis bayangan benda hasil transformasi (refleksi, translasi, rotasi, atau dilatasi).
4.7.2	Melukis dan menentukan koordinat bayangan benda hasil transformasi (refleksi, translasi, rotasi, atau dilatasi) pada koordinat kartesius.
4.7.3	Melukis dan menentukan koordinat bayangan benda hasil transformasi berulang.
4.7.4	Menyelesaikan masalah sehari-hari berdasarkan hasil pengamatan yang terkait penerapan konsep transformasi.
4.7.5	Menerapkan transformasi dalam masalah nyata (seni dan alam).

C. Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari materi pada Bab 3 ini, siswa diharapkan dapat:

3.7.1 Mengenali garis simetri serta menentukan banyak simetri lipat suatu benda.

3.7.2 Menjelaskan definisi refleksi, translasi, rotasi, dan dilatasi pada suatu benda.

3.7.3 Menentukan pasangan bilangan translasi yang menggerakan suatu benda.

3.7.4 Menentukan faktor skala untuk suatu dilatasi yang diberikan.

3.7.5 Menjelaskan langkah-langkah mendapatkan bayangan benda hasil transformasi berulang.

4.7.1 Melukis bayangan benda hasil transformasi (refleksi, translasi, rotasi, atau dilatasi).

4.7.2 Melukis dan menentukan koordinat bayangan benda hasil transformasi (refleksi, translasi, rotasi, atau dilatasi) pada koordinat kartesius.

4.7.3 Melukis dan menentukan koordinat bayangan benda hasil transformasi berulang.

4.7.4 Menyelesaikan masalahsehari-hari berdasarkan hasil pengamatan yang terkait penerapan konsep transformasi.

4.7.5 Menerapkan transformasi dalam masalah nyata (seni dan alam).

D. Materi Pembelajaran dan Alokasi Waktu

Pembelajaran dan penilaian Bab 3 tentang Transformasi memerlukan waktu 16 jam pelajaran atau 7 kali tatap muka (TM) (dengan asumsi 5 JP/minggu diorganisasikan menjadi dua kali TM, yakni 3 JP dan 2 JP). Pengorganisasian 7 TM tersebut adalah sebagai berikut.

Tabel 3.2. Materi Pembelajaran dan Alokasi Waktu

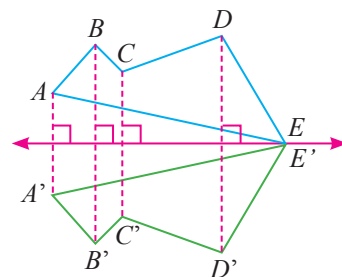
Pertemuan ke	Materi	Alokasi Waktu
1.	Refleksi - Melakukan percobaan pencerminan pada suatu benda dan menggambar bayangan hasil pencerminan. - Melakukan percobaan pencerminan pada bidang koordinat.	3 × 40 menit
2.	Refleksi - Melakukan percobaan pencerminan terhadap garis sejajar sumbu-x dan sumbu-y. - Latihan soal bab refleksi.	2 × 40 menit
3.	Translasi - Melakukan percobaan translasi pada suatu benda dan translasi pada koordinat cartesius. - Latihan soal bab translasi.	2 × 40 menit

Pertemuan ke	Materi	Alokasi Waktu
4.	Rotasi - Melakukan percobaan rotasi benda dan merotasi puzzle. - Melakukan percobaan menggambar rotasi segitiga pada bidang koordinat. - Melakukan percobaan rotasi titik pada bidang koordinat.	3 × 40 menit
5.	Dilatasi - Melakukan percobaan dilatasi pada segitiga dan menggambar bayangan hasil dilatasi. - Latihan soal bab dilatasi.	3 × 40 menit
6.	Latihan Uji Kompetensi	1 × 40 menit
7.	Tes Tulis	1 × 40 menit

E. Materi Esensial

Materi Esensi 3.1 Pencerminan (Refleksi)

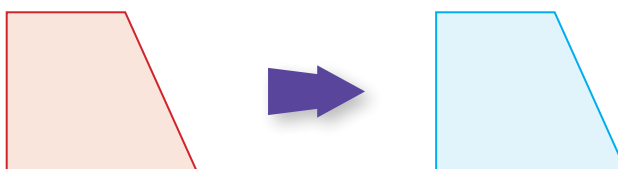
Refleksi atau pencerminan merupakan satu jenis transformasi yang memindahkan setiap titik pada suatu bidang dengan mengggunakan sifat bayangan cermin dari titik-titik yang dipindahkan. Perhatikan gambar di bawah.

Gambar di samping menunjukkan contoh refleksi (pencerminan) bangun datar *ABCDE* pada garis *m*. Perhatikan bahwa ruas garis yang menghubungkan titik dan bayangannya tegak lurus terhadap garis *m*. Garis *m* disebut **garis refleksi** untuk *ABCDE* dan bayangannya *A'B'C'D'E'*.

Karena E terletak pada garis refleksi, titik awal dan bayangannya berada di titik yang sama. Jarak antara A terhadap garis m sama dengan jarak A' terhadap garis m, begitu pula untuk titik sudut yang lainnya dan bayangannya yang memiliki jarak sama terhadap garis refleksi m.

Jika diketahui sebarang titik dengan koordinat (x, y) pada koordinat kartesius, maka koordinat bayangan hasil pencerminannya dapat dilihat padat tabel berikut ini.

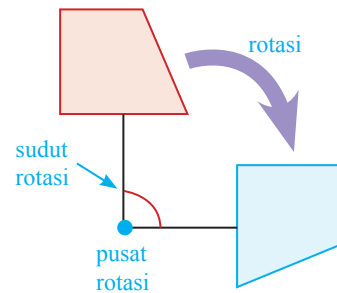
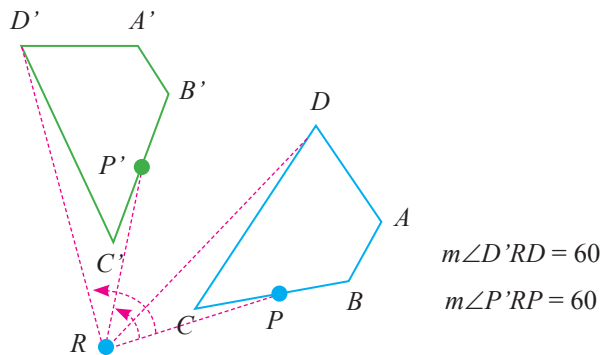
No.	Pencerminan Terhadap	Titik Koordinat Bayangan
1.	Sumbu-x	$(x, -y)$
2.	Sumbu-y	$(-x, y)$
3.	Titik Asal O (0, 0)	$(-x, -y)$
4.	Garis $y = x$	(y, x)
5.	Garis $y = -x$	$(-y, -x)$
6.	Garis $y = h$	$(x, 2h - y)$
7.	Garis $x = h$	$(2h - x, y)$

Materi Esensi 3.2 Pergeseran (Translasi)

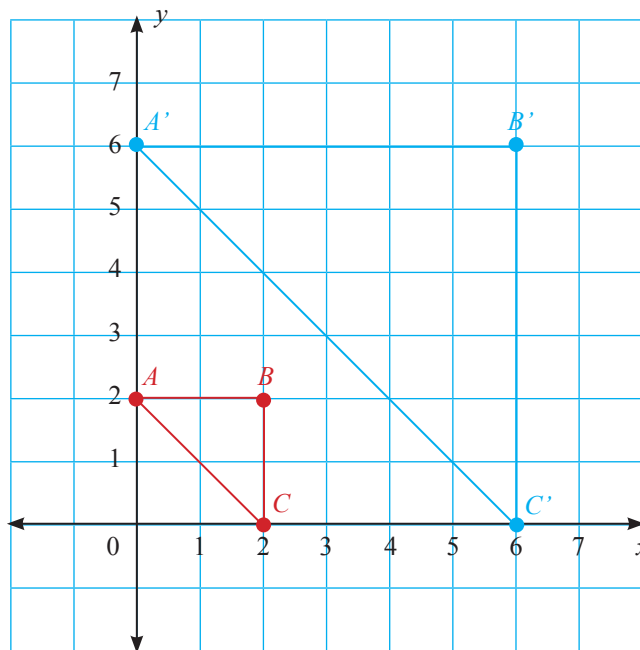
Translasi merupakan salah satu jenis transformasi yang bertujuan untuk memindahkan semua titik suatu bangun dengan jarak dan arah yang sama.

Translasi pada bidang Cartesius dapat dilukis jika kamu mengetahui arah dan seberapa jauh gambar bergerak secara mendatar dan atau vertikal. Untuk nilai yang

sudah ditentukan a dan b yakni translasi $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ memindah setiap titik P (x, y) dari sebuah bangun pada bidang datar ke $P'(x + a, y + b)$. Translasi dapat disimbolkan dengan $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$.

Materi Esensi 3.3 Perputaran (Rotasi)

Rotasi merupakan salah satu bentuk transformasi yang memutar setiap titik pada gambar sampai sudut dan arah tertentu terhadap titik yang tetap. Titik tetap ini disebut pusat rotasi. Besarnya sudut dari bayangan benda terhadap posisi awal disebut dengan sudut rotasi.

Gambar di bawah ini menunjukkan rotasi bangun *ABCD* terhadap pusat rotasi, *R*. Besar sudut *ARA'*, *BRB'*, *CRC'*, dan *DRD'* sama. Sebarang titik *P* pada bangun *ABCD* memiliki bayangan *P'* di *A'B'C'D'* sedemikian sehingga besar $\angle PRP'$ konstan. Sudut ini disebut sudut rotasi.

Suatu rotasi ditentukan oleh arah rotasi. Jika *berlawanan arah* dengan arah perputaran jarum jam, maka *sudut putarnya positif*. Jika *searah* perputaran jarum jam, maka sudut putarnya *negatif*. Pada rotasi, bangun awal selalu kongruen dengan bayangannya.

Materi Esensi 3.4 **Dilatasi**

Dilatasi terhadap titik pusat merupakan perkalian dari koordinat tiap-tiap titik pada suatu bangun datar dengan faktor skala sebesar k. Faktor skala menentukan apakah suatu dilatasi merupakan pembesaran atau pengecilan. Secara umum dilatasi dari suatu koordinat (x, y) dengan faktor skala k akan menghasilkan koordinat (kx, ky) atau dapat ditulis $(x, y) \to (kx, ky)$. Ketika $k > 1$ maka dilatasi tersebut termasuk ke dalam pembesaran, tetapi jika $0 < k < 1$ maka dilatasi tersebut termasuk ke dalam pengecilan. Untuk memperbesar atau memperkecil bangun, letak pusat dilatasi dapat **di dalam**, **di luar**, atau **pada tepi** bangun yang akan didilatasikan.

F. Kegiatan Pembelajaran

Guru dapat menerapkan pembelajaran *Inquiry*, *Discovery Learning*, atau pun *Problem Based Learning* (PBL) dan pembelajaran kooperatif yang prosesnya berbasis pendekatan scientific dan pendekatan kontekstual pada pembelajaran Bab Transfromasi ini. Dalam pembelajaran guru sangat diharapkan selalu menginternalisasi nilai-nilai spiritual dan nilai-nilai moral dan sikap yang positif. Misalkan, ketika menjumpai Kegiatan, Contoh Soal, Gambar dan Latihan Soal dan lain-lain

dalam Buku Siswa Matematika yang bisa diarahkan untuk menginternalisasi nilai-nilai tersebut, diharapkan guru mampu mengimprovisasi pembelajaran sehingga lebih bermakna, Misalnya dengan diarahkan pada kesadaran kebesaran Tuhan dan nilai-nilai moral dan sikap yang baik.

Materi Bagian I. Refleksi (2 TM)
Pertemuan 1 (2 JP)
Pendahuluan

1. Guru mengucapkan salam, dan berdoa dipimpin oleh guru/ketua kelas (nilai-nilai religius).
2. Guru mengecek kehadiran siswa. Bila ada siswa yang sakit didoakan supaya lekas sembuh, dan mengajak siswa bersama mensyukuri nikmat Tuhan berupa kesehatan dan lain-lain.
3. Guru menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran.
4. Guru melakukan apersepsi dan motivasi dengan mengajukan pertanyaan pada bagian pertanyaan penting.
5. Guru menyampaikan kepada siswa tujuan pembelajaran yang akan didapatkan pada Kegiatan 1, 2, dan 3 yaitu:
   - Siswa mengetahui definisi dari refleksi suatu benda
   - Siswa dapat melukis bayangan benda hasil refleksi pada cermin
   - Siswa dapat menentukan koordinat bayangan benda hasil refleksi pada koordinat kartesius
6. Guru menjelaskan kegiatan pembelajaran yang akan dilaksanakan pada hari ini. Materi yang akan dipelajari oleh siswa adalah:
   - Refleksi suatu benda dan definisi refleksi
   - Melukis bayangan hasil refleksi pada cermin
   - Melukis dan menentukan koordinat bayangan hasil refleksi pada koordinat kartesius (refleksi terhadap sumbu-x, sumbu-y, titik asal, garis $y = x$, garis $y = -x$)

Inti

Guru mengarahkan siswa untuk melakukan kegiatan, mengisi, serta menjawab pertanyaan yang ada pada bagian di bawah ini. Sebagai petunjuk lihat tulisan yang berwarna biru.

Kegiatan 1

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu mengetahui definisi refleksi suatu benda serta beberapa contoh refleksi benda.
2. Pada bagian Ayo Kita Amati, siswa diminta untuk mengamati beberapa contoh refleksi benda pada cermin dan air, serta melukis bayangan hasil refleksi pada cermin.

Kegiatan 1 Pencerminan Suatu Benda

Ketika melihat foto bangunan di samping, maka kamu akan melihat bayangan dari bangunan tersebut pada permukaan air. Perhatikan bahwa setiap titik dari bangunan asli di atas garis air memiliki titik yang bersesuaiandengan bayangannyapada air. Jarak darisemua titik pada bangunan aslike permukaan air sama besarnya dengan jarak dari bayangan titik tersebut ke permukaan air. Bayangan dari bangunan tersebut pada air dikenal dengan **refleksi** (**pencerminan**) bangunan pada air.

Sumber: https://pixabay.com

Gambar 3.1 Foto Pencerminan Bangunan pada Air

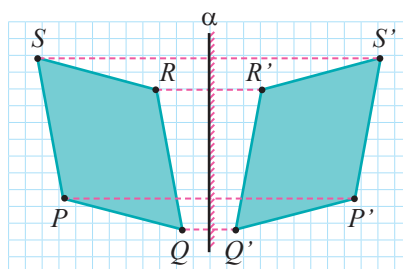
Refleksi atau pencerminan merupakan salah satu jenis transformasi yang memindahkan setiap titik pada suatu bidang (atau bangun geometri) dengan menggunakan sifat benda dan bayangannya pada cermin datar. Perhatikan gambar di bawah.

Apakah kamu ingat saat bercermin? Pada saat mendekati cermin, tampak bayanganmu juga akan mendekati cermin. Ketika kamu bergerak menjauhi cermin, bayanganmu juga akan menjauhi cermin.

Sifat bayangan benda yang dibentuk oleh pencerminan diantaranya adalah:

- Bayangan suatu bangun yang dicerminkan memiliki bentuk dan ukuran yang sama dengan bangun aslinya

- Jarak bayangan ke cermin sama dengan jarak benda aslinya ke cermin
- Bayangan bangun pada cermin saling berhadapan dengan bangun aslinya

Gambar di samping merupakan contoh pencerminan (refleksi) dari segiempat *PQRS* terhadap garis α sehingga menghasilkan bayangan yaitu segiempat *P'Q'R'S'*.

Berikut ini merupakan langkah-langkah untuk menggambar bayangan hasil refleksi segiempat *PQRS* terhadap garis α.

Langkah 1 Gambar ruas garis yang tegak lurus terhadap garis α dari *P*, *Q*, *R*, dan *S*.

Langkah 2 Tentukan titik *P'*, *Q'*, *R'*, dan *S'* sehingga garis α tegak lurus dan membagi *PP'*, *QQ'*, *RR'*, dan *SS'* sama panjang. Titik *P'*, *Q'*, *R'*, dan *S'* merupakan bayangan titik *P*, *Q*, *R*, dan *S*.

Langkah 3 Hubungkan titik-titik *P'*, *Q'*, *R'*, dan *S'*. Oleh karena *P'*, *Q'*, *R'*, dan *S'* merupakan bayangan dari *P*, *Q*, *R*, dan *S* yang direfleksikan oleh garis α, maka segiempat *P'Q'R'S'* merupakan bayangan segiempat *PQRS*.

3. Pada bagian Ayo Kita Menanya, siswa diminta untuk membuat pertanyaan berdasarkan Kegiatan 1 yang telah dilakukan. Siswa diminta menuliskan pertanyaan tersebut pada buku tulis masing-masing. Contoh pertanyaan yang dapat diajukan adalah: Bagaimana cara melukis bayangan benda hasil refleksi jika cermin datar yang digunakan dimiringkan? Bagaimana bentuk bayangannya?

Setelah kamu mengamati contoh-contoh pencerminan (refleksi) serta cara membuat bayangan hasil pencerminan suatu bangun datar pada Kegiatan 1, sekarang buatlah pertanyaan dengan menggunakan kata pencerminan (refleksi).

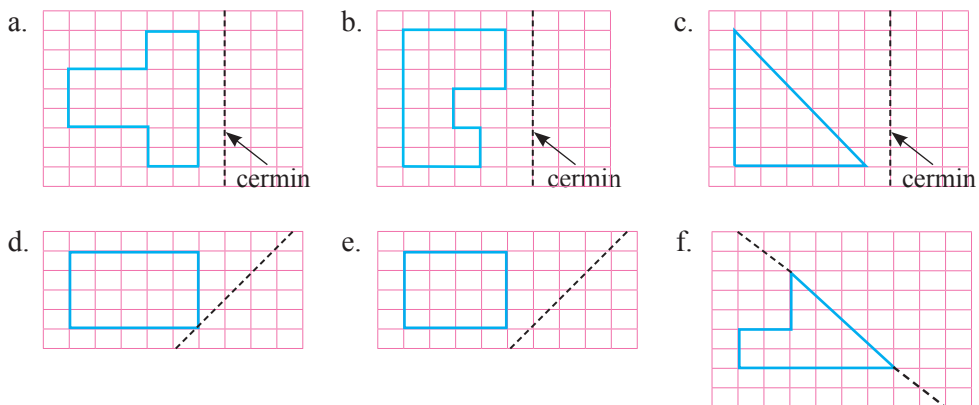
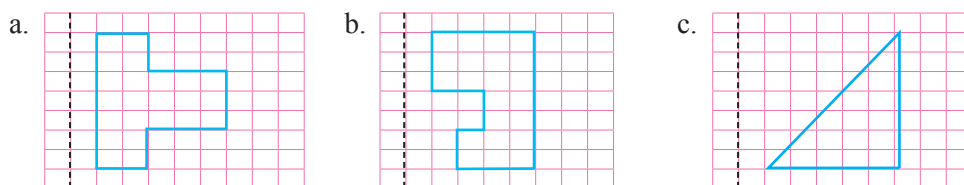
Kegiatan 2

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu menggambar bayangan benda hasil refleksi pada suatu cermin.

2. Pada bagian Ayo Kita Mencoba, siswa diminta untuk melukis bayangan bangun datar hasil refleksi pada cermin.

Kegiatan 2 **Menggambar Bayangan Hasil Pencerminan**

Sediakan kertas milimeter (kertas berpetak). Lakukanlah kegiatan berikut ini.

Salinlah gambar berikut ini pada kertas berpetak yang telah kamu sediakan. Gambar bayangan dari tiap-tiap bangun datar sesuai dengan garis refleksi tiap-tiap gambar. Ikuti langkah-langkah menggambar bayangan hasil pencerminan suatu bangun datar pada Kegiatan 1.

a.
b.
c.
d.
e.
f.
Alternatif Jawaban Ayo Kita Mencoba

a.
b.
c.

3. Pada bagian Diskusi dan Berbagi siswa diminta untuk mendiskusikan hasil yang diperoleh pada bagian Ayo Kita Mencoba bersama teman sebangkunya. Perwakilan dari siswa diminta untuk menyampaikan jawabannya di depan kelas.

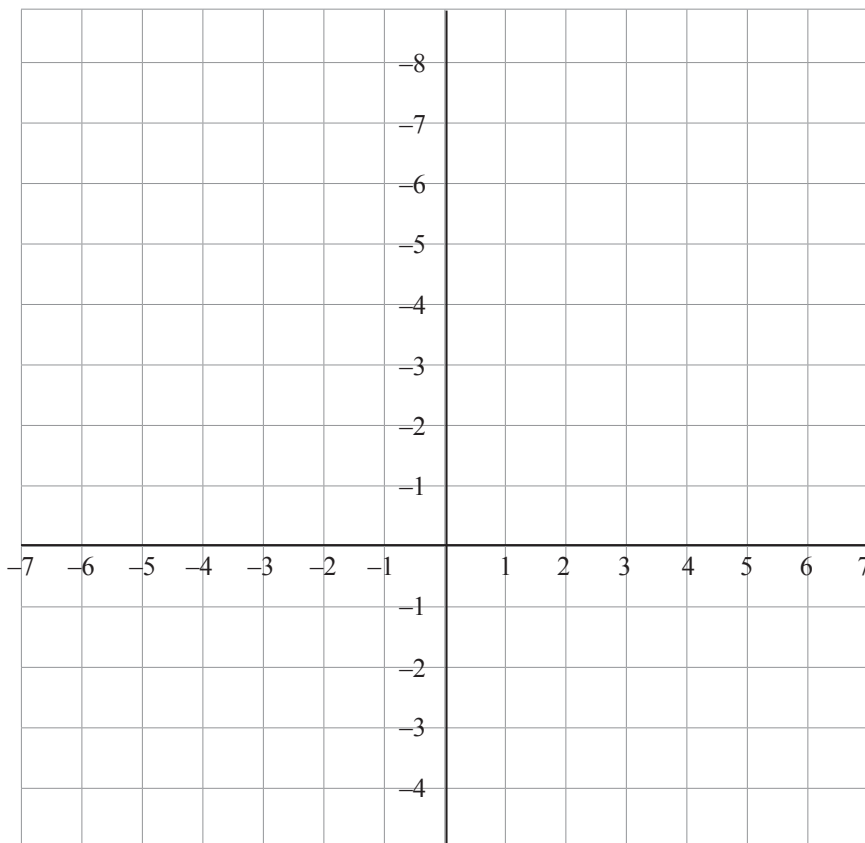
Setelah kamu selesai menggambar bayangan hasil pencerminan dari tiap-tiap bangun datar, selanjutnya diskusikan hasil yang telah kamu dapatkan dengan teman sebangkumu. Periksalah apakah kalian memiliki jawaban yang sama. Majulah ke depan kelas, bagikan hasil diskusimu kepada teman sekelasmu.

Kegiatan 3

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu melukis dan menentukan koordinat bayangan hasil refleksi pada koordinat kartesius (refleksi terhadap sumbu-x, sumbu-y, titik asal, garis $y = x$, garis $y = -x$).
2. Pada bagian Ayo Kita Mencoba, pertama-tama, guru membagi siswa ke dalam beberapa kelompok. Satu kelompok terdiri atas 5 orang. Tiap orang diminta untuk membawa sedikitnya 10 tutup botol dan kemudian digabungkan dengan milik anggota kelompoknya.
3. Peralatan yang dibutuhkan: tutup botol, selotip, kertas karton, gunting, spidol, dan penggaris.
4. Siswa pertama diminta untuk melakukan Subkegiatan 3.1, setelah selesai siswa tersebut diminta menjawab pertanyaan yang ada pada Subkegiatan 3.1. Kemudian, siswa kedua diminta untuk melakukan Subkegiatan 3.2, setelah selesai siswa tersebut diminta menjawab pertanyaan yang ada pada Subkegiatan 3.2, begitu seterusnya sampai siswa kelima.

Kegiatan 3 **Pencerminan pada Bidang Koordinat**

Buatlah kelompok yang terdiri atas 5 anak.Sediakan kertas karton berukuran minimal 1 × 1 meter, spidol, penggaris, dan 10 tutup botol minuman bekas. Pada bagian

belakang tutup botol berikan selotip sehingga tutup botol tersebut dapat ditempelkan pada kertas. Gambarlah koordinat kartesius pada kertas karton dengan menggunakan spidol dan penggaris seperti gambar di bawah ini. Setiap anak, secara bergantian, diberikan tugas untuk melakukan Subkegiatan 3.1 sampai dengan Subkegiatan 3.5

Sub Kegiatan 3.1

1. Letakkan tutup botol pada koordinat *A* (3, 4).
2. Gambar ruas garis yang tegak lurus terhadap sumbu-*x* dari titik *A*.
3. Hitung jarak titik *A* terhadap sumbu-*x*. Berapa satuan jarak titik *A* terhadap sumbu-*x*?

   Alternatif Jawaban: 4 satuan

4. Tentukan titik *A'* sehingga garis yang menghubungkan titik *A* dan *A'* (disebut garis *AA'*) tegak lurus terhadap sumbu-*x* dan sumbu-*x* membagi garis *AA'* menjadi 2 bagian sama panjang. Letakkan tutup botol berikutnya pada titik *A'*. Berapakah

koordinat titik *A'*? (Keterangan: titik *A'* merupakan hasil pencerminan titik *A* terhadap sumbu-*x*)

Alternatif Jawaban: koordinat titik A' adalah (3, –4)

5. Apakah koordinat-*x* dari titik *A* dan *A'* sama? Apakah koordinat-*y* dari titik *A* dan *A'* berlawanan?

   Alternatif jawaban: ya. ya

Sub Kegiatan 3.2

1. Letakkan tutup botol pada koordinat *B* (2,3).
2. Gambar ruas garis yang tegak lurus terhadap sumbu-*y* dari titik *B*.
3. Hitung jarak titik *B* terhadap sumbu-*y*. Berapa satuan jarak titik *B* terhadap sumbu-*y*?

   Alternatif jawaban: 2 satuan

4. Tentukan titik *B'* sehingga garis yang menghubungkan titik *B* dan *B'* (disebut garis *BB'*) tegak lurus terhadap sumbu-*y* dan sumbu-*y* membagi garis *BB'* menjadi 2 bagian sama panjang. Letakkan tutup botol berikutnya pada titik *B'*. Berapakah koordinat titik *B'*? (Keterangan: titik *B'* merupakan hasil pencerminan titik *B* terhadap sumbu-*y*).

   Alternatif jawaban: koordinat titik B' adalah (–2, 3)

5. Apakah koordinat-*y* dari titik *B* dan *B'* sama? Apakah koordinat-*x* dari titik *B* dan *B'* berlawanan?

   Alternatif jawaban: ya. ya

Sub Kegiatan 3.3

1. Letakkan tutup botol pada koordinat *C* (4, 4).
2. Gambar ruas garis yang tegak lurus terhadap titik asal dari titik *C*.
3. Hitung jarak titik *C* terhadap titik asal O (0, 0). Berapa satuan jarak titik *C* terhadap titik asal O (0, 0)?

   Alternatif jawaban: $4\sqrt{2}$ satuan (gunakan teorema phytagoras)

4. Tentukan titik *C'* sehingga garis yang menghubungkan titik *C* dan *C'* (disebut garis *CC'*) tegak lurus terhadap titik asal dan membagi garis *CC'* menjadi 2 bagian sama panjang. Letakkan tutup botol berikutnya pada titik *C'*. Berapakah

koordinat titik *C'*? (Keterangan: titik *C'* merupakan hasil pencerminan titik *C* terhadap titik asal).

Alternatif jawaban: koordinat titik C' adalah (–4, –4)

5. Apakah koordinat-x dan y dari titik *C* dan *C'* berlawanan semua?

   Alternatif jawaban: ya

Sub Kegiatan 3.4

1. Letakkan tutup botol pada koordinat *D* (4, 5).
2. Gambar garis $y = x$ pada koordinat kartesius tersebut. Kemudian gambar ruas garis yang tegak lurus terhadap titik asal dari titik *D*.
3. Gambar ruas garis yang tegak lurus terhadap garis $y = x$ dari titik *D*.
4. Hitung jarak titik D terhadap garis $y = x$. Berapa satuan jarak titik *D* terhadap garis $y = x$?

   Alternatif jawaban: $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ satuan (gunakan teorema phytagoras)
5. Tentukan titik *D'* sehingga garis yang menghubungkan titik *D* dan *D'* (disebut garis *DD'*) tegak lurus terhadap garis $y = x$ dan membagi garis *DD'* menjadi 2 bagian sama panjang. Letakkan tutup botol berikutnya pada titik *D'*. Berapakah koordinat titik *D'*? (Keterangan: titik *D'* merupakan hasil pencerminan titik *D* terhadap garis $y = x$).

   Alternatif jawaban: koordinat titik *D*' adalah (5, 4)
6. Apakah koordinat -x dan y dari titik *D* dan *D'* saling berkebalikan?

   Alternatif jawaban: ya

Sub Kegiatan 3.5

1. Letakkan tutup botol pada koordinat *E* (5,7).
2. Gambar garis $y = –x$ pada koordinat kartesius tersebut. Kemudian gambar ruas garis yang tegak lurus terhadap titik asal dari titik *E*.
3. Gambar ruas garis yang tegak lurus terhadap garis $y = –x$ dari titik *E*.
4. Hitung jarak titik *E* terhadap garis $y = –x$. Berapa satuan jarak titik *E* terhadap garis $y = –x$?

   Alternatif jawaban: $6\sqrt{2}$ satuan (gunakan teorema phytagoras)

5. Tentukan titik E' sehingga garis yang menghubungkan titik E dan E' (disebut garis EE') tegak lurus terhadap garis $y = -x$ dan membagi garis EE' menjadi 2 bagian sama panjang. Letakkan tutup botol berikutnya pada titik E'. Berapakah koordinat titik EE'? (Keterangan: titik E' merupakan hasil pencerminan titik E terhadap garis $y = -x$)

   Alternatif jawaban: koordinat titik E' adalah $(-7, -5)$

6. Apakah koordinat-x dan y dari titik E dan E' saling berkebalikan serta berlawanan?

   Alternatif jawaban: ya

5. Pada bagian Ayo Kita Menanya, siswa diminta untuk membuat pertanyaan berdasarkan Kegiatan 3 yang telah dilakukan. Siswa diminta menuliskan pertanyaan tersebut pada buku tulis masing-masing. Contoh pertanyaan yang dapat diajukan adalah: Bagaimana koordinat bayangan hasil refleksi suatu titik pada sumbu-x? Guru dapat mengeksplorasi kemampuan siswa dalam membuat lainnya yang sejenis.

Setelah kamu melakukan Kegiatan 3 di atas, sekarang buatlah pertanyaan dengan menggunakan beberapa kata berikut ini: koordinat, bayangan, refleksi, sumbu-x, sumbu-y, titik asal, garis $y = x$, garis $y = -x$. Tuliskan pertanyaanmu tersebut dengan rapi pada buku tulismu.

6. Pada bagian Ayo Kita Gali Informasi, siswa diminta untuk melengkapi Tabel 3.1 berdasarkan Kegiatan 3 yang telah dilakukan.

Setelah kamu melakukan Kegiatan 3 bersama teman kelompokmu, coba kamu amati koodinat hasil pencerminan pada tiap-tiap Subkegiatan. Lengkapi Tabel 3.1 berikut ini berdasarkan Kegiatan 3 yang telah kamu lakukan sebelumnya.

Alternatif Jawaban:

No.	Titik Koordinat	Pencerminan Terhadap	Titik Koordinat Bayangan
1.	A (3, 4)	Sumbu-x	A' (3, –4)
2.	B (2, 3)	Sumbu-y	B' (–2, 3)
3.	C (4, 4)	Titik Asal	C' (–4, –4)
4.	D (4, 5)	Garis $y = x$	D' (5, 4)
5.	E (7, 5)	Garis $y = –x$	E' (–7, –5)

Penutup

1. Guru membimbing siswa untuk menarik kesimpulan berdasarkan Kegiatan 3 yang telah dilakukan.
2. Kesimpulan dapat diperoleh dengan cara mengarahkan siswa untuk menjawab pertanyaan pada bagian Diskusi dan Berbagi.
3. Pada bagian Diskusi dan Berbagi siswa diminta untuk mendiskusikan jawaban dari pertanyaan yang ada bersama teman sekelompoknya.
4. Guru meminta perwakilan dari siswa untuk memaparkan jawabannya di depan kelas. Diskusikan hasil jawaban siswa di depan kelas agar semua siswa memiliki persepsi yang sama.
5. Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya dan mengemukakan pendapatnya.
6. Guru memberikan pendampingan kepada siswa yang masih kurang mampu.
7. Guru menugaskan siswa untuk mempelajari materi berikutnya.

Setelah kamu mengisi Tabel 3.1, jawablah pertanyaan berikut ini melalui diskusi bersama teman sekelompokmu.

Untuk sembarang titik (x, y) yang dicerminkan terhadap:

1. sumbu-x
2. sumbu-y

3. titik asal O (0, 0)
4. garis $y = x$
5. garis $y = -x$

bagaimana koordinat dari masing-masing bayangannya?

Tuliskan jawabnmu tersebut pada kertasdan paparkan kepada teman sekelasmu.

Alternatif Jawaban Diskusi dan Berbagi:

No.	Refleksi Terhadap	Titik Koordinat Bayangan
1.	Sumbu-x	$(x, -y)$
2.	Sumbu-y	$(-x, y)$
3.	Titik Asal O (0, 0)	$(-x, -y)$
4.	Garis $y = x$	(y, x)
5.	Garis $y = -x$	$(-y, -x)$

Pertemuan 2 (3 JP)

Pendahuluan

1. Guru mengucapkan salam, dan berdoa dipimpin oleh guru/ketua kelas (nilai-nilai religius).
2. Guru mengecek kehadiran siswa. Bila ada siswa yang sakit didoakan supaya lekas sembuh, dan mengajak siswa bersama mensyukuri nikmat Tuhan berupa kesehatan dan lain-lain.
3. Guru menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran.
4. Guru melakukan apersepsi dan motivasi dengan mengajukan pertanyaan "Bagaimana mendapatkan koordinat bayangan suatu bangun datar yang direfleksikan terhadap garis sejajar sumbu-x dan sumbu-y?"
5. Guru meminta siswa untuk mengingat kembali cara melukis garis yang sejajar sumbu-x dan sumbu-y, serta pelajaran yang telah diperoleh pada pertemuan pertama.
6. Guru menyampaikan kepada siswa tujuan pembelajaran yang akan didapatkan pada Kegiatan 4 yaitu:

- Siswa dapat menentukan koordinat bayangan benda hasil refleksi pada koordinat kartesius.
- Siswa dapat mengenali garis simetri serta menentukan banyak simetri lipat suatu benda.

7. Materi yang akan dipelajari oleh siswa adalah:
   - Melukis dan menentukan koordinat bayangan hasil refleksi pada koordinat kartesius (refleksi bangun datar terhadap garis sejajarsumbu-x dan sumbu-y.
   - Mengenali garis simetri serta menentukan banyak simetri lipat suatu benda.
8. Guru menyampaikan bahwa pada bagian akhir siswa diminta untuk mengerjakan soal-soal yang terdapat pada Latihan 3.1.

Inti

Guru mengarahkan siswa untuk melakukan kegiatan, mengisi, serta menjawab pertanyaan yang ada pada bagian di bawah ini. Sebagai petunjuk lihat tulisan yang berwarna biru.

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu menggambar bayangan benda hasil refleksi terhadap garis sejajar sumbu-x dan sumbu-y.
2. Pada bagian Ayo Kita Mencoba, siswa diminta untuk melukis bayangan bangun datar hasil refleksi terhadap garis sejajar sumbu-x (garis $y = 1$) dan sumbu-y (garis $x = –2$).

Kegiatan 4 Pencerminan Terhadap Garis Sejajar Sumbu-x dan Sumbu-y

Sediakan kertas milimeter (kertas berpetak). Kemudian buatlah koordinat kartesius pada kertas tersebut. Lakukanlah kegiatan di bawah ini.

1. Gambarlah segitiga ABC dengan koordinat titik sudut A (3, 9), B (3, 3), dan C (6, 3), kemudian gambarlah garis $y = 1$. Dengan menggunakan cara yang sama pada kegiatan-kegiatan yang telah kamu lakukan sebelumnya, gambar bayangan hasil pencerminan segitiga ABC terhadap garis $y = 1$. Bayangan

hasil pencerminan tersebut selanjutnya disebut dengan segitiga ABC_1 dengan koordinat titik sudutnya antara lain A_1', B_1', dan C_1'.

2. Setelah kamu mendapatkan gambar bayangan hasil pencerminan segitiga ABC terhadap garis $y = 1$, selanjutnya gambar garis $x = -2$. Dengan cara yang sama, gambar bayangan hasil pencerminan segitiga ABC terhadap garis $x = -2$. Bayangan hasil pencerminan tersebut selanjutnya disebut dengan segitiga ABC_2 dengan koordinat titik sudutnya antara lain A_2', B_2', dan C_2'.

3. Berapakah koordinat dari A_1', B_1', C_1', A_2', B_2', dan C_2'?

   Alternatif jawaban: Koordinat A_1' adalah (3, –7), B_1' adalah (3, –1), C_1' adalah (6, –1), A_2' adalah (–7, 9), B_2' adalah (–7, 3), C_2' adalah (–10, 3)

3. Pada bagian Ayo Kita Gali Informasi, siswa diminta untuk melengkapi Tabel 3.2 dan Tabel 3.3 berdasarkan Kegiatan 4 yang telah dilakukan.

Amati koordinat bayangan hasil pencerminan segitiga ABC terhadap garis $y = 1$ dan garis $x = -2$, selanjutnya lengkapilah tabel di bawah ini.

Alternatif Jawaban Tabel 3.2:

Koordinat Awal	Koordinat Bayangan Pada Sumbu-x	Koordinat Bayangan Pada Sumbu-y
A (3, 9)	3	$-7 = 2 \times 1 - 9$
B (3, 3)	3	$-1 = 2 \times 1 - 3$
C (6, 3)	6	$-1 = 2 \times 1 - 3$

angka 1 menunjukkan bahwa bangun segitiga ABC direfleksikan terhadap garis $y = 1$

angka 9 menunjukkan bahwa koordinat awal titik A pada sumbu -y adalah 9

Alternatif Jawaban Tabel 3.3:

Koordinat Awal	Koordinat Bayangan Pada Sumbu-x	Koordinat Bayangan Pada Sumbu-y
A (3, 9)	$-7 = 2 \times (-2) - 3$	...
B (3, 3)	$-7 = 2 \times (-2) - 3$	...
C (6, 3)	$-10 = 2 \times (-2) - 6$	...

angka –2 menunjukkan bahwa bangun segitiga ABC direfleksikan terhadap garis $x = -2$

angka 3 menunjukkan bahwa koordinat awal titik A pada sumbu -x adalah 3

4. Pada bagian Diskusi dan Berbagi siswa diminta untuk mendisukusikan hasil yang diperoleh pada Kegiatan 4 bersama teman sebangkunya. Perwakilan dari siswa diminta untuk menyampaikan jawabannya di depan kelas.

Setelah kamu melakukan Kegiatan 4 di atas, jawablah pertanyaan di bawah ini melalui diskusi dengan teman sebangkumu.

1. Pada pencerminan segitiga ABC terhadap garis $y = 1$, apakah koordinat-x dari titik sudut segitiga ABC dan bayangannya sama? Menurutmu apakah jika segitiga ABC dicerminkan terhadap sembarang garis $y = h$, dengan h merupakan bilangan bulat (garis $y = h$ merupakan garis yang sejajar dengan sumbu-x) maka koordinat titik sudut pada sumbu-x dari bayangannya akan selalu sama dengan bangun aslinya?

   Alternatif jawaban: ya. ya

2. Berdasarkan Kegiatan 4 dan hasil pengamatanmu pada Tabel 3.2 di atas, menurutmu bagaimana rumus untuk mendapatkan koordinat bayangan pada sumbu-y dari suatu titik yang direfleksikan terhadap garis $y = h$?

   Alternatif jawaban: $2h - y$

3. Pada pencerminan segitiga ABC terhadap garis $x = -2$, Apakah koordinat-y dari titik sudut segitiga ABC dan bayangannya sama? Menurutmu apakah jika segitiga ABC dicerminkan terhadap sembarang garis $x = h$, dengan h merupakan bilangan bulat (garis $x = h$ merupakan garis yang sejajar dengan sumbu-y) maka koordinat titik sudut pada sumbu-y dari bayangannya akan selalu sama dengan bangun aslinya?

   Alternatif jawaban: ya. ya

4. Berdasarkan Kegiatan 4 dan hasil pengamatanmu pada Tabel 3.3 di atas, menurutmu bagaimana rumus untuk mendapatkan koordinat bayangan pada sumbu-x dari suatu titik yang direfleksikan terhadap garis $x = h$?

   Alternatif jawaban: $2h - x$

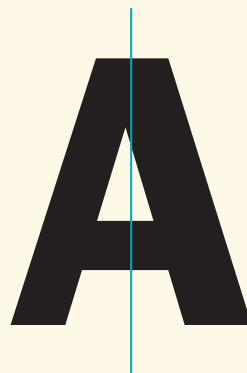
   Tuliskan jawabnmu tersebut pada kertasdan paparkan kepada teman sekelasmu.

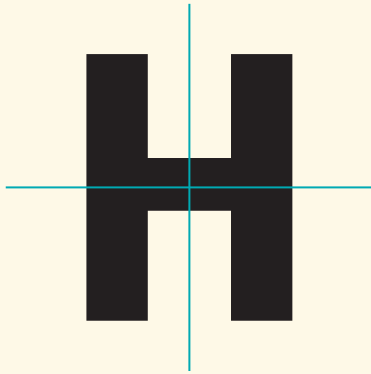
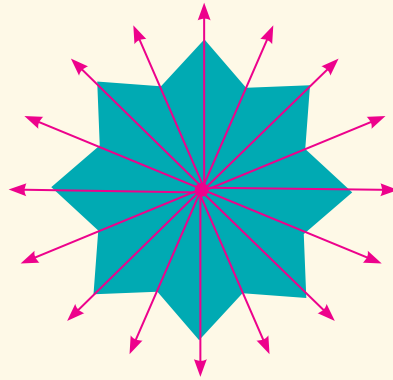
5. Pada bagian Sedikit Informasi, guru memberikan penjelasan mengenai simetri lipat kepada siswa

Sedikit Informasi

Simetri Lipat

Beberapa gambar dapat dilipat sedemikian sehingga setengah bangun tersebut sama dengan bagian yang lain. Lipatan yang dimaksud merupakan garis refleksi yang disebut **garis simetri** atau **simetri lipat**.

Huruf G tidak memiliki simetri lipat

Huruf A memiliki 1 simetri lipat

Sedikit Informasi

Huruf H memiliki 2 simetri lipat

Memiliki lebih dari 2 simetri lipat

6. Pada bagian Ayo Kita Menalar, siswa diminta untuk menjawab pertanyaan yang diberikan. Guru meminta perwakilan dari siswa untuk memaparkan jawabannya di depan kelas. Selanjutnya guru mendiskusikan hasil jawaban tersebut di depan kelas agar semua siswa memiliki persepsi yang sama.

Setelah kamu melakukan Kegiatan 1 sampai dengan Kegiatan 4, jawablah pertanyaan berikut ini.

1. Tunjukkan bahwa bayangan sebuah titik yang direfleksikan terhadap titik asal sama dengan bayangan titik tersebut jika direfleksikan terhadap sumbu-x dan dilanjutkan refleksi di sumbu-y.

   Alternatif Jawaban :

   Misalkan diberikan sebarang titik A dengan koordinat (x, y), jika direfleksikan terhadap sumbu-x maka koordinat bayangannya adalah A' $(x, -y)$. Selanjutnya titik A' direfleksikan terhadap sumbu-y maka koordinat bayangannya adalah $A''(-x, -y)$. Sedangkan jika titik A (x, y) dicerminkan terhadap titik asal maka

diperoleh koordinat bayangannya adalah $A'(-x, -y)$. Dari penjelasan tersebut terbukti bahwa bayangan sebuah titik yang direfleksikan terhadap titik asal sama dengan bayangan titik tersebut jika direfleksikan terhadap sumbu-x dan dilanjutkan refleksi di sumbu-y.

2. Diketahui segitiga ABC yang titik sudutnya di A (3, 2), B (4, 4), dan C (1, 3). Gambarlah segitiga tersebut kemudian gambar hasil bayangannya jika dicerminkan terhadap:

   a. Sumbu-x

   b. Sumbu-y

   c. Titik asal O (0, 0)

   d. Garis $y = x$

   e. Garis $y = -x$

   f. Garis $y = 2$

   g. Garis $x = 3$

   Alternatif Jawaban:

   a. Koordinat bayangannya adalah A' (3, –2), B' (4, –4), dan C' (1, –3)

   b. Koordinat bayangannya adalah A' (–3, 2), B' (–4, 4), dan C' (–1, 3)

   c. Koordinat bayangannya adalah A' (–3, –2), B' (–4, –4), dan C' (–1, –3)

   d. Koordinat bayangannya adalah A' (2, 3), B' (4, 4), dan C' (3, 1)

   e. Koordinat bayangannya adalah A' (–2, –3), B' (–4, –4), dan C' (–3, –1)

   f. Koordinat bayangannya adalah A' (3, 2), B' (4, 0), dan C' (1, 1)

   g. Koordinat bayangannya adalah A' (3, 2), B' (2, 4), dan C' (5, 3)

Penutup

1. Guru membimbing siswa untuk menarik kesimpulan berdasarkan Kegiatan 3 dan Kegiatan 4 yang telah dilakukan.
2. Kesimpulan dapat diperoleh dengan cara mengarahkan siswa untuk mengerjakan instruksi pada bagian Ayo Kita Simpulkan.

3. Guru meminta perwakilan dari siswa untuk membuat kesimpulan serta memaparkan jawabannya di depan kelas. Diskusikan hasil jawaban siswa di depan kelas agar semua siswa memiliki persepsi yang sama.
4. Guru menugaskan siswa untuk mengerjakan latihan soal pada Latihan 3.1.
5. Guru membahas Latihan 3.1 bersama para siswa.
6. Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya dan mengemukakan pendapatnya.
7. Guru memberikan pendampingan kepada siswa yang masih kurang mampu.
8. Guru menugaskan siswa untuk mempelajari materi berikutnya.

Berdasarkan Kegiatan 1, kesimpulan apa yang kamu peroleh?

Berdasarkan Kegiatan 3 dan Kegiatan 4 di atas, kesimpulan apa yang kamu peroleh? Amati contoh dari kesimpulan berikut ini.

Berdasarkan Subkegiatan 3.1 diperoleh kesimpulan bahwa untuk sebarang titik koordinat (x, y) jika dicerminkan terhadap sumbu-x maka koordinat-x tetap sedangkan koordinat-y berlawanan. Sehingga hasil refleksi sembarang titik (x, y) terhadap sumbu-x akan menghasilkan bayangan dengan koordinat $(x, -y)$ atau dapat ditulis $(x, y) \rightarrow (x, -y)$.

Buatlah kesimpulan seperti contoh di atas jika diketahui sebarang titik koordinat (x, y) dicerminkan terhadap sumbu-y, titik asal O (0, 0), garis $y = x$, garis $y = -x$, garis $y = h$, dan garis $x = h$.

Alternatif jawaban:

Dari Subkegiatan 3.2 diperoleh kesimpulan bahwa untuk sebarang titik koordinat (x, y) jika dicerminkan terhadap sumbu-y maka koordinat-x berlawanan sedangkan koordinat-y tetap. Sehingga hasil refleksi sembarang titik (x, y) terhadap sumbu-x akan menghasilkan bayangan dengan koordinat $(-x, y)$ atau dapat ditulis $(x, y) \rightarrow (-x, y)$.

Dari Subkegiatan 3.3 diperoleh kesimpulan bahwa untuk sebarang titik koordinat (x, y) jika dicerminkan terhadap titik asal maka koordinat-x dan koordinat-y berlawanan. Sehingga hasil refleksi sembarang titik (x, y) terhadap sumbu-x akan menghasilkan bayangan dengan koordinat $(-x, -y)$ atau dapat ditulis $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$.

Dari Subkegiatan 3.4 diperoleh kesimpulan bahwa untuk sebarang titik koordinat (x, y) jika dicerminkan terhadap garis $y = x$ maka koordinat-x dan koordinat-y saling berkebalikan. Sehingga hasil refleksi sembarang titik (x, y) terhadap garis akan menghasilkan bayangan dengan koordinat (y, x) atau dapat ditulis $(x, y) \rightarrow (y, x)$.

Dari Subkegiatan 3.5 diperoleh kesimpulan bahwa untuk sebarang titik koordinat (x, y) jika dicerminkan terhadap garis $y = -x$ maka koordinat-x dan koordinat-y saling berkebalikan dan berlawanan. Sehingga hasil refleksi sembarang titik (x, y) terhadap garis akan menghasilkan bayangan dengan koordinat $(-y, -x)$ atau dapat ditulis $(x, y) \rightarrow (-y, -x)$.

Dari Kegiatan 4 diperoleh kesimpulan bahwa untuk sebarang titik koordinat (x, y) jika dicerminkan terhadap garis $y = h$ maka koordinat-x tetap sedangkan koordinat-y menjadi $2h - y$. Sehingga hasil refleksi sembarang titik (x, y) terhadap garis akan menghasilkan bayangan dengan koordinat $(x, 2h - y)$ atau dapat ditulis $(x, y) \rightarrow (x, 2h - y)$.

Dari Kegiatan 4 diperoleh kesimpulan bahwa untuk sebarang titik koordinat (x, y) jika dicerminkan terhadap garis $x = h$ maka koordinat-y tetap sedangkan koordinat-x menjadi $2h - x$. Sehingga hasil refleksi sembarang titik (x, y) terhadap garis akan menghasilkan bayangan dengan koordinat $(2h - x, y)$ atau dapat ditulis $(x, y) \rightarrow (2h - x, y)$.

Alternatif Jawaban Ayo Tinjau Ulang:

Koordinat awal ΔXYZ adalah X (–1, –4), Y (–2, –2), dan Z (2, 3). Koordinat bayangan ΔXYZ jika direfleksikan terhadap garis $x = -1$ adalah X'(–1, –4), Y'(0, –2), dan Z'(–4, 3).

Koordinat awal ΔFGH adalah F (1, –4), G (4, –2), dan H (3, 2). Koordinat bayangan ΔFGH jika direfleksikan terhadap sumbu-y adalah F'(–1, –4), G'(–4, –2), dan H' (–3, 2).

Materi Bagian II. Translasi (1 TM)

Pertemuan 1 (2 JP)

Pendahuluan

1. Guru mengucapkan salam, dan berdoa dipimpin oleh guru/ketua kelas (nilai-nilai religius).
2. Guru mengecek kehadiran siswa. Bila ada siswa yang sakit didoakan supaya lekas sembuh, dan mengajak siswa bersama mensyukuri nikmat Tuhan berupa kesehatan dan lain-lain.
3. Guru menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran.
4. Guru melakukan apersepsi dan motivasi dengan mengajukan pertanyaan pada bagian pertanyaan penting.
5. Guru menyampaikan kepada siswa tujuan pembelajaran yang akan didapatkan pada Kegiatan 1, dan 2 yaitu:
    - Siswa mengetahui definisi translasi suatu benda.
    - Siswa dapat melukis bayangan benda hasil translasi.
    - Siswa dapat menentukan koordinat bayangan benda hasil refleksi pada koordinat kartesius.
    - Siswa dapat menentukan pasangan bilangan translasi yang menggerakkan bangun datar maupun titik pada koordinat kartesius.
6. Materi yang akan dipelajari oleh siswa adalah:
    - Translasi suatu benda dan definisi translasi.
    - Melukis dan menentukan koordinat bayangan hasil translasi pada koordinat kartesius.
    - Menentukan pasangan bilangan translasi yang menggerakkan bangun datar maupun titik pada koordinat kartesius.

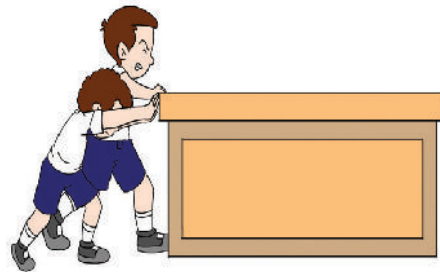
Inti

Guru mengarahkan siswa untuk melakukan kegiatan, mengisi, serta menjawab pertanyaan yang ada pada bagian di bawah ini. Sebagai petunjuk lihat tulisan yang berwarna biru.

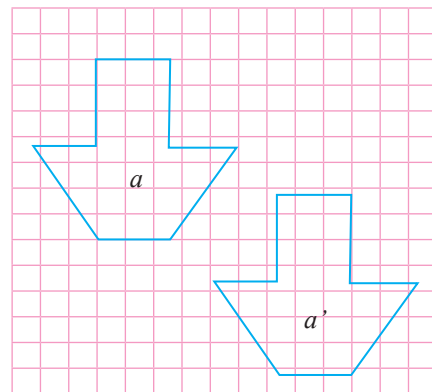
Kegiatan 1

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu mengetahui definisi translasi suatu benda serta contoh translasi benda.
2. Pada bagian Ayo Kita Amati, siswa diminta untuk mengamati contoh translasi bangun datar pada koordinat kartesius.

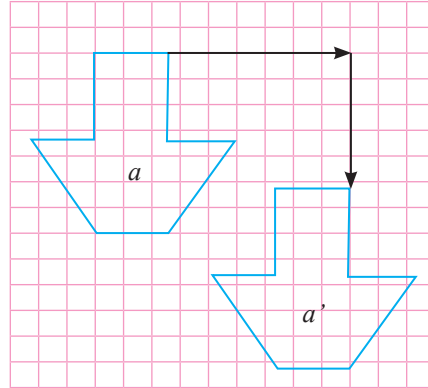
Kegiatan 1 Translasi Pada Suatu Benda

Pernahkah kamu menggeser meja dari satu tempat ke tempat lainnya? Ketika kamu berhasil memindahkan meja tersebut maka posisi meja akan berubah dari posisi awal menuju posisi akhir. Gerakan memindahkan meja tersebut merupakan salah satu contoh dari translasi.

Sumber: Dokumen Kemdikbud
Gambar 3.2 Mendorong meja

Perhatikan bangun datar *a* pada gambar di samping. Kemudian perhatikan bangun *a'* yang merupakan bayangan dari *a*. Kamu dapat memperoleh bangun datar *a'* dengan cara menggeser (mentranslasikan) bangun *a*.

3. Pada bagian Ayo Kita Mencoba, siswa diminta untuk menghitung seberapa besar pergeseran bangun datar baik sepanjang garis horizontal maupun garis vertikal. Bilangan yang menunjukkan banyak satuan pergeseran bangun datar pada bidang koordinat merupakan translasi yang menggerakkan bangun datar tersebut.

Untuk mengetahui jenis translasi yang menggerakkan bangun *a* sehingga menjadi bangun *a'*, ikuti langkah-langkah berikut ini.

1. Pilih sebarang titik sudut pada bangun awal *a* (kamu dapat memilih sebarang titik sudut dari bangun), kemudian beri nama titik sudut tersebut *A*. Pada titik sudut bayangan yang bersesuaian dengan titik *A* berikan nama *A'*.
2. Dari titik *A* gambarlah garis horizontal sampai tepat berada pada bagian atas titik *A'*. Selanjutnya gambarlah garis vertikal dari titik tersebut sehingga garis tersebut bertemu dengan titik *A'*.
3. Hitung berapa satuan panjang garis horizontal yang menunjukkan seberapa jauh bangun datar *a* bergeser (bertranslasi) secara horizontal (ke kanan).
4. Hitung berapa satuan panjang garis vertikal yang menunjukkan seberapa jauh bangun datar *a* bergeser (bertranslasi) secara vertikal (ke bawah).

4. Pada bagian Ayo Kita Menanya siswa diminta untuk membuat pertanyaan berdasarkan Kegiatan 1 yang telah dilakukan. Siswa diminta menuliskan pertanyaan tersebut pada buku tulis masing-masing. Contoh pertanyaan yang dapat diajukan adalah: Bagaimana cara melukis bayangan benda hasil translasi? Bagaimana cara mendapatkan koordinat bayangan hasil translasi jika diketahui besarnya pergeseran bangun datar pada garis horizontal dan garis vertikal?

Setelah kamu memahami Kegiatan 1 di atas, sekarang buatlah pertanyaan dengan menggunakan beberapa kata berikut: translasi, sumbu horizontal, sumbu vertikal. Tuliskan pertanyaanmu tersebut dengan rapi pada buku tulismu.

5. Pada bagian Sedikit Informasi, guru memberikan penjelasan mengenai translasi pada garis horizontal dan garis vertikal kepada siswa.

Sedikit Informasi

Jika suatu translasi (pergeseran) pada suatu benda dilakukan sepanjang garis horizontal, maka translasi tersebut akan bernilai positif jika benda ditranslasikan ke arah kanan, dan bernilai negatif jika benda ditranslasikan ke arah kiri.

Jika suatu translasi (pergeseran) pada suatu benda dilakukan sepanjang garis vertikal, maka translasi tersebut akan bernilai positif jika benda ditranslasikan ke arah atas, dan bernilai negatif jika benda ditranslasikan ke arah bawah.

6. Pada bagian Ayo Kita Gali Informasi, siswa diminta untuk menjawab pertanyaan yang diberikan, kemudian menuliskan jawabannya masing-masing secara rapi pada buku tulis.
7. Guru meminta salah satu perwakilan siswa untuk menyampaikan jawabannya di depan kelas.

Berdasarkan informasi yang telah kamu dapatkan sebelumnya serta Kegiatan 1, jawablah pertanyaan berikut.

1. Apakah translasi pada bagian horizontal yang menggerakkan bangun datar *a* sehingga menjadi *a'* bernilai positif atau negatif?

   Alternatif jawaban: positif
2. Apakah translasi pada bagian vertikal yang menggerakkan bangun datar *a* sehingga menjadi *a'* bernilai positif atau negatif?

   Alternatif jawaban: negatif
3. Jika $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ menunjukkan translasi yang menggerakan suatu bangun datar dengan x menunjukkan translasi pada garis horizontal dan y menunjukkan translasi

pada garis vertikal, coba kamu tuliskan pasangan bilangan translasi yang menggerakkan bangun datar a sehingga menjadi a'.

Alternatif jawaban: $\begin{pmatrix} 8 \\ -6 \end{pmatrix}$

Kegiatan 2

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu melukis dan menentukan koordinat bayangan hasil translasi pada koordinat kartesius.
2. Pada bagian Ayo Kita Mencoba, siswa diminta untuk melukis segiempat ABCD beserta bayangannya dengan translasi yang diberikan.

Kegiatan 2 Translasi Pada Koordinat Cartesius

Diketahui segiempat $ABCD$ memiliki titik sudut di A (1, 2), B (3, 1), C (4, –1)dan D (2, 0). Gambarlah segiempat tersebut kemudian gambar hasil bayangannya jika ditranslasikan sejauh 4 satuan ke kiri dan 2 satuan ke bawah. Tuliskan koordinat bayangan hasil translasi segiempat $ABCD$ (Bayangan $ABCD$ selanjutnya disebut dengan $A'B'C'D'$).

3. Pada bagian Ayo Kita Gali Informasi, siswa diminta menyebutkan koordinat bayangan hasil translasi dengan cara melengkapi Tabel 3.5.

Setelah kamu melakukan aktivitas Kegiatan 2, coba kamu lengkapi Tabel 3.5.

Alternatif Jawaban Tabel 3.5:

Titik Sudut $ABCD$	$(x - 4, y - 2)$	Titik Sudut $A'B'C'D'$
A (1, 2)	(1 – 4, 2 – 2)	(–3, 0)

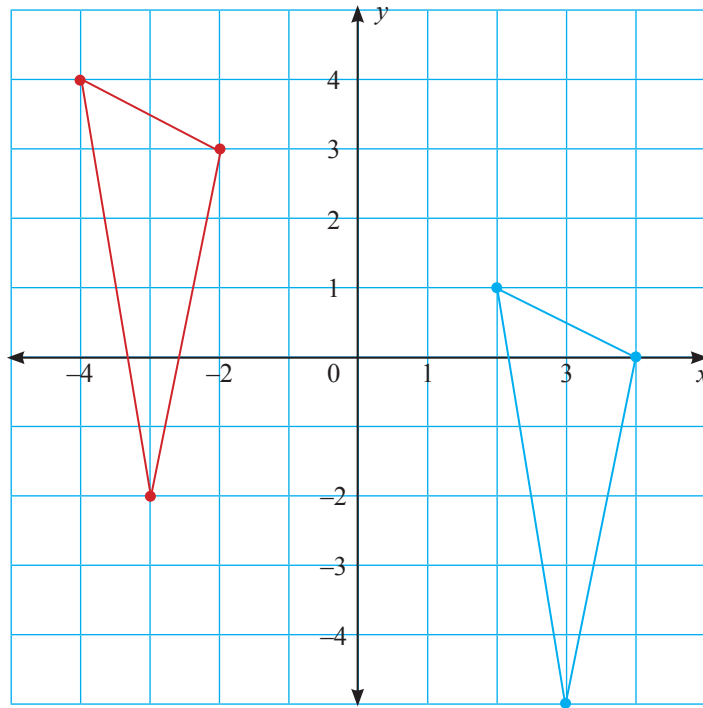
Titik Sudut $ABCD$	$(x - 4, y - 2)$	Titik Sudut $A'B'C'D'$
B (3, 1)	(3 – 4, 1 – 2)	(–1, –1)
C (4, –1)	(4 – 4, –1 – 2)	(0, –3)
D (2, 0)	(2 – 4, 0 – 2)	(–2, –2)

Coba kamu perhatikan Tabel 3.5 di atas. Apakah kolom kedua dan kolom ketiga dari tabel di atas memiliki nilai yang sama? Salah satu cara untuk mendapatkan koordinat bayangan hasil translasi adalah dengan menambahkan secara langsung bilangan yang menunjukkan translasi dengan koordinat awal bangun.

Jika suatu translasi pada suatu titik dilakukan sepanjang garis horizontal, maka bilangan translasi tersebut akan bernilai positif jika titik tersebut ditranslasikan ke arah kanan, dan bernilai negatif jika titik ditranslasikan ke arah kiri. Jika translasi pada suatu titik dilakukan sepanjang garis vertikal, maka bilangan translasi tersebut akan bernilai positif jika titik ditranslasikan ke arah atas, dan bernilai negatif jika titik ditranslasikan ke arah bawah.

4. Pada bagian Ayo Kita Menalar, siswa diminta menalar secara mandiri untuk menentukan pasangan bilangan translasi yang menggerakkan segitiga merah hingga menjadi segitiga biru.

Setelah kamu melakukan Kegiatan 1 dan 2, maka kamu telah mengetahui cara mendapatkan koordinat bayangan hasil translasi dari suatu titik maupun bangun datar. Sekarang jawablah pertanyaan di bawah ini agar kamu mengetahui jenis translasi yang menggerakkan koordinat suatu bangun.

Tentukan translasi (pasangan bilangan translasi) yang menggerakkan segitiga merah menjadi segitiga biru.

5. Setelah siswa menjawab pertanyaan pada bagian Ayo Kita Menalar, maka berikutnya pada bagian Diskusi dan Berbagi, siswa diminta untuk mendisukusikan hasil yang diperoleh pada bagian Ayo Kita Menalar bersama teman sebangkunya. Perwakilan dari siswa diminta untuk menyampaikan jawabannya di depan kelas.

Setelah kamu menjawab pertanyaan pada bagian Ayo Kita Menalar, tuliskan jawabanmu di buku tulis. Diskusikan jawabanmu dengan teman sebangkumu. Periksalah apakah kalian memiliki jawaban yang sama. Majulah ke depan kelas, bagikan hasil diskusimu kepada teman sekelasmu.

Penutup

1. Guru membimbing siswa untuk menarik kesimpulan berdasarkan Kegiatan 1 dan Kegiatan 2 yang telah dilakukan.
2. Kesimpulan dapat diperoleh dengan cara mengarahkan siswa untuk mengerjakan instruksi pada bagian Ayo Kita Simpulkan.

3. Guru meminta perwakilan dari siswa untuk membuat kesimpulan serta memaparkan jawabannya di depan kelas. Diskusikan hasil jawaban siswa di depan kelas agar semua siswa memiliki persepsi yang sama.
4. Guru menugaskan siswa untuk mengerjakan latihan soal pada Latihan 3.2.
5. Guru membahas Latihan 3.2 bersama para siswa.
6. Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya dan mengemukakan pendapatnya.
7. Guru memberikan pendampingan kepada siswa yang masih kurang mampu.
8. Guru menugaskan siswa untuk mempelajari materi berikutnya.

Setelah kamu melakukan beberapa kegiatan di atas, coba kamu simpulkan bagaimana cara mendapatkan koordinat hasil translasi dari suatu benda pada koordinat kartesius?

Alternatif jawaban Ayo Kita Simpulkan:

Jika suatu translasi (pergeseran) pada suatu benda dilakukan sepanjang garis horizontal, maka translasi tersebut akan bernilai positif jika benda ditranslasikan ke arah kanan, dan bernilai negatif jika benda ditranslasikan ke arah kiri.

Jika suatu translasi (pergeseran) pada suatu benda dilakukan sepanjang garis vertikal, maka translasi tersebut akan bernilai positif jika benda ditranslasikan ke arah atas, dan bernilai negatif jika benda ditranslasikan ke arah bawah.

Cara mendapatkan kordinat hasil translasi adalah dengan cara menambahkan banyak satuan translasi yang dilakukan pada koordinat awal.

Alternatif Jawaban Ayo Tinjau Ulang: Koordinat $X(-4, 0)$, $Y(6, 2)$, dan $Z(7, -4)$

Materi Bagian III. Rotasi (1 TM)

Pertemuan 1 (3 JP)

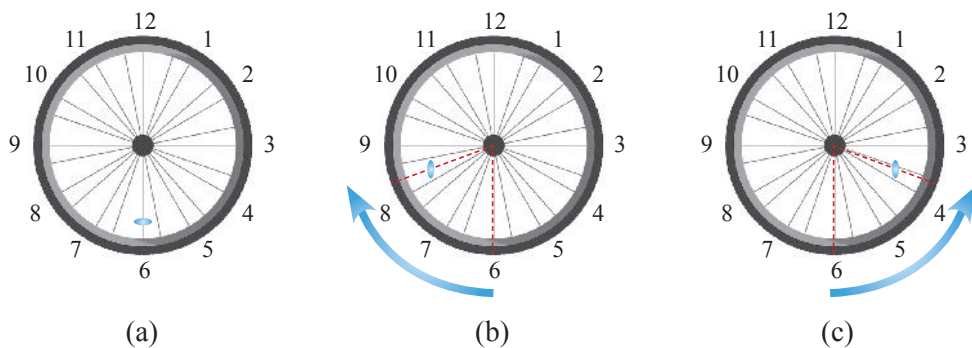
Pendahuluan

1. Guru mengucapkan salam, dan berdoa dipimpin oleh guru/ketua kelas (nilai-nilai religius).
2. Guru mengecek kehadiran siswa. Bila ada siswa yang sakit didoakan supaya lekas sembuh, dan mengajak siswa bersama mensyukuri nikmat Tuhan berupa kesehatan dan lain-lain.
3. Guru menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran.
4. Guru melakukan apersepsi dan motivasi dengan mengajukan pertanyaan pada bagian pertanyaan penting.
5. Guru menyampaikan kepada siswa tujuan pembelajaran yang akan didapatkan pada Kegiatan 1, 2, 3, dan 4 yaitu:
    - Siswa mengetahui definisi rotasi suatu benda
    - Siswa dapat melukis bayangan benda hasil rotasi
    - Siswa dapat melukis bayangan benda hasil rotasi pada koordinat kartesius
    - Siswa dapat menentukan koordinat bayangan benda hasil rotasi dengan beberapa jenis sudut rotasi pada koordinat kartesius
6. Materi yang akan dipelajari oleh siswa adalah:
    - Rotasi suatu benda dan definisi rotasi
    - Melukis bayangan hasil rotasi suatu benda
    - Melukis dan menentukan koordinat bayangan hasil rotasi pada koordinat kartesius

Inti

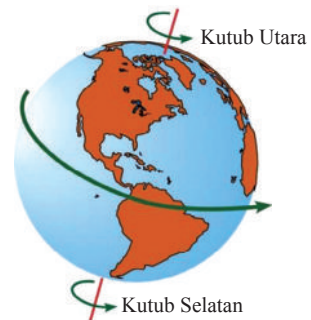
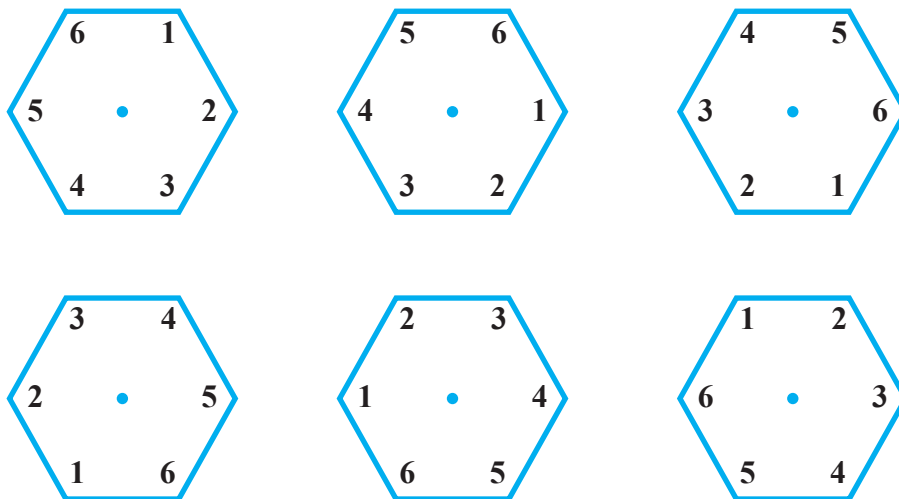
Guru mengarahkan siswa untuk melakukan kegiatan, mengisi, serta menjawab pertanyaan yang ada pada bagian di bawah ini. Sebagai petunjuk lihat tulisan yang berwarna biru.

Kegiatan 1

1. Pada Kegiatan 1 siswa diharapkan mampu mengetahui definisi rotasi suatu benda serta contoh rotasi benda.
2. Pada bagian Ayo Kita Amati, siswa diminta untuk mengamati contoh rotasi benda pada kehidupan sehari-hari. Selain itu siswa juga diingatkan kembali dengan materi simetri putar yang pernah dipelajari pada kelas sebelumnya.

Sumber: Dokumen Kemdikbud
Gambar 3.3 Perputaran roda

Coba perhatikan roda yang berputar pada Gambar 3.3 di atas. Roda tersebut dapat diputar searah jarum jam seperti yang terlihat pada Gambar 3.3 (b) atau dapat diputar berlawanan arah jarum jam seperti yang terlihat pada Gambar 3.3 (c). Gerakan putaran roda merupakan salah satu contoh dari rotasi. Rotasi merupakan salah satu bentuk transformasi yang memutar setiap titik pada gambar sampai sudut dan arah tertentu terhadap titik yang tetap. Titik tetap ini disebut *pusat rotasi*. Besarnya sudut dari bayangan benda terhadap posisi awal disebut dengan *sudut rotasi*.

Sumber: http://www.fisikanet.lipi.go.id

Beberapa benda dapat berotasi dengan pusat rotasi berada di dalam benda itu sendiri. Salah satu contohnya adalah Planet Bumi berputar atau berotasi

pada porosnya. Pada pembelajaran terdahulu, kamu juga telah mempelajari bahwa beberapa benda memiliki simetri putar. Jika suatu bangun/gambar dapat dirotasikan kurang dari 360º terhadap titik pusat rotasi sedemikian sehingga bayangan dan gambar awalnya sama, maka bangun/gambar tersebut memiliki **simetri putar**.

Gambar di atas menunjukkan segi enam beraturan yang memiliki 6 bentuk yang sama jika diputar/dirotasikan. Karena segi enam setelah diputar kurang dari 360º (termasuk 0º) bentuknya sama seperti semula, maka segi enam memiliki **simetri putar tingkat enam**.

Jika suatu bangun setelah diputar satu putaran pada pusatnya dan bentuknya sama sepeti gambar awal setelah n putaran, maka bangun tersebut memiliki simetri putar tingkat n, untuk $n > 1$.

3. Setelah mengetahui definisi simetri putar, pada bagian Ayo Kita Gali Informasi, siswa diminta untuk menyebutkan sedikitnya 5 bangun yang memiliki simetri putar dan menyebutkan bangun tersebut masing-masing memiliki simetri putar tingkat berapa.

Sekarang coba kamu sebutkan sedikitnya 5 bangun yang memiliki simetri putar dan sebutkan bangun tersebut memiliki simetri putar tingkat berapa.

Alternatif jawaban Ayo Kita Gali Informasi:

- Segitiga sama sisi memiliki 3 simetri putar (simetri putar tingkat 3)
- Persegi memiliki 4 simetri putar (simetri putar tingkat 4)
- Segi lima sama sisi memiliki 5 simetri putar (simetri putar tingkat 5)
- Persegi panjang memiliki 2 simetri putar (simetri putar tingkat 2)
- Segi delapan sama sisi memiliki 8 simetri putar (simetri putar tingkat 8)

Kegiatan 2

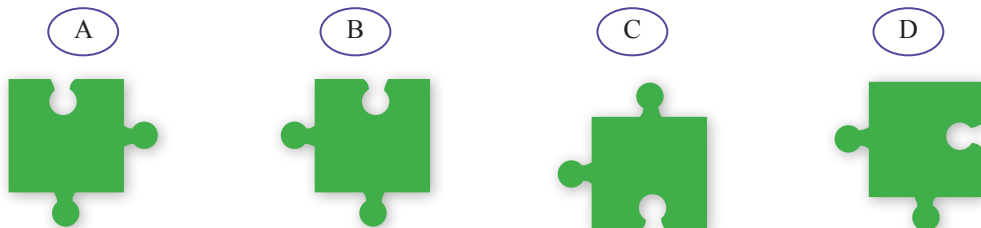
1. Pada Kegiatan 2 siswa diharapkan mampu melukis bayangan hasil rotasi benda.
2. Pada bagian Ayo Kita Amati, siswa diminta untuk mengamati rotasi pada puzzle dengan pusat rotasi adalah titik *P*. Siswa diminta menentukan puzzle mana yang merupakan hasil rotasi dengan sudut rotasi 270° searah jarum jam dengan pusat rotasi titik *P*.

Kegiatan 2 Merotasi Puzzle

Ayo Kita Amati

Coba kamu amati puzzle di samping ini. Tariklah garis lurus dari titik *P* ke arah pusat puzzle tersebut. Rotasikan puzzle tersebut 270° searah jarum jam dengan pusat rotasi di titik *P*.

P

Puzzle mana yang menjadi hasil rotasinya?

Alternatif jawaban :C

3. Pada bagian Ayo Kita Gali Informasi, siswa diminta untuk menentukan bayangan hasil rotasi jika diberikan sudut rotasi yang berbeda-beda.

1. Jika puzzle tersebut dirotasikan 90^o berlawanan arah jarum jam dengan pusat rotasi titik *P*, puzzle mana yang menjadi bayangan hasil rotasinya?

   Alternatif jawaban : C

2. Jika puzzle tersebut dirotasikan 180^o berlawanan arah jarum jam dengan pusat rotasi titik *P*, puzzle mana yang menjadi bayangan hasil rotasinya? Bagaimana jika puzzle tersebut dirotasikan 180^o berlawanan arah jarum jam dengan pusat rotasi titik *P*, puzzle mana yang menjadi bayangan hasil rotasinya? Apakah hasilnya sama?

   Alternatif jawaban: B. B. sama

3. Apakah pilihan D merupakan hasil rotasi dari puzzle awal? Jika tidak, jenis transformasi apakah yang ditunjukkan oleh pilihan D terhadap puzzle awal?

   Alternatif jawaban: Bukan. Refleksi bangun awal terhadap sumbu-*y*

4. Pada bagian Ayo Kita Menanya, siswa diminta untuk membuat pertanyaan berdasarkan Kegiatan 2 yang telah dilakukan. Siswa diminta menuliskan pertanyaan tersebut pada buku tulis masing-masing. Contoh pertanyaan yang dapat diajukan adalah: Apakah bayangan hasil rotasi dari suatu benda dengan sudut rotasi 90^o searah jarum jam dan berlawanan jarum jam akan menghasilkan hasil yang sama? Guru dapat mengeksplorasi kemampuan siswa dengan membuat pertanyaan lain yang sejenis.

Setelah kamu melakukan Kegiatan 2, buatlah pertanyaan dengan menggunakan beberapa kata berikut: rotasi, searah jarum jam, berlawanan jarum jam, sudut rotasi, dan pusat rotasi. Tuliskan pertanyaanmu tersebut dengan rapi pada buku tulismu.

Kegiatan 3

1. Pada Kegiatan 4 siswa diharapkan mampu menentukan koordinat bayangan benda hasil rotasi pada koordinat kartesius.
2. Pada bagian Ayo Kita Mencoba, siswa diminta untuk melukis titik serta menentukan koordinat bayangan hasil rotasi pada koordinat kartesius.

Kegiatan 3 Rotasi Titik pada Bidang Koordinat

Sediakan kertas milimeter (kertas berpetak). Kemudian buatlah koordinat kartesius pada kertas tersebut. Lakukanlah kegiatan di bawah ini.

1. Buatlah titik W (7, 7) dan titik A (5, 4). Gambar dan tentukan bayangan titik W dan A pada rotasi 90^o dengan pusat rotasi titik asal O (0, 0) searah jarum jam.

   Alternatif jawaban: koordinat titik W' adalah (7, –7) dan koordinat titik A' adalah (4, –5)

2. Gambar dan tentukan bayangan titik W dan A pada rotasi 90^o dengan pusat rotasi titik asal O (0, 0) berlawanan arah jarum jam.

   Alternatif jawaban: koordinat titik W' adalah (–7, 7) dan koordinat titik A' adalah (–4, 5)

3. Jika titik W dan A dirotasikan sejauh 180^o dengan pusat rotasi titik asal O (0, 0) searah jarum jam, berapakah koordinat bayangannya?

   Alternatif jawaban: koordinat titik W' adalah (–7, –7) dan koordinat titik A' adalah (–5, –4)

4. Apakah hasilnya sama jika kamu merotasikan titik tersebut sejauh 180^o dengan pusat rotasi titik asal O (0, 0) berlawanan arah jarum jam?

   Alternatif jawaban: ya, sama.

Kegiatan 4

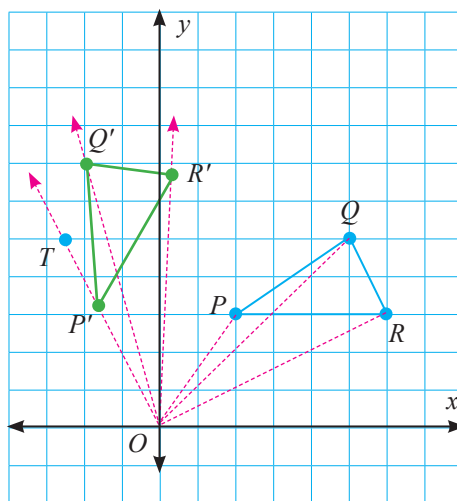
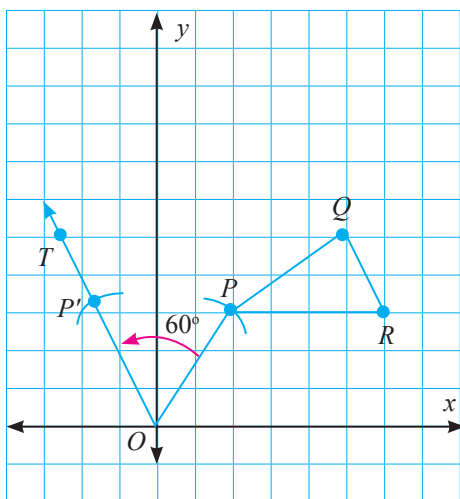
1. Pada Kegiatan 4 siswa diharapkan mampu melukis bayangan benda hasil rotasi pada koordinat kartesius.
2. Pada bagian Ayo Kita Mencoba, siswa diminta untuk melukis segitiga PQR serta melukis bayangan hasil rotasi pada koordinat kartesius. Langkah-langkah untuk melukis bayangan segitiga PQR telah diberikan pada buku siswa.

Kegiatan 4 **Menggambar Rotasi Segitiga Pada Bidang Koordinat**

Sediakan kertas milimeter (kertas berpetak). Kemudian buatlah koordinat kartesius pada kertas tersebut. Lakukanlah kegiatan di bawah ini.

Diketahui segitiga PQR memiliki koordinat di P (2,3), Q (6, 3), dan R (5, 5). Gambarlah ΔPQR dan bayangannya yaitu $\Delta P'Q'R'$ pada rotasi 60° berlawanan dengan arah berlawanan perputaran jarum jam terhadap titik asal O (0, 0). Ikuti langkah-langkah di bawah ini.

1. Pertama, gambar ΔPQR.
2. Gambar ruas garis dari titik asal ke titik P. Tariklah garis OP dengan O menunjukkan titik asal.
3. Gunakan busur untuk mengukur sudut 60° berlawanan arah jarum jam dengan OP sebagai salah satu sisinya.
4. Gambar garis OT sehingga POT membentuk sudut 60°.
5. Gunakan jangka untuk menyalin OP di OT. Beri nama garis OP'.
6. Ulangi langkah di atas untuk titik Q dan R sehingga didapatkan titik Q' dan R'. Hubungkan titik P', Q' dan R' sehingga terbentuk segitiga $P'Q'R'$.
7. $\Delta P'Q'R'$ merupakan bayangan hasil rotasi 60° dari ΔPQR berlawanan arah jarum jam dengan pusat rotasi di titik asal O (0, 0).

Alternatif jawaban Ayo Kita Mencoba:

3. Pada bagian Ayo Kita Menalar, siswa diminta untuk menggambar bayangan dari segitiga *PQR* yang dirotasikan dengan sudut 90º dan 180º searah jarum jam.

Bagaimana hasil bayangan dari Δ*PQR* jika dirotasikan 90º dan 180º searah jarum jam? Berapakah koordinat titik *P'*, *Q'* dan *R'* yang merupakan bayangan dari titik *P*, *Q*, dan *R*? Lakukan langkah-langkah yang sama seperti pada bagian Ayo Kita Mencoba.

Alternatif jawaban:

Koordinat bayangan hasil rotasi 90º adalah *P'*(3, –2), *Q'* (3, –6), dan *R'* (5, –5)

Koordinat bayangan hasil rotasi 180º adalah *P'*(–2, –3), *Q'*(–6, –3), dan *R'* (–5, –5)

4. Setelah siswa menjawab pertanyaan pada bagian Ayo Kita Menalar, maka berikutnya pada bagian Diskusi dan Berbagi, siswa diminta untuk mendiskusikan hasil yang diperoleh pada bagian Ayo Kita Menalar bersama teman sebangkunya. Perwakilan dari siswa diminta untuk menyampaikan jawabannya di depan kelas.

Setelah kamu menjawab pertanyaan pada bagian Ayo Kita Menalar, tuliskan jawabanmu di buku tulismu. Diskusikan jawabanmu dengan teman sebangkumu. Periksalah apakah kalian memiliki jawaban yang sama. Majulah ke depan kelas, bagikan hasil diskusimu kepada teman sekelasmu.

Penutup

1. Guru membimbing siswa untuk menarik kesimpulan berdasarkan Kegiatan 4 yang telah dilakukan.
2. Kesimpulan dapat diperoleh dengan cara mengarahkan siswa untuk mengerjakan instruksi pada bagian Ayo Kita Simpulkan.

3. Guru meminta perwakilan dari siswa untuk membuat kesimpulan serta memaparkan jawabannya di depan kelas. Diskusikan hasil jawaban siswa di depan kelas agar semua siswa memiliki persepsi yang sama.
4. Guru menugaskan siswa untuk mengerjakan latihan soal pada Latihan 3.3.
5. Guru membahas Latihan 3.3 bersama para siswa.
6. Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya dan mengemukakan pendapatnya.
7. Guru memberikan pendampingan kepada siswa yang masih kurang mampu.
8. Guru menugaskan siswa untuk mempelajari materi berikutnya.

Setelah kamu melakukan Kegiatan 4, apa yang dapat kamu simpulkan?

Jika sembarang titik (x, y) dirotasikan 90° dengan pusat rotasi titik asal O (0, 0) searah jarum jam dan berlawanan arah jarum jam bagaimana koordinat bayangan hasil rotasinya?

Alternatif jawaban: jika searah jarum jam maka koordinat bayangan hasil rotasinya adalah $(y, -x)$, namun jika berlawanan jarum jam maka koordinat bayangan hasil rotasinya adalah $(-y, x)$.

Jika sembarang titik (x, y) dirotasikan 180° dengan pusat rotasi titik asal O (0, 0) searah jarum jam dan berlawanan arah jarum jam bagaimana koordinat bayangan hasil rotasinya?

Alternatif jawaban: koordinat bayangan hasil rotasinya adalah $(-x, -y)$

Isilah Tabel 3.6 untuk memudahkanmu menarik kesimpulan

Tabel 3.6 Koordinat Bayangan Hasil Rotasi

Titik koordinat	Pusat Rotasi	Sudut Rotasi	Arah Rotasi	Bayangan Hasil Rotasi
(2, 4)	(0, 0)	90°	Searah jarum jam	(4, –2)

Titik koordinat	Pusat Rotasi	Sudut Rotasi	Arah Rotasi	Bayangan Hasil Rotasi
(x, y)	(0, 0)	90°	Searah jarum jam	$(y, -x)$
(x, y)	(0, 0)	90°	Berlawanan arah jarum jam	$(-y, x)$
(7, 5)	(0, 0)	180°	Berlawanan arah jarum jam	(–7, –5)
(x, y)	(0, 0)	180°	Serah jarum jam	$(-x, -y)$
(x, y)	(0, 0)	180°	Berlawanan arah jarum jam	$(-x, -y)$

Alternatif Jawaban Ayo Tinjau Ulang:

Koordinat bayangan hasil rotasi adalah $A'(-4, -3)$, $B'(-1, -3)$, $C'(-1, 1)$ dan $D'(-4, 0)$

Materi Bagian IV. Dilatasi (1 TM)

Pertemuan 1 (3 JP)

Pendahuluan

1. Guru mengucapkan salam, dan berdoa dipimpin oleh guru/ketua kelas (nilai-nilai religius).
2. Guru mengecek kehadiran siswa. Bila ada siswa yang sakit didoakan supaya lekas sembuh, dan mengajak siswa bersama mensyukuri nikmat Tuhan berupa kesehatan dan lain-lain.
3. Guru menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran
4. Guru melakukan apersepsi dan motivasi dengan mengajukan pertanyaan pada bagian pertanyaan penting.
5. Guru menyampaikan kepada siswa tujuan pembelajaran yang akan didapatkan pada Kegiatan 1, dan 2 yaitu:
    - Siswa mengetahui definisi dilatasi suatu benda
    - Siswa dapat melukis bayangan benda hasil dilatasi pada koordinat kartesius

- Siswa dapat menentukan apakah suatu dilatasi termasuk pembesaran atau pengecilan
- Siswa dapat menentukan faktor skala untuk suatu dilatasi yang diberikan

6. Materi yang akan dipelajari oleh siswa adalah:
   - Dilatasi suatu benda dan definisi dilatasi
   - Melukis dan menentukan koordinat bayangan hasil dilatasi pada koordinat kartesius
   - Menentukan faktor skala untuk suatu dilatasi yang diberikan

Inti

Guru mengarahkan siswa untuk melakukan kegiatan, mengisi, serta menjawab pertanyaan yang ada pada bagian di bawah ini. Sebagai petunjuk lihat tulisan yang berwarna biru.

Kegiatan 1

1. Pada Kegiatan 1 siswa diharapkan mampu mengetahui dilatasi pada suatu segitiga serta mengetahui definisi dari faktor skala.
2. Pada bagian Ayo Kita Amati, siswa diminta untuk mengamati dilatasi (pembesaran serta pengecilan) pada suatu segitiga.

Kegiatan 1 Dilatasi Benda

Ayo Kita Amati

Gambar di bawah ini menunjukkan bagaimana dilatasi dapat menghasilkan bayangan yang lebih besar dan bayangan yang lebih kecil dari aslinya. Segitiga *ABC* didalatasi dengan pusat dilatasi titik awal *P* (0, 0) sehingga menghasilkan segitiga $A_2B_2C_2$ dan segitiga $A_3B_3C_3$.

3. Pada bagian Ayo Kita Gali Informasi, siswa diminta untuk menentukan koordinat bayangan serta faktor skala dari bayangan segitga hasil dilatasi.

Berapakah koordinat dari titik A, B, dan C? Berapakah koordinat dari titik A_2, B_2, dan C_2? Berapakah koordinat dari titik A_3, B_3, dan C_3?

Alternatif jawaban:

Koordinat titik A_2, B_2, dan C_2 masing-masing adalah (1, 3), (1, 1) dan (2, 1)

Koordinat titik A_3, B_3, dan C_3 masing-masing adalah (6, 18), (6, 6) dan (12, 6)

Perhatikan segitiga $A_2B_2C_2$ dan segitiga ABC. Berapakah panjang PA_2 jika dibandingkan dengan PA? Bagaimana dengan perbandingan kedua sisi yang lain? Apakah sama? Coba lengkapi bagian kosong di bawah ini untuk memudahkanmu melihat hubungan antara segitiga $A_2B_2C_2$ dan segitiga ABC.

$$PA_2 = \frac{1}{3} \times (PA)$$

$$PB_2 = \frac{1}{3} \times (PB)$$

$$PC_2 = \frac{1}{3} \times (PC)$$

Nilai ini selanjutnya disebut dengan faktor skala

Berapakah besarnya faktor skala segitiga $A_2B_2C_2$ yang merupakan hasil dilatasi dari segitiga ABC?

Alternatif jawaban: $\frac{1}{3}$

Dengan cara yang sama, berapakah faktor skala Segitiga $A_3B_3C_3$ yang merupakan hasil dilatasi segitiga ABC?

Alternatif jawaban: 2

4. Pada bagian Ayo Kita Mencoba, siswa diminta untuk menggambar serta menentukan bayangan hasil dilatasi jika diberikan faktor skala 3 dengan pusat dilatasi di titik asal.

Segitiga ABC yang telah kamu amati pada Kegiatan 1, selanjutnya akan didilatasi dengan faktor skala 3. Berapa koordinat bayangan hasil dilatasi?

Alternatif jawaban: Koordinat bayangan hasil dilatasi adalah A' (9, 27), B' (9,9) dan C' (18, 9)

5. Pada bagian Ayo Kita Menanya siswa diminta untuk membuat pertanyaan berdasarkan Kegiatan 1 yang telah dilakukan. Siswa diminta menuliskan pertanyaan tersebut pada buku tulis masing-masing. Contoh pertanyaan yang dapat diajukan

adalah: Bagaimana cara mendapatkan koordinat bayangan hasil dilatasi jika diketahui koordinat awal bangun serta faktor skala? Guru dapat mengeksplorasi kemampuan siswa dengan membuat pertanyaan lain yang sejenis.

Setelah kamu melakukan Kegiatan 1, buatlah pertanyaan dengan menggunakan beberapa kata berikut: koordinat bayangan, dilatasi, dan faktor skala. Tuliskan pertanyaanmu tersebut dengan rapi pada buku tulismu.

Kegiatan 2

1. Pada Kegiatan 2, siswa diharapkan mampu menentukan koordinat bayangan hasil dilatasi suatu bangun datar pada koordinat kartesius.
2. Pada bagian Ayo Kita Mencoba, siswa diminta untuk melukis segitiga ABC serta bayangan hasil dilatasi dengan faktor skala yang diberikan.

Kegiatan 2 **Menggambar Bayangan Hasil Dilatasi**

Diketahui segitiga *ABC* berkoordinat di *A* (7, 10), *B* (4, –6), dan *C* (–2, 3). Tentukan bayangan ΔABC setelah didilatasi yang berpusat di titik asal dengan faktor skala 2. Gambar segitiga asal dan bayangannya. Ikuti langkah-langkah berikut ini:

Langkah 1 Gambar ΔABC sesuai koordinatnya.

Langkah 2 Tentukan titik *A'* sehingga $OA' = 2OA$, titik *B'* sehingga $OB' = 2OB$, dan titik *C'* sehingga $OC' = 2OC$.

Langkah 3 Hubungkan titik-titik *A'*, *B'* dan *C'* menjadi $\Delta A'B'C'$.

3. Pada bagian Ayo Kita Gali Informasi, siswa diminta untuk menentukan koordinat bayangan hasil dilatasi jika dihubungkan dengan koordinat awal bangun serta faktor skala.

Berapakah koordinat titik A', B' dan C'? Lengkapi bagian kosong di bawah ini untuk mengetahui hubungan antar titik A' dan A, B' dan B, serta titik C' dan C.

$$A' = (14, 20) = (2 \times 7, 2 \times 10)$$

$$B' = (8, -12) = (2 \times 4, 2 \times (-6))$$

$$C' = (-4, 6) = (2 \times (-2), 2 \times 3)$$

Nilai ini menunjukkan faktor skala

Nilai ini menunjukkan koordinat awal *ABC*

4. Pada bagian Ayo Kita Menalar, siswa diminta untuk menjelaskan cara menentukan bayangan suatu bangun jika dilatasi berpusat di suatu titik P (a, b). Guru dapat memberikan beberapa pertanyaan lain yang sejenis dengan studi kasus yang berbeda-beda.

Berdasarkan Kegiatan 2, kamu telah mempelajari cara menentukan dilatasi dengan pusat di titik asal O (0, 0). Kamu dapat dengan mudah menentukan titik-titik koordinat bayangan dengan mengalikan titik koordinat asli dengan faktor skala. Bagaimana jika pusat dilatasi bukan di titik asal O (0, 0)? Jelaskan bagaimana caramu menentukan bayangan suatu bangun yang berpusat di suatu titik P (a, b).

Alternatif jawaban:

Diketahui pusat dilatasi adalah titik P (a, b). Langkah-langkah untuk mendapatkan koordinat bayangan hasil dilatasi adalah dengan membuat garis dari titik P menuju masing-masing titik sudut dari bangun datar. Setelah itu perpanjang garis tersebut menjadi beberapa kali lipat dari jarak mula-mula sesuai dengan faktor skala yang

ditentukan. Kamu akan mendapatkan koordinat bayangan hasil dilatasi dengan pusat dilatasi adalah titik $P(a, b)$.

Penutup

1. Guru membimbing peserta siswa untuk menarik kesimpulan berdasarkan Kegiatan 1 dan 2 yang telah dilakukan.
2. Kesimpulan dapat diperoleh dengan cara mengarahkan siswa untuk mengerjakan instruksi pada bagian Ayo Kita Simpulkan.
3. Guru meminta perwakilan dari siswa untuk membuat kesimpulan serta memaparkan jawabannya di depan kelas. Diskusikan hasil jawaban siswa di depan kelas agar semua siswa memiliki persepsi yang sama.
4. Guru menugaskan siswa untuk mengerjakan latihan soal pada Latihan 3.4.
5. Guru membahas Latihan 3.4 bersama para siswa.
6. Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya dan mengemukakan pendapatnya.
7. Guru memberikan pendampingan kepada siswa yang masih kurang mampu.

Setelah kamu melakukan beberapa kegiatan di atas, coba kamu buat kesimpulan dengan menjawab beberapa pertanyaan berikut ini.

1. Apa saja faktor yang menentukan dalam proses dilatasi?

   Alternatif jawaban: pusat dilatasi dan faktor skala

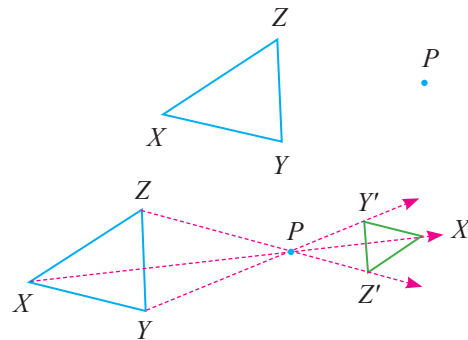
2. Jika suatu titik $P(x, y)$ didilatasi dengan pusat $O(0, 0)$ dengan faktor skala k, bagaimana koordinat akhirnya?

   Alternatif jawaban: Koordinat bayangan hasil dilatasi adalah $P'(kx, ky)$

3. Apakah pembesaran dan pengecilan suatu bangun termasuk dilatasi? Jika ya, bagaimana cara membedakannya?

   Alternatif jawaban: ya. Dilihat dari faktor skala, jika $k > 1$ maka dilatasi tersebut termasuk ke dalam pembesaran, tetapi jika $0 < k < 1$ maka dilatasi tersebut termasuk ke dalam pengecilan

Alternatif Jawaban Ayo Tinjau Ulang:

1. Jika suatu bangun didilatasi dengan faktor skala negatif, maka bayangannya akan memiliki arah yang berlawanan dengan benda aslinya. Contoh dari dilatasi dengan faktor skala negatif adalah sebagai berikut.

   ΔXYZ didilatasi dengan faktor skala $k = -\frac{1}{2}$ dan berpusat di P. Langkah-langkah melukis bayangannya adalah sebagai berikut.

   Langkah 1 Gambar garis *XY*, *YZ*, dan *XZ*.

   Langkah 2 Oleh karena k bernilai negatif, *X'*, *Y'*, dan *Z'* akan melalui *PZ'*, *PY'*, dan *PZ'*.

   Langkah 3 Letakkan titik *X'*, *Y'*, dan *Z'* sedemikian sehingga $PX' = \frac{1}{2}PX$, $PY' = \frac{1}{2}PY$, dan $PZ' = \frac{1}{2}PZ$.

   Langkah 4 Hubungkan titik-titik *X'*, *Y'*, dan *Z'* menjadi $\Delta X'Y'Z'$.

   Dari Contoh di atas dapat dilihat bahwa *PX* berlawanan arah dengan *PX'*, demikian juga *PY* dan *PY'*, *PZ* dan *PZ'*.

2. Koodinat bayangan hasil dilatasi adalah $D'(15, 24)$, $E'(-9, 12)$, dan $F'(-3, -18)$

Bagian V. Uji Kompetensi (1 TM)

Pertemuan 1 (2 JP)

Pendahuluan

1. Guru mereview kembali materi yang telah diajarkan pada 5 pertemuan sebelumnya.
2. Guru mengucapkan salam, dan berdoa dipimpin oleh guru/ketua kelas (nilai-nilai religius).
3. Guru mengecek kehadiran siswa. Bila ada siswa yang sakit didoakan supaya lekas sembuh, dan mengajak siswa bersama mensyukuri nikmat Tuhan berupa kesehatan dan lain-lain.

4. Guru menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran.
5. Guru menyampaikan kepada siswa tujuan pembelajaran yaitu:
   - Siswa dapat menjelaskan langkah-langkah mendapatkan bayangan benda hasil transformasi berulang.
   - Siswa dapat menyelesaikan permasalahan sehari-hari berdasarkan hasil pengamatan yang terkait penerapan konsep transformasi.
   - Siswa dapat menggunakan transformasi dalam menyelesaikan permasalahan nyata (seni dan alam).

Uji Kompetensi 3 Transformasi

1. Diketahui gambar berwarna biru merupakan bayangan hasil trasnformasi dari gambar berwarna merah. Tentukan jenis transformasinya.

f.

g.

2. Gambar setiap bangun berikut dan bayangan hasil refleksi yang diberikan.
   a. Garis *MN* dengan *M* (3, 5) dan *N* (–2, –4) direfleksikan terhadap sumbu-*x*.
   b. Δ*RST* yang berkoordinat di *R* (2, –3), *S* (4, 5), dan *T* (–4, 6) direfleksikan terhadap sumbu-*y*.
   c. Δ*KLM* yang berkoordinat di *K* (2, 5), *L* (3, -4), dan *M* (–4, –7) direfleksikan terhadap titik asal.
   d. Segi empat *ABCD* dengan *A* (–1, –2), *B* (2, –3), *C* (6, 3), dan *D* (–4, 2) direfleksikan terhadap garis $y = x$.
   e. Garis *FG* dengan *F* (–4, 6) dan *G* (7, -9) direfleksikan terhadap garis $y = –x$.

3. Diketahui titik *C* (*u*, *v*) dicerminkan terhadap garis $x = 2$ menghasilkan bayangan di titik *C'* (5, 7). Maka nilai $u + v$ adalah ....

4. Diketahui segiempat TUVW berkoordinat T (3, 2), U (1, –4), V (–2, –3) dan *W* (–2, 4). Gambar bayangan segiempat *TUVW* setelah ditranslasi oleh $\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ dan dicerminkan terhadap garis $y = x$.

5. Diketahui titik sudut sebuah segitiga yaitu *I* (–2, –1), *J* (–1, –4), dan *K* (–4, –1). Gambar bangun tersebut dan bayangannya dengan menggunakan translasi berikut ini.
   a. 3 satuan ke kanan dan 4 satuan ke atas
   b. $(x – 2, y + 5)$

c. 5 satuan ke kiri dan 7 satuan ke bawah

d. $\begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix}$

6. Diketahui segi empat *ABCD* dengan koordinat titik sudut di *A* (2, 5), *B* (–3, 4), *C* (4, 3) dan *D* (4, –2). Gambar bayangan hasil transformasinya jika diketahui segiempat tersebut:

   a. ditranslasi 3 satuan ke kanan dan 5 satuan ke bawah kemudian dicerminkan terhadap sumbu-x

   b. dirotasi 90^o berlawanan arah jarum jam yang berpusat di titik asal kemudian ditranslasi $(x - 3, y + 2)$

   c. ditranslasi $\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ kemudian didilatasi dengan faktor skala 2 dan berpusat di titik asal.

7.

PAPAN TULIS

Andre	Joko	Vivi	Devi	Alex	Dian
Dani	Supri	Dimas	Santi	Sumi	Steven
Paul	Panca	Wawan	Winda	Nita	Budi
Wiwin	Andy	Bernard	Ivanka	Hafid	Putri
Boy	Fahim	Subchan	Surya	Endah	Udin

DEPAN

BELAKANG

KIRI KANAN

Perhatikan denah susunan tempat duduk kelas 9A SMP Ceria di atas pada minggu lalu. Pada minggu lalu Wawan duduk pada posisi nomor 3 dari depan dan lajur ke-3 dari kiri. Pada minggu ini Wawan berpindah pada bangku yang ditempati oleh Putri.Sedangkan Putri berpindah pada bangku yang ditempati oleh Winda, kemudian Winda berpindah pada bangku paling kiri belakang dan Boy menempati bangku yang diisi oleh Wawan pada minggu lalu.

a. Jika pergeseran (translasi) posisi tempat duduk bernilai positif jika bergeser ke depan dan ke kanan serta bernilai negatif jika bergeser ke belakang dan ke kiri, maka tentukan pasangan bilangan translasi yang menunjukkan perpindahan posisi tempat duduk dari Wawan, Putri, Winda, dan Boy.

b. Jika Andre melakukan translasi $\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$, bangku milik siapa yang ditempati oleh Andre pada minggu ini?

c. Jika Ivanka, Dani, dan Alex masing-masing ingin bertukar posisi tempat duduk dengan syarat masing-masing siswa tidak diperbolehkan menempati posisi miliknya pada minggu lalu, tentukan 2 kemungkinan translasi yang dilakukan oleh masing-masing siswa tersebut.

d. Jika Paul dan Fahim ingin bertukar bangku, tuliskan translasi yang dilakukan oleh masing-masing siswa tersebut.

8. Pada bulan Desember 2015 terjadi kecelakaan kapal yang menyebabkan kapal tersebut hampir tenggelam. Berdasarkan hasil pemantauan di sekitar lokasi, diperkirakan ada 3 koordinat lokasi kemungkinan terjadinya kecelakaan tersebut yaitu di titik *B*, *C*, dan *D*. Titik *A* menunjukkan koordinat kapal tim SAR.

a. Tentukan translasi yang harus dilakukan oleh kapa tim SAR jika ingin menuju titik *B*, *C*, dan *D*.

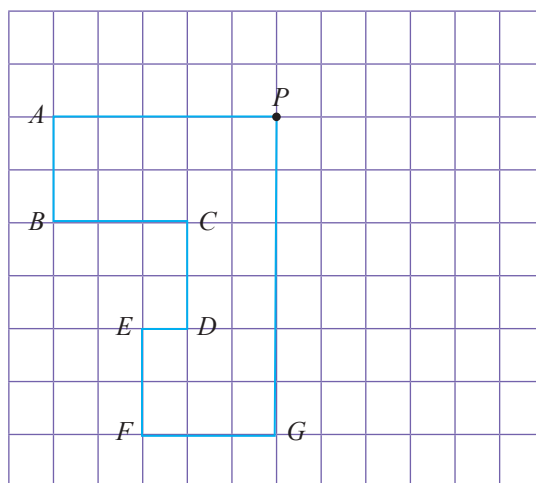
b. Berdasarkan perhitungan oleh tim ahli, kemungkinan terbesar lokasi kecelakaan kapal berada pada radius 4 satuan dari posisi kapal tim SAR saat ini. Menurutmu pada titik mana kemungkinan terbesar terjadinya lokasi kecelakaan?

c. Selain menggunakan kapal tim SAR, diketahui ada kapal lain, yaitu kapal Marina Emas, yang dapat membantu para korban di lokasi kecelakaan kapal (lokasi kecelakaan kapal berdasarkan jawabanmu pada poin b) dengan posisi koordinat di titik E. Menurutmu, kapal mana yang akan terlebih dahulu sampai ke lokasi terjadinya kecelakaan? Jelaskan.

9. Diketahui garis RD berkoordinat di R (2, 5) dan D (–3, –1).

   a. Gambar bayangan garis RD setelah dilakukan rotasi 90^o searah jarum jam dan berpusat di titik asal.

   b. Gambar bayangan garis RD setelah rotasi 180^o berlawanan arah jarum jam dan berpusat di titik asal.

10. Perhatikan gambar di bawah ini.

Gambar bayangan hasil rotasi bangun datar tersebut terhadap titik P dengan sudut rotasi yang ditentukan

a. Rotasi 90^o searah jarum jam

b. Rotasi 180^o searah jarum jam

c. Rotasi 90^o berlawanan arah jarum jam

d. Rotasi 270º searah jarum jam

e. Rotasi 450º searah jarum jam

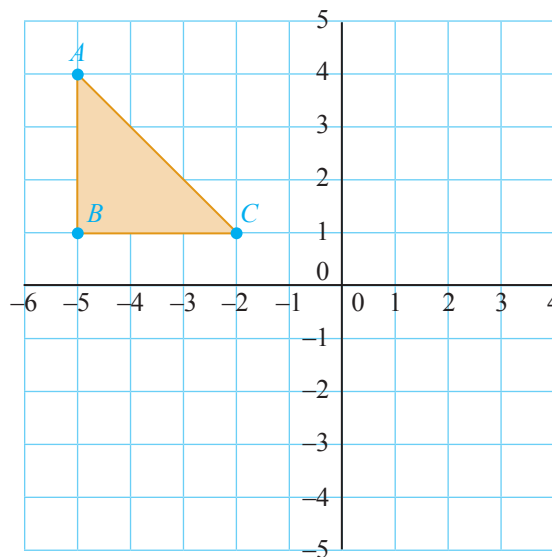
11. Diketahui titik sudut dari tiap-tiap bangun datar sebagai berikut. Rotasikan bangun datar berikut dan gambar bayangannya (pusat rotasi di titik asal).

a. A (3, –2), B (–4, –5), C (–4, 3) dan D (3, 4) dirotasikan 90º searah jarum jam

b. I (3, 5), J (–3, 4) dan K (5, –3) dirotasikan 180º searah jarum jam

c. P (3, 4), Q (–3, 2), R (–4, –6) dan S (5, –3) dirotasikan 90º berlawanan arah jarum jam

d. K (4, 7), L (–3, 5), M (–5, –7) dan N (4, –2) dirotasikan 270º searah jarum jam

12.

Perhatikan ΔABC pada gambar di atas. Gambarlah bayangan hasil transformasinya jika diketahui ΔABC tersebut;

a. dicerminkan terhadap garis $y = 1$ kemudian ditranslasi $\begin{pmatrix} -4 \\ 8 \end{pmatrix}$

b. dicerminkan terhadap garis $x = 1$ kemudian dirotasi 90º searah jarum jam yang berpusat di titik asal

c. dicerminkan terhadap sumbu-y kemudian dirotasi 180º searah jarum jam yang berpusat di titik asal dan ditranslasi $(x – 2, y + 4)$

13. Diketahui titik sudut dari tiap-tiap bangun datar seperti berikut. Gambar bangun datar berikut beserta bayangan hasil dilatasi dengan faktor skala yang diberikan (pusat dilatasi titik asal). Sebutkan jenis dilatasi pada masing-masing bangun datar.

    a. A (2, –2), B (–2, 5), C (4, 2), $k = 3$
    b. I (4, 8), J (–8, 12) dan K (16, –8), $k = \left(\frac{1}{4}\right)$
    c. P (1, 1), Q (–2, 3), R (–1, –3) dan S (3, –3), $k = 4$
    d. K (2, 4), L (–4, 4), M (–8, –6) dan N (4, –6), $k = \left(\frac{1}{2}\right)$

14. Seorang bajak laut sedang berburu harta karun. Sang asisten ingin membantu bajak laut untuk mendapatkan harta karun tersebut. Berdasarkan peta yang mereka dapatkan, diketahui bahwa lokasi harta karun berada pada titik B, sedangkan posisi bajak laut dan asistennya saat ini di titik A. Dengan menggunakan transformasi berikut ini maka bajak laut akan menemukan harta karun yang dicarinya. Akan tetapi tidak semua transformasi di bawah ini dapat digunakan dengan tepat untuk membantu sang bajak laut. Jika kamu menjadi asisten langkah-langkah transformasi apa saja yang akan kamu lakukan? Gunakan masing-masing transformasi berikut ini tepat satu kali.

a. Rotasi 180^o searah jarum jam yang berpusat di titik asal

b. Pencerminan terhadap sumbu-y

c. Pencerminan terhadap sumbu-x

d. Rotasi 90^o berlawanan arah jarum jam yang berpusat di titik asal

e. Translasi 1 langkah ke atas

f. Translasi 2 langkah ke kanan dan 2 langkah ke bawah

15. Bangun berwarna biru merupakan bayangan hasil transformasi dari bangun berwarna merah. Sebutkan langkah-langkah tranformasi yang dilakukan terhadap bangun berwarna merah sehingga diperoleh bayangan berupa bangun berwarna biru.

a.

c.

b.

d.

e.

f.

G. Penilaian

1. Jenis/teknik penilaian: tes tertulis, pengamatan sikap, dan keterampilan.
2. Bentuk instrumen dan instrumen: lembar tes tertulis berbentuk essay dengan soal-soal yang dapat diambil di buku siswa atau dikembangkan oleh guru sendiri. **Sikap** dan **Keterampilan** siswa dapat dinilai oleh guru selama proses pembelajaran, dengan menggunakan format-format seperti dicontohkan pada buku guru ini atau dikembangkan sendiri oleh guru, disesuaikan dengan sikap dan keterampilan yang dinilai.

No.	KD	Indikator Pencapaian Kompetensi		Teknik Penilaian
1.	3.7	3.7.1	Mengenali garis simetri serta menentukan banyak simetri lipat suatu benda.	Tes Tulis
		3.7.2	Menjelaskan definisi refleksi, translasi, rotasi, dan dilatasi pada suatu benda.	Tes Tulis
		3.7.3	Menentukan pasangan bilangan translasi yang menggerakan suatu benda.	Tes Tulis
		3.7.4	Menentukan faktor skala untuk suatu dilatasi yang diberikan.	Tes Tulis
		3.7.5	Menjelaskan langkah-langkah mendapatkan bayangan benda hasil transformasi berulang.	Tes Tulis

No.	KD	Indikator Pencapaian Kompetensi		Teknik Penilaian
2.	4.7	4.7.1	Melukis bayangan benda hasil transformasi (refleksi, translasi, rotasi, atau dilatasi).	Tes Tulis
		4.7.2	Melukis dan menentukan koordinat bayangan benda hasil transformasi (refleksi, translasi, rotasi, atau dilatasi) pada koordinat kartesius.	Tes Tulis
		4.7.3	Melukis dan menentukan koordinat bayangan benda hasil transformasi berulang.	Tes Tulis
		4.7.4	Menyelesaikan masalahsehari-hari berdasarkan hasil pengamatan yang terkait penerapan konsep transformasi.	Tes Tulis dan Tes Unjuk Kerja
		4.7.5	Menerapkan transformasi dalam masalah nyata (seni dan alam).	Tes Tulis dan Tes Unjuk Kerja

H. Remidial dan Pengayaan

Pada akhir bab siswa diberi tes. Hasil tes dianalisis untuk mengetahui ketercapaian KKM, serta mengidentifkasi indikator-indikator mana yang belum dicapai siswa atau materi-materi yangbelum dikuasai oleh siswa. Bagi siswa yang belum mencapai KKM diberi remidial yaitu mempelajari kembali materi yang belum dikuasai dengan dibimbing guru. Pelaksanaan remidial dapat dilakukan satu minggu setelah tes akhir bab dijadwalkan pada waktu tertentu misalnya setelah jam sekolah berakhir selama 60 menit.

Bagi siswa yang sudah memenuhi KKM namun masih belum memasuki bab berikutnya, maka diberi program pengayaan misalnya melalui program pemberian tugas yang menantang (*challenge*). Pelaksanaan program pengayaan dan remidial dapat dilaksanaan dalam waktu yang bersamaan.

I. Interaksi dengan Orang Tua Siswa

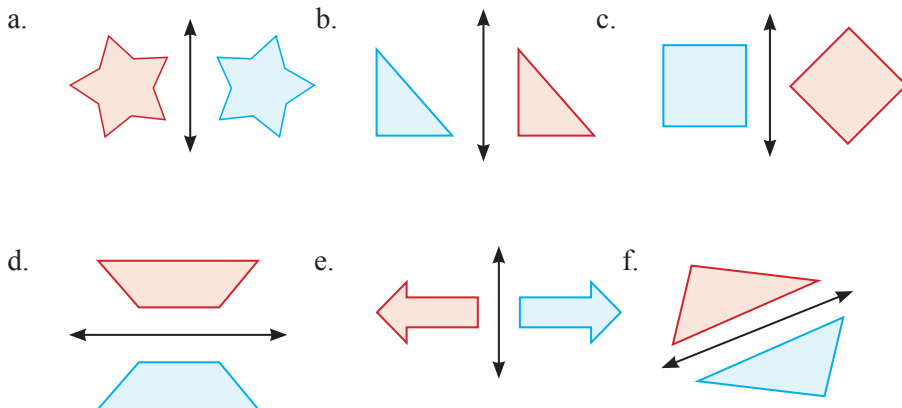
Komunikasi dengan orang tua dapat menggunakan buku penghubung yang memfasilitasi komunikasi yang baik antara sekolah/guru dengan orang tua siswa. Buku penghubung ini juga bermanfaat membangun kerja sama pihak sekolah dengan orang tua dalam membantu keberhasilansiswa. Buku penghubung ini memuat hari/ tanggal, mata pelajaran, pokok bahasan/sub pokok bahasan, bentuk tugas, tanda tangan orang tua.

Contoh lembar Monitoring Orang Tua

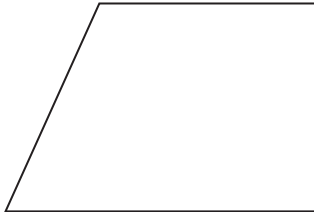
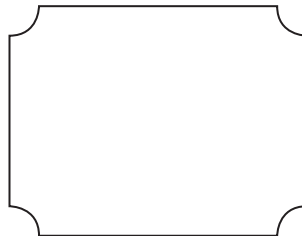
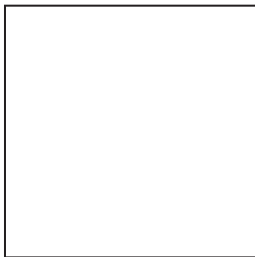
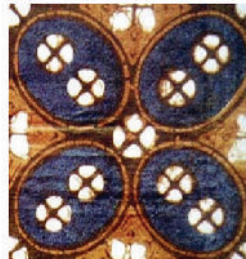
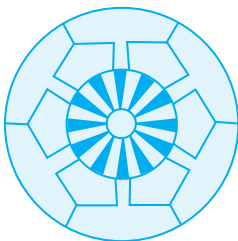
Hari/ Tanggal	Mata Pelajaran	Materi/ Pokok Bahasan	Bentuk Tugas	Tanda Tangan Orang Tua	Tanda Tangan Guru

J. Kunci Jawaban

Latihan 3.1 **Pencerminan (Refleksi)**

1. Tunjukkan apakah gambar yang berwarna biru merupakan hasil pencerminan dari gambar yang berwarna merah. Berikan penjelasanmu.

Penyelesaian:

a. Ya
b. Tidak
c. Tidak
d. Ya
e. Ya
f. Tidak

2. Tentukan berapa banyak simetri lipat yang dimiliki gambar berikut.

a.
b.
c.
d.
e.
f.
Penyelesaian:

a. 0
b. 4
c. 6
d. 2
e. 4
f. 1

3. Gambarlah bangun-bangun berikut dan bayangannya terhadap refleksi yang diberikan.

a. Segiempat *JKLM* dengan titik sudutnya di *J* (2, 2), *K* (7, 4), *L* (9, –2), dan *M* (3, –1) terhadap sumbu-*y*.

b. Trapesium dengan titik sudutnya di *D* (4, 0), *E* (–2, 4), *F* (–2, –1), dan *G* (4, –3) terhadap titik asal.

c. Δ*ABC* dengan titik sudutnya di *A* (4, –2), *B* (4, 2), dan *C* (6, –2) terhadap garis $y = x$.

d. Δ*OPQ* dengan titik sudutnya di O (–2, 1), *P* (0, 3), dan *Q* (2, 2) terhadap garis $y = –x$.

e. Segiempat *WXYZ* dengan titik sudutnya di *W* (2, –1), *X* (5, –2), *Y* (5, –5), dan *Z* (2, –4) terhadap garis $y = 2$.

Penyelesaian:

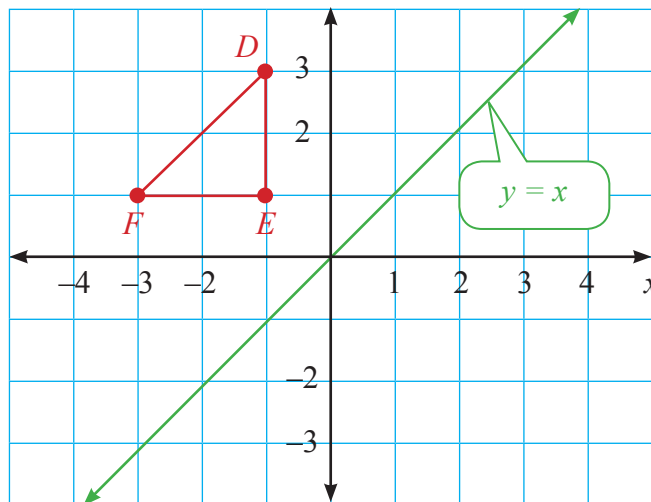
a. Koordinat bayangannya adalah *J'* (–2, 2), *K'* (–7, 4), *L'* (–9, –2), dan *M'* (–3, –1)

b. Koordinat bayangannya adalah *D'* (–4, 0), *E'* (2, –4), *F'* (2, 1), dan *G'* (–4, 3)

c. Koordinat bayangannya adalah *A'* (–2, 4), *B'* (2, 4), dan *C'* (–2, 6)

d. Koordinat bayangannya adalah *O'* (–1, 2), *P'* (–3, 0), dan *Q'* (–2, –2)

e. Koordinat bayangannya adalah *W'* (2, 5), *X'* (5, 6), *Y'* (5, 9), dan *Z'* (2, –8)

4. Cerminkan segitiga *DEF* terhadap garis $y = x$. Gambar segitiga *D'E'F'* dan tuliskan koordinatnya yang merupakan hasil pencerminan *DEF* terhadap garis $y = x$.

Penyelesaian:

Koordinat segitiga $D'E'F'$ adalah D' (3, –1), E'(1, –1), F'(1, –3).

5. Huruf mana yang akan tetap sama jika dicerminkan terhadap suatu garis?

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

Penyelesaian:

B, C, D, H, I, K, N, O, X

6. Segiempat $KLMN$ dengan titik sudut di K (–2, 4), L (3, 7), M (4, –8), dan N (–3, –5) direfleksikan terhadap sumbu-x kemudian direfleksikan terhadap garis $y = x$. Tentukan koordinat $K''L''M''N''$.

   Penyelesaian:

   Koordinat segiempat $KLMN$ setelah direfleksikan terhadap sumbu-x adalah K' (–2, –4), L' (3, –7), M' (4, 8), dan N' (–3, 5), kemudian setelah direfleksikan terhadap sumbu $y = x$ koordinatnya menjadi K'' (–4, –2), L'' (–7, 3), M'' (8, 4), dan N'' (5, –3)

7. Segitiga HIJ direfleksikan terhadap sumbu-x, kemudian sumbu-y, kemudian titik asal. Hasilnya refleksinya berkoordinat di H''' (2, 3), I''' (8, –4), dan J'''(–6, –7). Tentukan koordinat H, I, dan J.

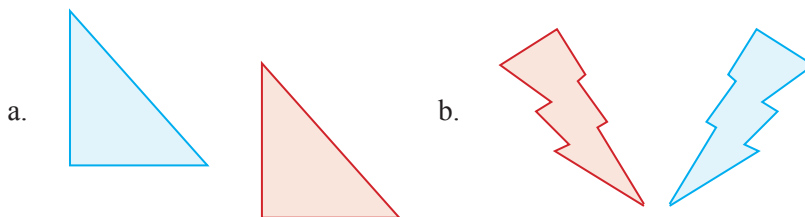
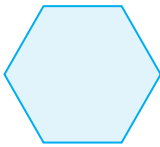
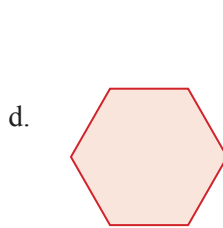
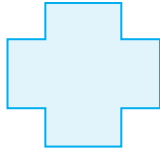
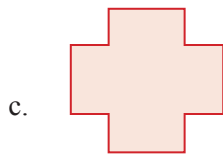
   Penyelesaian:

   Koordinat segitiga HIJ adalah H (2, 3), I (8, –4), dan J (–6, –7)

Latihan 3.2 Pergeseran (Translasi)

1. Tentukan apakah gambar yang berwarna biru merupakan hasil pencerminan dari gambar yang berwarna merah. Berikan penjelasanmu.

a.

b.

Penyelesaian:

a. ya

b. tidak

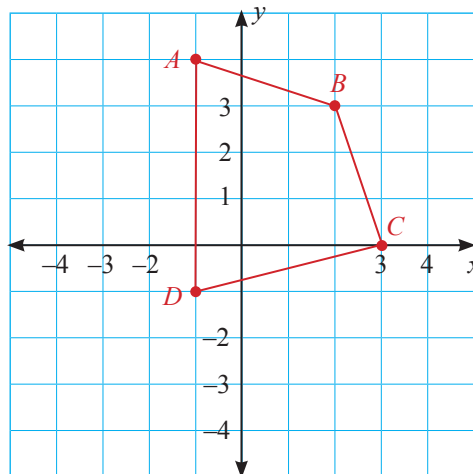
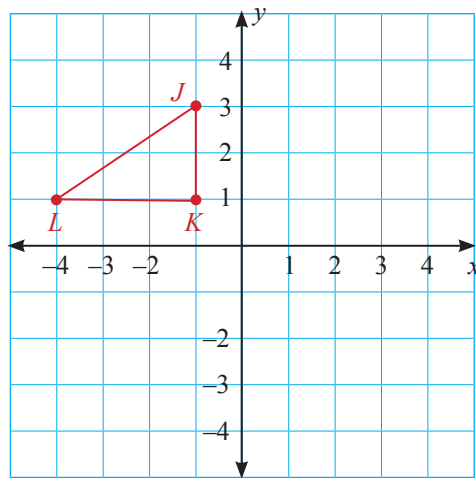
c. ya

d. ya

e. tidak

f. tidak

2. Gambar dan tentukan koordinat hasil translasi dari bangun datar di bawah ini.

   a. Translasikan segi empat merah sejauh 2 satuan ke kiri dan 5 satuan ke bawah

   b. Translasikan segitiga merah sejauh 3 satuan ke kanan dan 4 satuan ke bawah.

Penyelesaian:

a. koordinat awal segiempat adalah A (–1, 4), B (2, 3), C (3, 0), dan D (–1, –1). Bayangan hasil translasinya adalah A' (–3, –1), B' (0, –2), C'(1, –5), dan D' (–3, –6)

b. koordinat awal segitiga adalah J (–1, 3), K (–1, 1), dan L (–4, 1). Bayangan hasil translasinya adalah J' (2, –1), K' (2, –3), dan L' (–1, –3)

3. Segitiga FGH ditranslasi sehingga menghasilkan bayangan ΔPQR. Diketahui koordinat F (3, 9), G (–1, 4), P (4, 2), dan R (6, –3), tentukan koordinat H dan Q. Tentukan pula translasinya.

Penyelesaian:

Translasi yang menggerakkan ΔFGH menjadi ΔPQR adalah $\begin{pmatrix} 1 \\ -7 \end{pmatrix}$, sehingga koordinat H adalah (5, 4) dan koordinat Q adalah (0, –3)

4. Segitiga WAN berkoordinat di W (0, 1), A (1, –2) dan N (–2, 1). Gambarlah segitiga tersebut beserta bayangannya setelah translasi:

a. 1 satuan ke kiri dan 5 satuan ke atas

b. $(x + 2, y + 4)$

c. 3 satuan ke kanan dan 3 satuan ke bawah

d. $\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ kemudian dicerminkan terhadap sumbu-y.

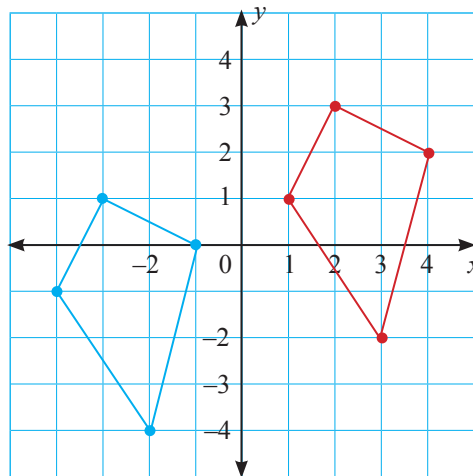
Penyelesaian:

a. Koordinat bayangannya adalah W' (–1, 6), A' (0, 3) dan N' (–3, 6)

b. Koordinat bayangannya adalah W' (2, 5), A' (3, 2) dan N' (0, 5)

c. Koordinat bayangannya adalah W' (3, –2), A' (4, –5) dan N' (1, –2)

d. Koordinat bayangannya adalah W' (0, –1), A' (–1, –4) dan N' (2, –1)

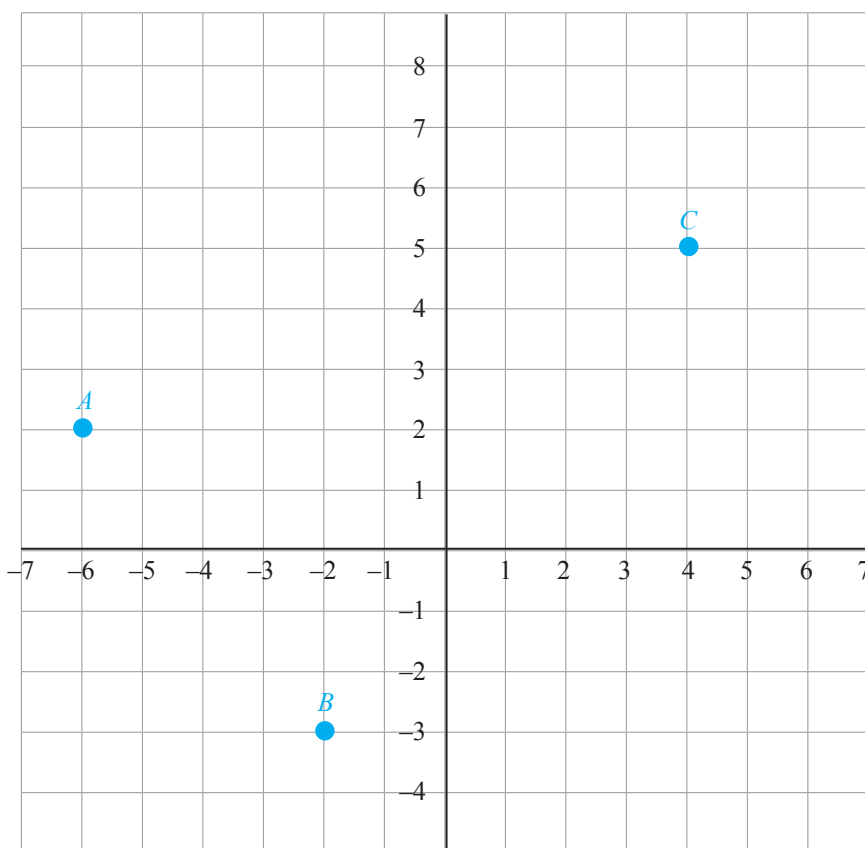
5. Jelaskan translasi yang menggerakkan bangun datar yang berwarna biru menjadi bangun datar yang berwarna merah.

Penyelesaian:

$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$

6. Diketahui Segitiga *OPQ* berkoordinat di *O* (2, 5), *P* (–3, 4), dan *Q* (4, –2) ditranslasikan sehingga didapatkan koordinat bayangannya adalah *O'* di (3, 1). Tentukan pasangan bilangan translasinya dan koordinat titik *P'* dan *Q'*.

Penyelesaian:

Segitiga *OPQ* digerakkan oleh translasi (1¦(–4)), sehingga koordinat titik *P'* adalah (–2, 0) dan *Q'* adalah (5, –6)

7. Seekor harimau sedang berburu rusa di dalam hutan. Berdasarkan hasil pemantauan diketahui bahwa koordinat rusa berada di titik *A* dan koordinat harimau berada pada titik *B*. Rusa tersebut kemudian bergerak menuju titik *C*.

a. Tentukan pasangan bilangan translasi yang menggerakkan rusa dari titik *A* menuju titik *C*.

b. Jika harimau menggunakan translasi yang sama dengan yang dilakukan oleh rusa, apakah harimau dapat menangkap rusa tersebut?

c. Tentukan pasangan bilangan translasi yang harus dilakukan oleh harimau agar ia mendapatkan rusa.

Penyelesaian:

a. Pasangan bilangan translasi yang menggerakkan rusa dari titik *A* menuju titik *C* adalah $\begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}$

b. Tidak

c. Pasangan bilangan translasi yang harus dilakukan oleh harimau agar ia mendapatkan rusa adalah $\begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$

Latihan 3.3 Perputaran (Rotasi)

1. Jelaskan apakah gambar yang berwarna biru merupakan hasil rotasi dari gambar yang berwarna merah. Jika ya, berapa besar sudut rotasi dan bagaimana arah dari rotasi tersebut?

a.

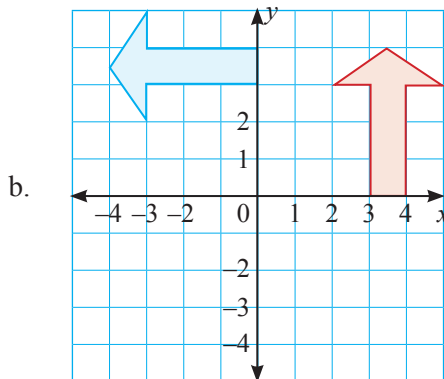
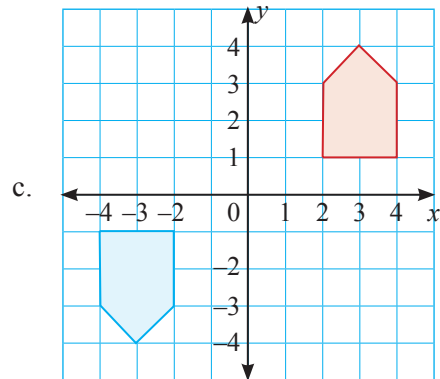
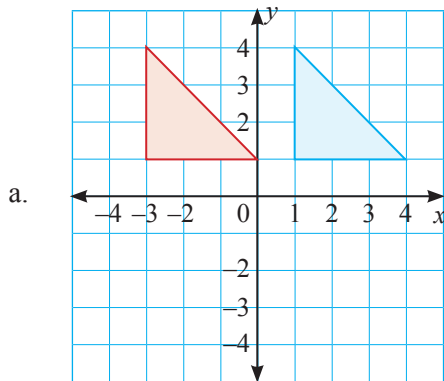
c.

b.

Penyelesaian:

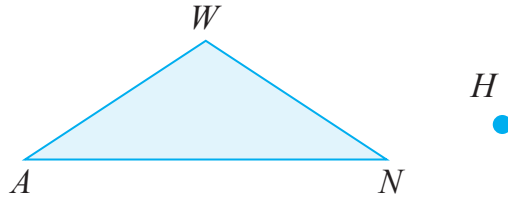
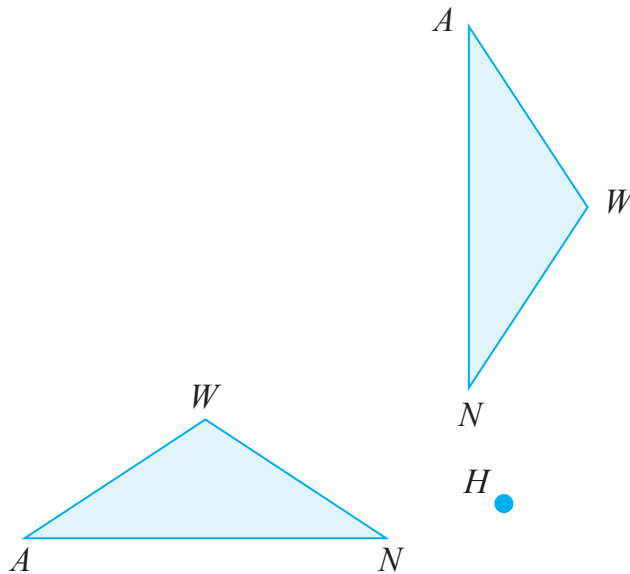
a. Tidak

b. Ya. 90^{o} berlawanan arah jarum jam

c. Ya. 180^{o}

2. Segi empat *PQRS* berkoordinat di *P* (2, –2), *Q* (4, –1), *R* (4, –3) dan *S* (2, –4). Gambarlah bayangan *PQRS* pada rotasi 90^{o} berlawanan arah jarum jam yang berpusat di titik asal.

Penyelesaian:

Koordinat bayangan hasil rotasinya adalah $P'(2, 2)$, $Q'(1, 4)$, $R'(3, 4)$ dan $S'(4, 2)$

3. Salinlah ΔWAN berikut. Kemudian rotasikan segitiga tersebut sebesar 90^o searah jarum jam yang berpusat di titik H.

Penyelesaian:

4. Gambar bayangan rotasi bangun berikut dengan sudut 90^o jika diketahui arah dan pusat rotasi. Tentukan koordinat titik-titik bayangannya. ΔWAN dengan W (–4, 1), A (–2, 1), dan N (–4, –3) berlawanan arah jarum jam dengan pusat rotasi di titik N.

Penyelesaian:

Koordinat bayangan hasil rotasinya adalah W' (–8, –3), A' (–8, –1) dan N' (–4, –3)

5. Gambar bayangan tranformasi untuk setiap segitiga berikut dengan mencerminkan segitiga pada garis yang diketahui. Bayangan akhir dari setiap

bangun juga merupakan hasil rotasi. Tentukan koordinat bayangan dan sudut rotasi.

a. ΔTUV dengan T (4, 0), U (2, 3), dan V (1, 2) direfleksikan pada sumbu-y dilanjutkan sumbu-x.

b. ΔKLM dengan K (5, 0), L (2, 4), dan M (–2, 4) direfleksikan pada garis $y = x$ dilanjutkan sumbu-x.

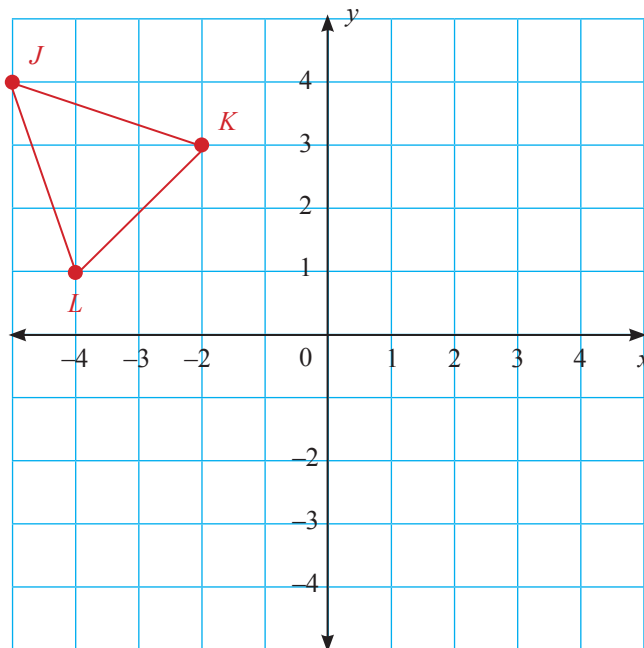
c. ΔXYZ dengan X (5, 0), Y (3, 4), dan Z (–3, 4) direfleksikan pada garis $y =$ -x dilanjutkan garis $y = x$.

Penyelesaian:

a. Koordinat bayangannya adalah T' (–4, 0), U' (–2, –3) dan V' (–1, –2). Sudut rotasi 180°

b. Koordinat bayangannya adalah K' (0, –5), L' (4, –2) dan M' (4, 2). Sudut rotasi 90° searah jarum jam

c. Koordinat bayangannya adalah X' (–5, 0), Y' (–3, –4) dan Z' (3, –4). Sudut rotasi 180°

6. Diketahui segitiga *JKL* seperti pada gambar di bawah ini.

a. Rotasikan segitiga *JKL* dengan sudut rotasi 90^o searah jarum jam dengan pusat rotasi titik asal (0, 0). Berapakah koordinat titik sudut dari segitiga *J'K'L'* yang merupakan bayangan dari segitiga *JKL*?

b. Rotasikan segitiga *JKL* dengan sudut rotasi180^o searah jarum jam dengan pusat rotasi titik asal (0, 0). Berapakah koordinat titik sudut dari segitiga *J'K'L'* yang merupakan bayangan dari segitiga *JKL*?

Penyelesaian:

a. Koordinat bayangannya adalah *J'* (4, 5), *K'* (3, 2) dan *L'* (1, 4)

b. Koordinat bayangannya adalah *J'* (5, –4), *K'* (2, –3) dan *L'* (4, –1)

7. Diketahui segitiga *RST* dengan koordinat titik sudut di *R* (3 ,6), *S* (–5, 2) dan *T* (3, –3). Gambar bayangan hasil transformasinya jika diketahui segitiga tersebut:

a. Dirotasi 90^o searah jarum jam yang berpusat di titik asal kemudian dicerminkan terhadap sumbu-*y*.

b. Dirotasi 90^o berlawanan arah jarum jam yang berpusat di titik asal kemudian didilatasi dengan faktor skala 2 berpusat di titik asal.

c. Dirotasi 180^o berlawanan arah jarum jam yang berpusat di titik asal kemudian ditranslasi $\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ setelah itu dicerminkan terhadap sumbu-*x*.

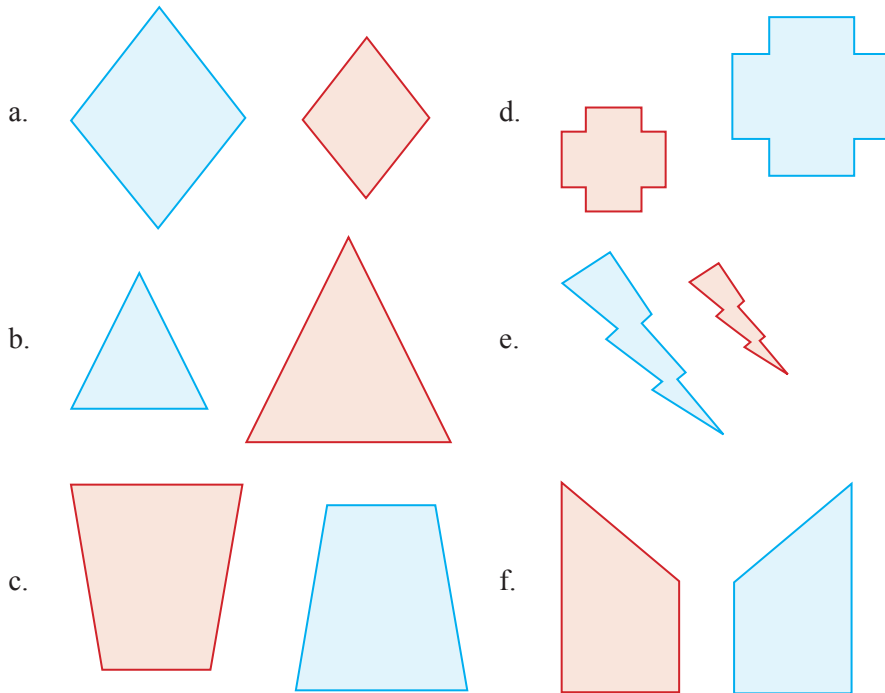
Penyelesaian:

a. Bayangan segitiga *RST* hasil rotasi adalah *R'* (6, –3), *S'* (2, 5) dan *T'* (–3, –3). Setelah dicerminkan terhadap sumbu-*y*, maka koordinat bayangannya adalah *R''* (–6, –3), *S''* (–2, 5) dan *T''* (3, –3)

b. Bayangan segitiga *RST* hasil rotasi adalah *R'* (–6, 3), *S'* (–2, –5) dan *T'* (3, 3). Setelah didilatasi maka koordinat bayangannya adalah *R''* (-12, 6), *S''* (–4, –10) dan *T''* (6, –6)

c. Bayangan segitiga *RST* hasil rotasi adalah *R'* (–3, –6), *S'* (5, –2) dan *T'* (–3, 3). Setelah ditranslasi maka koordinat bayangannya adalah *R''* (1, –1), *S''* (9, 3) dan *T''* (1, 8), kemudian setelah dicerminkan terhadap sumbu-*x* koordinat akhir bayangannya adalah *R'''* (1, 1), *S'''* (9, –3) dan *T'''* (1, –8)

Latihan 3.4 Dilatasi

1. Tunjukkan apakah gambar yang berwarna biru merupakan hasil dilatasi dari gambar yang berwarna merah. Berikan penjelasanmu.

Penyelesaian:

a. Ya. Termasuk ke dalam dilatasi jenis pembesaran

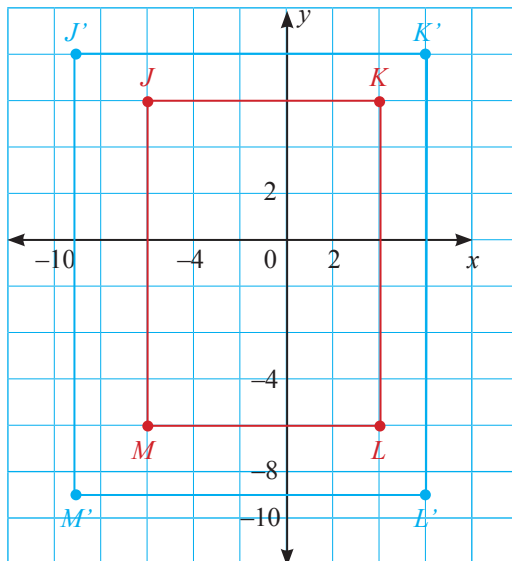
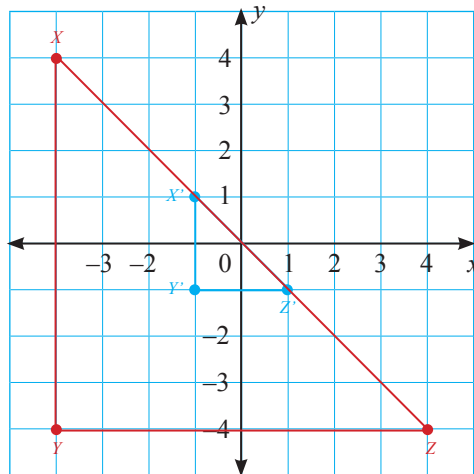
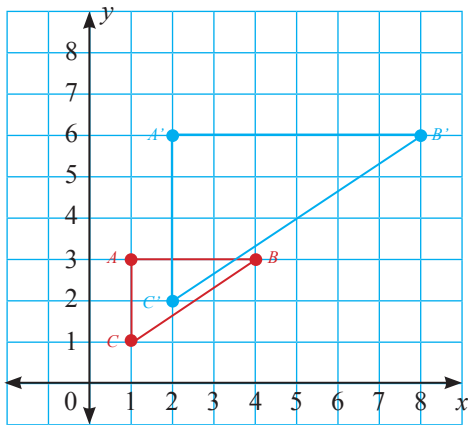
b. Ya. Termasuk ke dalam dilatasi jenis pengecilan

c. Bukan. Gambar berwarna biru merupakan bayangan hasil rotasi dari gambar berwarna merah

d. Ya. Termasuk ke dalam dilatasi jenis pembesaran

e. Ya. Termasuk ke dalam dilatasi jenis pembesaran

f. Bukan. Gambar berwarna biru merupakan bayangan hasil refleksi dari gambar berwarna merah

2. Gambar yang berwarna biru merupakan hasil dilatasi dari gambar berwarna merah. Tentukan faktor skala dam jenis dilatasinya.

Penyelesaian:

a. Gambar berwarna biru merupakan hasil dilatasi dari gambar berwarna merah dengan pusat dilatasi di titik awal dan fakor skala 2. Jenis dilatasi adalah pembesaran

b. Gambar berwarna biru merupakan hasil dilatasi dari gambar berwarna merah dengan pusat dilatasi di titik awal dan fakor skala 1/4. Jenis dilatasi adalah pengecilan

c. Ya. Gambar berwarna biru merupakan hasil dilatasi dari gambar berwarna merah dengan pusat dilatasi di titik awal dan fakor skala 3/2. Jenis dilatasi adalah pembesaran

3. Titik sudut dari masing-masing bidang datar diberikan sebagai berikut. Gambar bidang datar yang dimaksud dan bayangannya setelah dilatasi dengan faktor skala yang diberikan. Sebutkan jenis dilatasinya.

   a. A (1, 1), B (1, 4), dan C (3, 1) dengan faktor skala 4

   b. G (–2, –2), H (–2, 6), dan J (2, 6) dengan faktor skala 0,25

   c. Q (–3, 0), R (–3, 6), S (4, 6), dan T (4, 0) dengan faktor skala $\frac{1}{3}$

   Penyelesaian:

   a. Koordinat bayangan hasil dilatasi adalah A' (4, 4), B' (4, 16), dan C' (12, 4). Jenis dilatasi adalah pembesaran.

   b. Koordinat bayangan hasil dilatasi adalah $G'\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$, $H'\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$, dan $J'\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$. Jenis dilatasi adalah pengecilan.

   c. Koordinat bayangan hasil dilatasi adalah Q' (–1, 0), R' (–1, 2), $S'\left(\frac{4}{3}, 2\right)$, dan $T'\left(\frac{4}{3}, 0\right)$. Jenis dilatasi adalah pengecilan

4. Garis TU berkoordinat di T (4, 2) dan U (0, 5). Setelah didilatasi, bayangan yang terbentuk memiliki koordinat di *T'* (6, 3) dan *U'* (12, 11). Tentukan faktor skala yang digunakan.

   Penyelesaian:

   Panjang garis *TU* adalah 5 satuan panjang, sedangkan panjang banyanggannya *T'U'* adalah 10 satuan panjang, sehingga faktor skala yang digunakan adalah 2

5. Segitiga *KLM* berkoordinat di K (12, 4), L (4, 8), dan M (8, –8). Setelah dua kali dilatasi berturut-turut yang berpusat di titik pusat dengan faktor skala yang sama, bayangan akhirnya memiliki koordinat *K"* (3, 1), *L''* (1, 2), dan *M"* (2, –2). Tentukan faktor skala k yang digunakan untuk dilatasi ΔKLM menjadi $\Delta K''L''M''$.

   Penyelesaian:

   Faktor skala yang digunakan adalah $\frac{1}{2}$

6. Gambar sebarang persegi pada bidang koordinat (kamu bebas menentukan panjang sisi dari persegi tersebut). Pilih faktor skala 2, 3, 4, dan 5 kemudian dilatasikan persegi yang telah gambar dengan masing-masing faktor skala tersebut. Gambar bayangan hasil dilatasi dengan masing-masing faktor skala. Hitung luas tiap-tiap persegi, baik persegi awal, maupun persegi hasil dilatasi dengan masing-masing faktor skala.

   a. Berapa kali lebih besar luas persegi hasil dilatasi dengan menggunakan masing-masing faktor skala jika dibandingkan dengan luas persegi awal?

   b. Bagaimana rumus untuk mementukan luas persegi hasil dilatasi jika diketahui panjang sisi dari persegi awal adalah r dan faktor skala k? (Dapatkan rumus tersebut tanpa harus menggambar bayangan hasil dilatasi, gunakan perbandingan pada jawaban a)

   c. Jika diberikan panjang sisi persegi awal 4 satuan, dan faktor skala 7. Berapa kali lebih besar luas persegi hasil dilatasi jika dibandingkan dengan luas persegi awal?

   Penyelesaian:

   a. - Faktor skala 2 luas persegi hasil dilatasi adalah 4 kali luas persegi awal
      - Faktor skala 3 luas persegi hasil dilatasi adalah 9 kali luas persegi awal
      - Faktor skala 4 luas persegi hasil dilatasi adalah 16 kali luas persegi awal
      - Faktor skala 5 luas persegi hasil dilatasi adalah 25 kali luas persegi awal

   b. Luas persegi hasil dilatasi = $(kr)^2$

   c. 784

7. Gunakan lampu senter dan tanganmu untuk membuat bayangan kelinci pada dinding.

   a. Menurutmu mana yang lebih besar, apakah tanganmu yang asli atau bayangan tanganmu yang membentuk gambar kelinci?

b. Jika dihubungkan dengan dilatasi, merepresentasikan apakah lampu senter yang digunakan pada percobaan tersebut?

c. Berdasarkan hasil perhitungan diketahui bahwa panjang jari tangan 7 cm, sedangkan panjang bayangannya di dinding 14 cm. Berapakah faktor skalanya?

d. Jika tanganmu digerakkan mendekati lampu senter, menurutmu apa yang akan terjadi pada bayangannya di dinding? Apa hubungannya dengan faktor skala?

Penyelesaian:

a. Bayangan tangan

b. Pusat Dilatasi

c. 2

d. Bayangan semakin besar, faktor skala menjadi lebih besar

8. Diketahui segitiga ABC dengan koordinat titik sudut di A (6, 12), B (–9, 3) dan C (6, –6). Gambar bayangan hasil transformasinya jika diketahui segitiga tersebut:

   a. Didilatasi dengan menggunakan faktor skala $\frac{1}{3}$ dengan pusat titik asal kemudian dirotasi 90^{o} searah jarum jam yang berpusat di titik asal.

   b. Didilatasi dengan menggunakan faktor skala 2 dengan pusat titik asal kemudian diitranslasi $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ setelah itu dicerminkan terhadap sumbu-y.

Penyelesaian:

a. Bayangan segitiga ABC hasil dilatasi adalah $A'^{(2,4)}$, $B'^{(-3,1)}$ dan C' (2, –2). Setelah dirotasi didapatkan koordinat bayangannya adalah $A''^{(4,-2)}$, $B''^{(1,3)}$ dan C'' (–2, –2)

b. Bayangan segitiga ABC hasil dilatasi adalah A' (12, 24), B' (–18, 6) dan C' (12, –12). Setelah ditranslasi maka koordinat bayangannya adalah A'' (14, 23), B'' (–16, 5) dan C'' (14, –13), kemudian setelah dicerminkan terhadap sumbu-y koordinat akhir bayangannya adalah A''' (–14, 23), B''' (16, 5) dan C''' (–14, –13)

Uji Kompetensi 3 Transformasi

1. Diketahui gambar berwarna biru merupakan bayangan hasil trasnformasi dari gambar berwarna merah. Tentukan jenis transformasinya.

a.

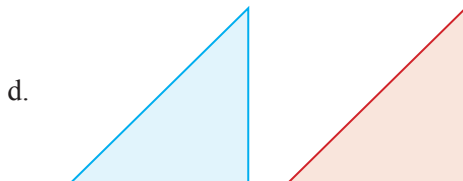
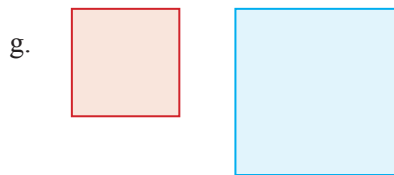
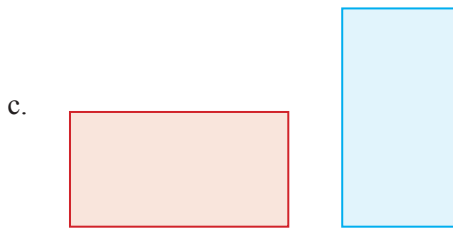
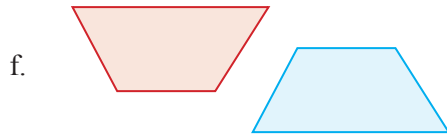
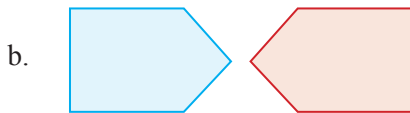
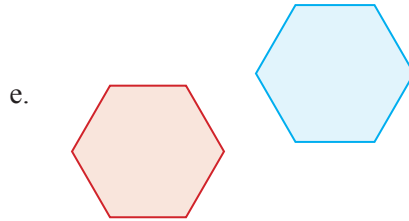
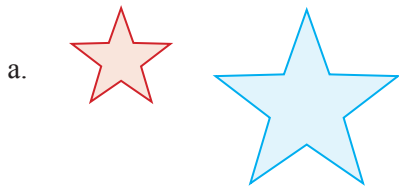
e.

b.

f.

c.

g.

d.

Penyelesaian:

a. Dilatasi

b. Refleksi

c. Rotasi 90°

d. Translasi

e. Tranlasi

f. Rotasi 180°

g. Dilatasi

2. Gambar setiap bangun berikut dan bayangan hasil refleksi yang diberikan.

a. Garis MN dengan M (3, 5) dan N (–2, –4) direfleksikan terhadap sumbu-x.

b. ΔRST yang berkoordinat di R (2, –3), S (4, 5), dan T (–4, 6) direfleksikan terhadap sumbu-y.

c. ΔKLM yang berkoordinat di K (2, 5), L (3, –4), dan M (–4, –7) direfleksikan terhadap titik asal.

d. Segiempat $ABCD$ dengan A (–1, -2), B (2, –3), C (6, 3), dan D (–4, 2) direfleksikan terhadap garis $y = x$.

e. Garis FG dengan F (–4, 6) dan G (7, –9) direfleksikan terhadap garis $y = –x$.

Penyelesaian:

a. Koordinat bayangan garis MN adalah M' (3, –5) dan N' (–2, 4)

b. Koordinat bayangan ΔRST adalah R' (–2, –3), S' (-4, 5), dan T'(4, 6)

c. Koordinat bayangan ΔKLM adalah K' (–2, –5), L' (–3, 4), dan M' (4, 7)

d. Koordinat bayangan segiempat $ABCD$ adalah $A'^{(-2,\,-1)}$, $B'^{(-3,\,2)}$, $C'^{(3,\,6)}$, dan D' (2,–4)

e. Koordinat bayangan garis FG adalah $F,$ (–6, 4) dan $G,$ (9, –7)

3. Diketahui titik C (u, v) dicerminkan terhadap garis $x = 2$ menghasilkan bayangan di titik C' (5, 7). Berapakah nilai $u + v$?

   Penyelesaian:

   $u = –1$, $v = 7$, sehingga $u + v = 6$

4. Diketahui segi empat $TUVW$ berkoordinat T (3, 2), U (1, –4), V (–2, –3) dan W (–2, 4). Gambar bayangan segiempat $TUVW$ setelah ditranslasi oleh $\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ dan dicerminkan terhadap garis $y = x$.

   Penyelesaian:

   Bayangan segiempat $TUVW$ hasil translasi adalah T' (1, 5), U' (–1, –1), V' (–4, 0) dan W' (–4, 7). Setelah dicerminkan terhadap garis $y = x$, maka bayangannya adalah T'' (5, 1), U'' (–1, –1), V'' (0, –4) dan W'' (7, –4)

5. Diketahui titik sudut sebuah segitiga yaitu I (–2, –1), J (–1, –4), dan K (–4, –1). Gambar bangun tersebut dan bayangannya dengan menggunakan translasi berikut ini.

a. 3 satuan ke kanan dan 4 satuan ke atas

b. $(x - 2, y + 5)$

c. 5 satuan ke kiri dan 7 satuan ke bawah

d. $\begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix}$

Penyelesaian:

a. Bayangan hasil translasi Segitiga *IJK* adalah $I'(1, 3)$, $J'(2, 0)$, dan $K'(-1, 3)$

b. Bayangan hasil translasi Segitiga *IJK* adalah $I'(-4, 4)$, $J'(-3, 1)$, dan $K'(-6, 4)$

c. Bayangan hasil translasi Segitiga *IJK* adalah $I'(-7, -8)$, $J'(-6, -11)$, dan $K'(-9, -8)$

d. Bayangan hasil translasi Segitiga *IJK* adalah $I'(5, -11)$, $J'(6, -14)$, dan $K'(3, -11)$

6. Diketahui segi empat *ABCD* dengan koordinat titik sudut di $A(2, 5)$, $B(-3, 4)$, $C(4, 3)$ dan $D(4, -2)$. Gambar bayangan hasil transformasinya jika diketahui segiempat tersebut:

   a. ditranslasi 3 satuan ke kanan dan 5 satuan ke bawah kemudian dicerminkan terhadap sumbu-x

   b. dirotasi 90° berlawanan arah jarum jam yang berpusat di titik asal kemudian ditranslasi $(x - 3, y + 2)$

   c. Ditranslasi $\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ kemudian didilatasi dengan faktor skala 2 dan berpusat di titik asal.

   Penyelesaian:

   a. Bayangan segi empat *ABCD* hasil translasi adalah $A'(5, 0)$, $B'(0, -1)$, $C'(7, -2)$ dan $D'(7, -7)$. Setelah dicerminkan terhadap sumbu-x, maka bayangannya adalah $A''(5, 0)$, $B''(0, 1)$, $C''(7, 2)$ dan $D''(7, 7)$

   b. Bayangan segi empat *ABCD* rotasi adalah $A'(-5, 2)$, $B'(-4, -3)$, $C'(-3, 4)$ dan $D'(2, 4)$. Setelah ditranslasi maka bayangannya adalah $A''(-8, 4)$, $B''(-7, -1)$, $C''(-6, 6)$ dan $D''(-1, 6)$

   c. Bayangan segi empat *ABCD* hasil translasi adalah $A'(5, 11)$, $B'(0, 10)$, $C'(7, 9)$ dan $D'(7, 4)$. Setelah didilatasi, maka bayangannya adalah $A''(10, 22)$, $B''(0, 20)$, $C''(14, 18)$ dan $D''(14, 8)$

7.

PAPAN TULIS

Andre	Joko	Vivi	Devi	Alex	Dian
Dani	Supri	Dimas	Santi	Sumi	Steven
Paul	Panca	Wawan	Winda	Nita	Budi
Wiwin	Andy	Bernard	Ivanka	Hafid	Putri
Boy	Fahim	Subchan	Surya	Endah	Udin

KIRI ⟺ KANAN

Perhatikan denah susunan tempat duduk kelas 9A SMP Ceria di atas pada minggu lalu. Pada minggu lalu Wawan duduk pada posisi nomor 3 dari depan dan lajur ke-3 dari kiri. Pada minggu ini Wawan berpindah pada bangku yang ditempati oleh Putri.Sedangkan Putri berpindah pada bangku yang ditempati oleh Winda, kemudian Winda berpindah pada bangku paling kiri belakang dan Boy menempati bangku yang diisi oleh Wawan pada minggu lalu.

a. Jika pergeseran (translasi) posisi tempat duduk bernilai positif jika bergeser ke depan dan ke kanan serta bernilai negatif jika bergeser ke belakang dan ke kiri, maka tentukan pasangan bilangan translasi yang menunjukkan perpindahan posisi tempat duduk dari Wawan, Putri, Winda, dan Boy.

b. Jika Andre melakukan translasi $\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$, bangku milik siapa yang ditempati oleh Andre pada minggu ini?

c. Jika Ivanka, Dani, dan Alex masing-masing ingin bertukar posisi tempat duduk dengan syarat masing-masing siswa tidak diperbolehkan menempati posisi miliknya pada minggu lalu, tentukan 2 kemungkinan translasi yang dilakukan oleh masing-masing siswa tersebut.

d. Jika Paul dan Fahim ingin bertukar bangku, tuliskan translasi yang dilakukan oleh masing-masing siswa tersebut.

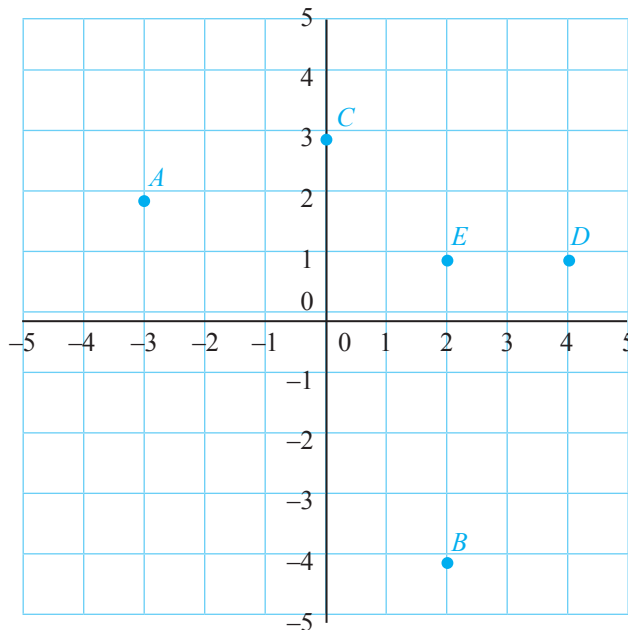
Penyelesaian:

a. Translasi yang dilakukan oleh Wawan adalah $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, Putri adalah $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$, Winda adalah $\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$, dan Boy adalah $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

b. Surya

- Kemungkinan 1 : Ivanka $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, Dani $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$, dan Alex $\begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$
- Kemungkinan 2: Ivanka $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$, Dani $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$, dan Alex $\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$

d. Paul $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ dan Fahim $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

8. Pada bulan Desember 2015 terjadi kecelakaan kapal yang menyebabkan kapal tersebut hampir tenggelam. Berdasarkan hasil pemantauan di sekitar lokasi, diperkirakan ada 3 koordinat lokasi kemungkinan terjadinya kecelakaan tersebut yaitu di titik B, C, dan D. Titik A menunjukkan koordinat kapal tim SAR.

a. Tentukan translasi yang harus dilakukan oleh kapal tim SAR jika ingin menuju titik B, C, dan D.

b. Berdasarkan perhitungan oleh tim ahli, kemungkinan terbesar lokasi kecelakaan kapal berada pada radius 4 satuan dari posisi kapal tim SAR

saat ini. Menurutmu pada titik mana kemungkinan terbesar terjadinya lokasi kecelakaan?

c. Selain menggunakan kapal tim SAR, diketahui ada kapal lain, yaitu kapal Marina Emas, yang dapat membantu para korban di lokasi kecelakaan kapal (lokasi kecelakaan kapal berdasarkan jawabanmu pada poin b) dengan posisi koordinat di titik *E*. Menurutmu, kapal mana yang akan terlebih dahulu sampai ke lokasi terjadinya kecelakaan? Jelaskan.

Penyelesaian:

a. Dari *A* ke *B* adalah $\begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix}$, dari *A* ke *C* adalah $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, dari *A* ke *D* adalah $\begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$

b. Titik C

c. Kapal Marina Emas. Karena lokasi kapal Marina Emas lebih dekat ke titik *C* dibandingkan kapal tim SAR (gunakan teorema phytagoras untuk menghitung)

9. Diketahui garis *RD* berkoordinat di *R* (2, 5) dan *D* (–3, –1).

a. Gambar bayangan garis *RD* setelah dilakukan rotasi 90^o searah jarum jam dan berpusat di titik asal.

b. Gambar bayangan garis *RD* setelah rotasi 180^o berlawanan arah jarum jam dan berpusat di titik asal.

Penyelesaian:

a. Koordinat bayangan garis *RD* adalah *R'* (5, –2) dan *D'* (–1, 3)

b. Koordinat bayangan garis *RD* adalah *R'* (–2, –5) dan *D'* (3, 1)

10. Perhatikan gambar di samping ini.

Gambar bayangan hasil rotasi bangun datar tersebut terhadap titik *P* dengan sudut rotasi yang ditentukan

a. Rotasi 90^o searah jarum jam

b. Rotasi 180^o searah jarum jam

c. Rotasi 90^o berlawanan arah jarum jam

d. Rotasi 270^o searah jarum jam

e. Rotasi 450^o searah jarum jam

Penyelesaian:

a.

d.

b.

e.

c.

11. Diketahui titik sudut dari tiap-tiap bangun datar sebagai berikut. Rotasikan bangun datar berikut dan gambar bayangannya (pusat rotasi di titik asal).
    a. A (3, –2), B (–4, –5), C (–4, 3) dan D (3, 4) dirotasikan 90^o searah jarum jam
    b. I (3, 5), J (–3, 4) dan K (5, –3) dirotasikan 180^o searah jarum jam
    c. P (3, 4), Q (–3, 2), R (–4, –6) dan S (5, –3) dirotasikan 90^o berlawanan arah jarum jam
    d. K (4, 7), L (–3, 5), M (–5, –7) dan N (4, –2) dirotasikan 270^o searah jarum jam

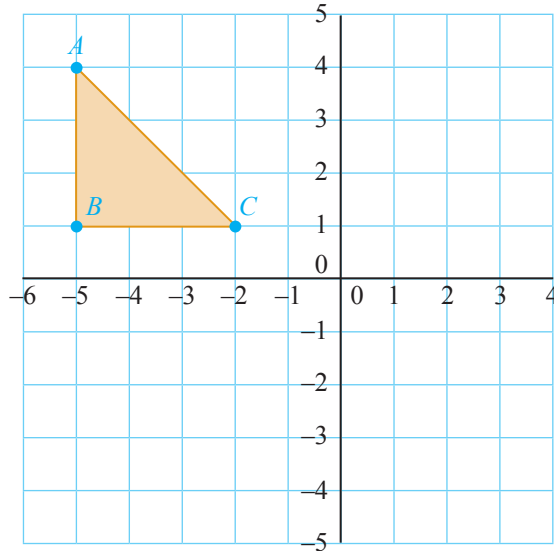
Penyelesaian:

a. Koordinat bayangan adalah A' (–2, –3), B' (–5, 4), C' (3, 4) dan D' (4, –3)

b. Koordinat bayangan adalah I' (–3, –5), J' (3, –4) dan K' (–5, 3)

c. Koordinat bayangan adalah P' (–4, 3), Q' (–2, –3), R' (6, –4) dan S' (3, 5)

d. Koordinat bayangan adalah K' (–7, 4), L' (–5, –3), M' (7, –5) dan N' (2, 4)

12.

Perhatikan ΔABC pada gambar di atas. Gambar bayangan hasil transformasinya jika diketahui ΔABC tersebut

a. Dicerminkan terhadap garis $y = 1$ kemudian ditranslasi $\begin{pmatrix} -4 \\ 8 \end{pmatrix}$

b. Dicerminkan terhadap garis $x = 1$ kemudian dirotasi 90° searah jarum jam yang berpusat di titik asal

c. Dicerminkan terhadap sumbu-y kemudian dirotasi 180° searah jarum jam yang berpusat di titik asal dan ditranslasi $(x - 2, y + 4)$

Penyelesaian:

a. Koordinat awal ΔABC adalah A (–5, 4), B (–5, 1) dan C (–2, 1). Bayangan ΔABC hasil refleksi adalah A' (–5, –2), B' (–5, 1)dan C' (–2, 1). Setelah ditranslasi maka bayangannya adalah A'' (–9, 6), B'' (–9, 9) dan C'' (–6, 9)

b. Koordinat awal ΔABC adalah A (–5, 4), B (–5, 1) dan C (–2, 1). Bayangan ΔABC hasil refleksi adalah A' (7, 4), B' (7, 1) dan C' (4, 1). Setelah dirotasi maka bayangannya adalah A'' (4, –7), B'' (1, –7) dan C'' (1, –4)

c. Koordinat awal ΔABC adalah A (–5, 4), B (–5, 1)dan C (–2, 1). Bayangan ΔABC hasil refleksi adalah A' (5, 4), B' (5, 1) dan C' (2, 1). Setelah dirotasi maka koordinatnya adalah A'' (–5, –4), B'' (–5, –1) dan C'' (–2, –1), kemudian setelah ditranslasi didapatkan koordinat bayangannya adalah A''' (-7, 0), B''' (–7, 3) dan C''' (–4, 3)

13. Diketahui titik sudut dari tiap-tiap bangun datar seperti berikut. Gambar bangun datar berikut beserta bayangan hasil dilatasi dengan faktor skala yang diberikan (pusat dilatasi titik asal). Sebutkan jenis dilatasi pada masing-masing bangun datar

    a. A (2, –2), B (–2, 5), C (4, 2), $k = 3$
    b. I (4, 8), J (–8, 12) dan K (16, –8), $k = \left(\frac{1}{4}\right)$
    c. P (1, 1), Q (–2, 3), R (–1, –3) dan S (3, –3), $k = 4$
    d. K (2, 4), L (–4, 4), M (–8, –6) dan N (4, –6), $k = \left(\frac{1}{2}\right)$

    Penyelesaian:

    a. Koordinat bayangan adalah A' (6, –6), B' (–6, 15), C' (12, 6), jenis dilatasi adalah pembesaran
    b. Koordinat bayangan adalah I' (1, 2), J' (–2, 3) dan K' (4, –2), jenis dilatasi adalah pengecilan
    c. Koordinat bayangan adalah P' (4, 4), Q' (–8, 12), R' (–4, –12) dan S' (12, –12), jenis dilatasi adalah pembesaran
    d. Koordinat bayangan adalah K' (1, 2), L' (–2, 2), M' (–4, –3) dan N' (2, –3), jenis dilatasi adalah pengecilan

14. Seorang bajak laut sedang berburu harta karun. Sang asisten ingin membantu bajak laut untuk mendapatkan harta karun tersebut. Berdasarkan peta yang mereka dapatkan, diketahui bahwa lokasi harta karun berada pada titik B, sedangkan posisi bajak laut da asistennya saat ini di titik A. Dengan menggunakan transformasi berikut ini maka bajak laut akan menemukan harta karun yang dicarinya. Akan tetapi tidak semua transformasi di bawah ini dapat digunakan dengan tepat untuk membantu sang bajak laut. Jika kamu menjadi asisten langkah-langkah transformasi apa saja yang akan kamu lakukan? Gunakan masing-masing transformasi berikut ini tepat satu kali.

a. Rotasi 180º searah jarum jam yang berpusat di titik asal

b. Pencerminan terhadap sumbu-y

c. Pencerminan terhadap sumbu-x

d. Rotasi 90º berlawanan arah jarum jam yang berpusat di titik asal

e. Translasi 1 langkah ke atas

f. Translasi 2 langkah ke kanan dan 2 langkah ke bawah

Penyelesaian:

Langkah-langkah transformasi yang digunakan adalah:

- Rotasi 90º berlawanan arah jarum jam yang berpusat di titik asal
- Pencerminan terhadap sumbu-x
- Translasi 1 langkah ke atas

15. Bangun berwarna biru merupakan bayangan hasil transformasi dari bangun berwarna merah. Sebutkan langkah-langkah tranformasi yang dilakukan terhadap bangun berwarna merah sehingga diperoleh bayangan berupa bangun berwarna biru.

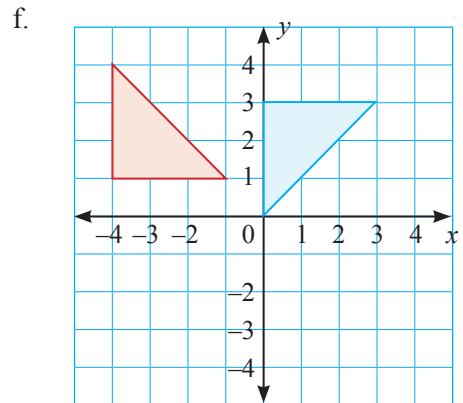
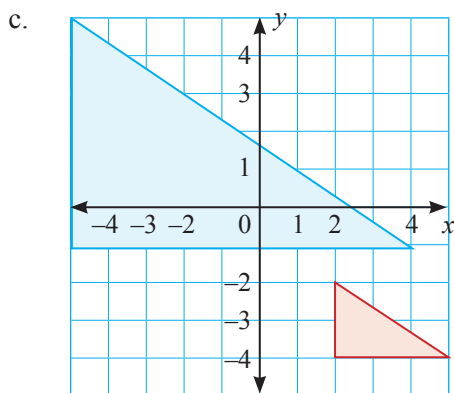
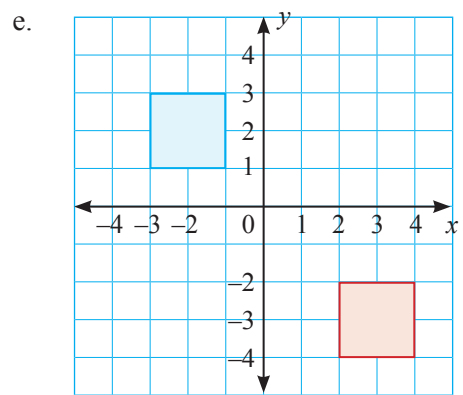
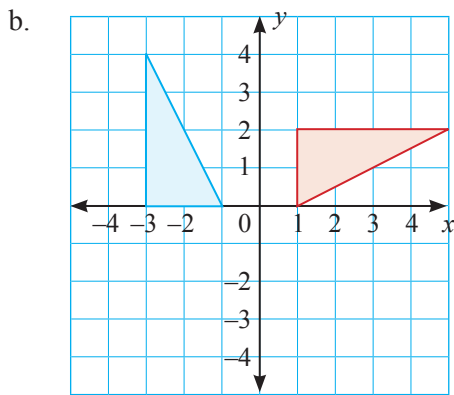
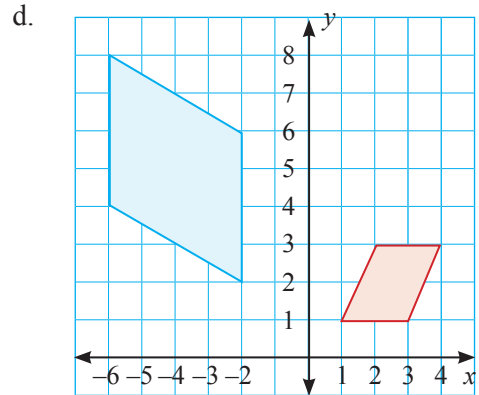
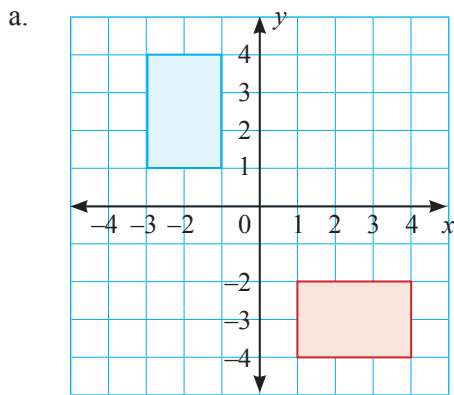
a.

d.

b.

e.

c.

f.

Penyelesaian:

a. Dirotasi 90^o searah jarum jam yang berpusat di titik asal kemudian ditranslasi $\begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix}$

b. Dirotasi 90^o searah jarum jam yang berpusat di titik asal kemudian ditranslasi $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

c. Didilatasi dengan faktor skala $\frac{1}{3}$ yang berpusat di titik (–5, 5) kemudian ditranslasi $\begin{pmatrix} 7 \\ -7 \end{pmatrix}$

d. Didilatasi dengan faktor skala $\frac{1}{2}$ yang berpusat di titik (–2, 5) kemudian dirotasikan 90^o searah jarum jam yang berpusat di titik asal, selanjutnya ditranslasi $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

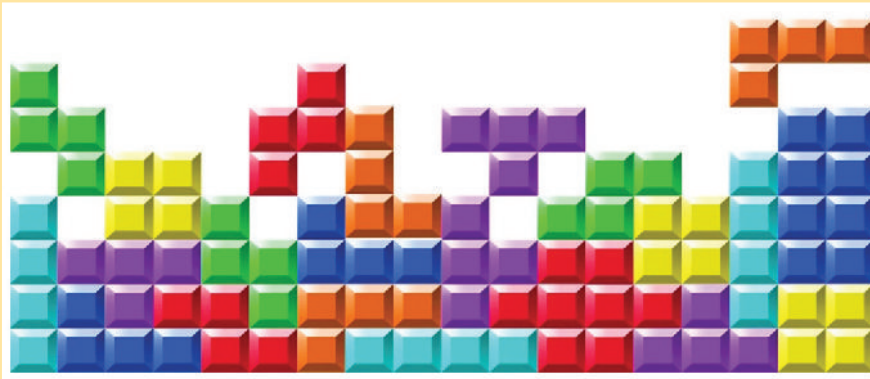
e. Ditranslasi $\begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix}$

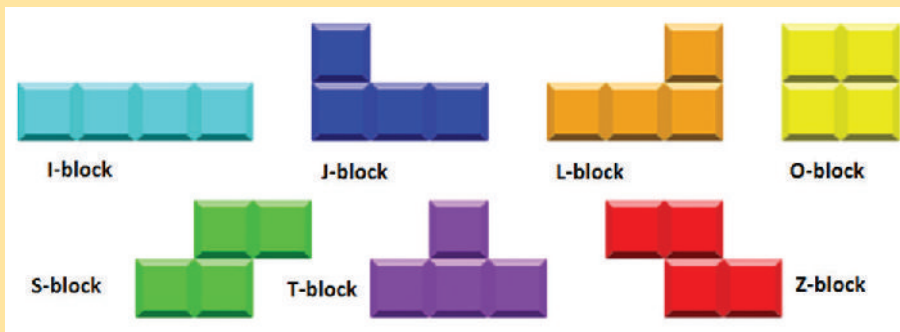
f. Dirotasi 90^o searah jarum jam yang berpusat di titik asal kemudian ditranslasi $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

K. Kegiatan Proyek

Proyek 3

Buatlah kelompok yang terdiri atas 5 anak. Sebagai tugas dari proyek kali ini, kalian akan membuat permainan tetris dengan versimu sendiri. Sebelum bekerja lebih jauh, kalian perlu mengetahui terlebih dahulu mengenai beberapa hal terkait tetris.Tetris (bahasa Rusia: Тетрис) merupakan teka-teki yang didesain dan diprogram oleh Alexey Pajitnov pada bulan Juni1985, pada saat ia bekerja di Pusat Komputer Dorodnicyn di Akademi Sains Uni Soviet di Moskow. Namanya berasal dari awalan numerik Yunani *tetra* yang bermakna bangun dengan empat bagian.

Permainan ini (atau variasi lainnya) terdapat pada hampir setiap konsol permainan video dan komputer pribadi. Walaupun *Tetris* muncul kebanyakan pada komputer rumahan, permainan ini lebih sukses pada versi Gameboy yang dirilis pada 1989 yang membuatnya sebagai permainan paling populer sepanjang masa. Pada berita *Electronic Gaming Monthly* ke-100, Tetris berada pada urutan pertama pada “Permainan Terbaik Sepanjang Masa”. Pada tahun 2007, Tetris berada di urutan kedua pada “100 Permainan Terbaik Sepanjang Masa” menurut IGN.

Gambar di atas merupakan contoh permainan tetris. Pada permainan ini berbagai macam tetromino yang terdiri dari empat balok akan jatuh. Tujuan dari permainan ini adalah bagaimana cara memanipulasi tetromino yang jatuh, dengan mengerakannya ke samping atau memutarnya, sehingga akan terbentuk garis horizontal tanpa celah, ketika sudah terbentuk, tetromino tersebut akan menghilang, sehingga tetromino diatasnya akan terjatuh. Ketika permainan berlanjut, tetromino tersebut akan jatuh lebih cepat. Permainan akan berakhir apabila tetromino berikutnya terhalang sehingga tidak bisa masuk.

Tetromino yang terdapat pada tetris terdiri atas 7 jenis, yaitu I-block, J-block, L-block, O-block, S-block, T-block, dan Z-block. Coba perhatikan gambar tetromino yang biasanya terdapat pada permainan tetris di bawah ini.

Setelah kalian mengetahui permainan dan cara kerja tetris, kini kalian akan membuat permainan tetris dari 7 jenis tetromino yang ada dengan menggunakan prinsip transformasi yang telah kalian pelajari pada bab ini.

Bahan

- Kertas karton putih sebagai papan permainan tetris berukuran 2 meter × 1 meter.
- Kertas karton berwarna biru muda sebagai pembentuk I-block
- Kertas karton berwarna biru tua sebagai pembentuk J-block
- Kertas karton berwarna orange sebagai pembentuk L-block
- Kertas karton berwarna kuning sebagai pembentuk O-block
- Kertas karton berwarna hijau muda sebagai pembentuk S-block
- Kertas karton berwarna ungu muda sebagai pembentuk T-block
- Kertas karton berwarna merah sebagai pembentuk Z-block
- Penggaris
- Spidol Hitam
- Kertas untuk mencatat jenis transformasi pada masing-masing tetromino

Langkah-langkah pembuatan permainan

1. Buatlah papan permainan tetris dengan menggunakan kertas karton berwarna putih, spidol hitam, dan penggaris seperti gambar di bawah ini

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
																				A
																				B
																				C
																				D
																				E
																				F
																				G
																				H
																				I
																				J
																				K
																				L
																				M
																				N
																				O

2. Papan permainan tetris berukuran 15 (pada sumbu vertikal) dan 20 (pada sumbu horizontal). Tiap-tiap 1 kotak dalam papan permaian tetris memiliki ukuran 5 × 5 cm. Selanjutnya berikan label huruf pada sumbu vertikal dan abel angka pada sumbu horizontal (perhatikan contoh papan permainan tetris di atas). Tujuan dari pemberian label adalahuntuk mengetahui posisi/koordinat dari masing-masing tetromino yang berada di dalam permainan.

3. Setelah kamu selesai membuat papan permaian tetris, selanjutnya kamu menbuat tetromino sesuai dengan warna yang telah ditentukan. Buatlah I-block dengan menggunakan kertas karton berwarna biru muda, J-block dengan menggunakan kertas karton berwarna biru tua, L-block dengan menggunakan kertas karton berwarna orange, O-block dengan menggunakan kertas karton berwarna kuning, S-block dengan menggunakan kertas karton berwarna hijau muda, T-block dengan menggunakan kertas karton berwarna ungu muda, dan Z-block dengan menggunakan kertas karton berwarna merah. Perhatikan bahwa ukuran dari tetromino haruslah sesuai dengan papan permainan tetris. Dengan demikian ukuran tiap-tiap kotak tetromino adalah 5 × 5 cm. Untuk tiap-tiap tetromino kalian diwajibkan membuat masing-masing 8 buah.

4. Setelah kamu selesai membuat tetromino, berikan label/nama pada masing-masing tetrimino dengan aturan berikut:
   - Untuk tetromino berbentuk I-block berikan label I-1 sampai dengan I-8
   - Untuk tetromino berbentuk J-block berikan label J-1 sampai dengan J-8
   - Untuk tetromino berbentuk L-block berikan label L-1 sampai dengan L-8
   - Untuk tetromino berbentuk O-block berikan label O-1 sampai dengan O-8
   - Untuk tetromino berbentuk S-block berikan label S-1 sampai dengan S-8
   - Untuk tetromino berbentuk T-block berikan label T-1 sampai dengan T-8
   - Untuk tetromino berbentuk Z-block berikan label Z-1 sampai dengan Z-8

5. Setelah masing-masing tetromino memiliki label, langkah berikutnya adalah kamu mencoba masing-masing tetromino tersebut benar-benar memiliki ukuran yang bersesuaian dengan papan permainan tetris. Cobalah untuk

memutar dan menggeser masing-masing tetromino tersebut pada papan permaian tetris. Jika semua telah sesuai, maka permaian tetris siap untuk dimulai.

Langkah-langkah permainan

1. Pada permainan tetris ini, kamu hanya menggunakan 2 prinsip transformasi, yaitu rotasi dan translasi.
2. Pada bagian awal papan tetris dalam kondisi kosong (tidak ada tetromino sama sekali)
3. Selanjutnya perhatikan gambar di bawah ini

5. Pada permainan tetris, tetromino selalu muncul pada bagian paling atas dari papan permainan. Biasanya tetromino muncul secara acak. Namun pada permainan tetris kali ini, ada beberapa aturan terkait dengan kemunculan tetromino pada bagian atas papan permainan. Perhatikan gambar di atas yang menunjukkan koordinat atau posisi munculnya tetromino pada bagian atas papan permainan.
   - I-block selalu muncul pada koordinat A1, A2, A3, dan A4
   - O-block selalu muncul pada koordinat A5, A6, B5, dan B6
   - S-block selalu muncul pada koordinat A8, A9, B7, dan B8
   - T-block selalu muncul pada koordinat A10, B9, B10, dan B11
   - Z-block selalu muncul pada koordinat A11, A12, B12, dan B13
   - J-block selalu muncul pada koordinat A14, B14, B15, dan B16
   - L-block selalu muncul pada koordinat A19, B17, B18 dan B19
4. Urutan kemunculan dari tetromino yaitu I- block muncul pertama, kemudian diikuti oleh O-block pada urutan kedua, S-block pada urutan ketiga, T-block pada urutan keempat, Z-block pada urutan kelima, J-block pada urutan

kelima, J-block pada urutan keenam, dan terakhir adalah L-block. Jika telah selesai, maka kembali lagi ke I-block, lalu O-block, dan seterusnya seperti urutan yang dijelaskan di atas. Permaian berhenti jika tetromino yang digunakan telah habis.

5. Langkah-langkah pada permainan ini yaitu:

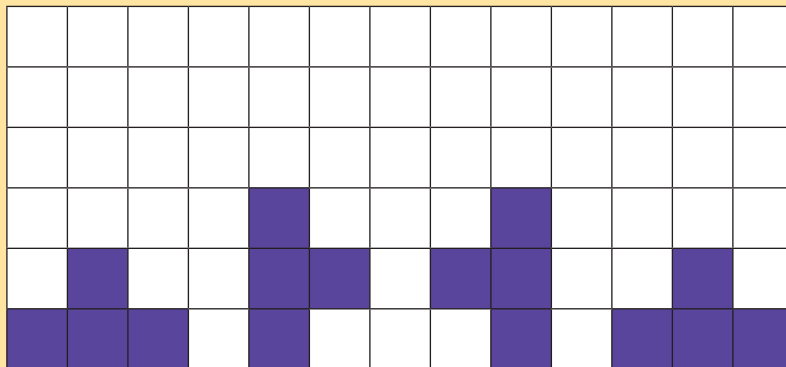
   a. I-block muncul terlebih dahulu kemudian pemain menggerakkan I-block hingga I-block menyentuh bagian paling bawah pada papan permaian tetris. Ketika I-block mencapai bagian bawah papan permaian tetris ada 2 kemungkinan posisi I-block, yaitu posisi horizontal dan vertikal. Perhatikan gambar di bawah ini.

   Pemain bebas menetukan pada posisi mana sebaiknya L-block diletakkan.

   b. Setelah I-block telah mencapai bagian bawah papan permainan, selanjutnya muncul O-block. Pemain harus menggerakkan O-block ini hingga mencapai bagian bawah papan permainan. Pemain bebas menentukan di posisi mana O-block akan diletakkan, apakah pada bagian paling bawah dari papan permainan ataukah di atas posisi dari I-block.

   c. Selanjutnya ketika O-block telah mencapai bagian bawah papan permainan maka muncul S-block. Pemain harus menggerakkan S-block ini hingga mencapai bagian bawah papan permainan. Pemain bebas menentukan di posisi mana S-block akan diletakkan, apakah pada bagian paling bawah dari papan permainan ataukah di bagian atas dari tetromino yang lainnya. Ketika S-block mencapai bagian bawah papan permaian tetris ada 2 kemungkinan posisi S-block, yaitu posisi horizontal dan vertikal. Perhatikan gambar berikut ini.

Pemain bebas menetukan pada posisi mana sebaiknya S-block diletakkan.

d. Ketika S-block telah mencapai bagian bawah papan permainan maka muncul T-block. Pemain harus menggerakkan T-block ini hingga mencapai bagian bawah papan permainan. Pemain bebas menentukan di posisi mana T-block akan diletakkan, apakah pada bagian paling bawah dari papan permainan ataukah di bagian atas dari tetromino yang lainnya. Ketika T-block mencapai bagian bawah papan permaian tetris ada 4 kemungkinan posisi T-block, yaitu posisi horizontal ke atas, horizontal ke bawah, vertikal ke arah kanan, dan vertikal ke arah kiri. Perhatikan gambar di bawah ini.

Pemain bebas menentukan pada posisi mana sebaiknya T-block diletakkan.

e. Setelah T-block telah mencapai bagian bawah papan permainan, selanjutnya muncul Z-block. Pemain harus menggerakkan Z-block ini hingga mencapai bagian bawah papan permainan. Pemain bebas menentukan di posisi mana Z-block akan diletakkan, apakah pada bagian paling bawah dari papan permainan ataukah di bagian atas

dari tetromino yang lainnya. Ketika Z-block mencapai bagian bawah papan permaian tetris ada 2 kemungkinan posisi Z-block, yaitu posisi horizontal dan vertikal. Perhatikan gambar di bawah ini.

Pemain bebas menetukan pada posisi mana sebaiknya Z-block diletakkan.

f. Ketika Z-block telah mencapai bagian bawah papan permainan maka muncul J-block. Pemain harus menggerakkan J-block ini hingga mencapai bagian bawah papan permainan. Pemain bebas menentukan di posisi mana J-block akan diletakkan, apakah pada bagian paling bawah dari papan permainan ataukah di bagian atas dari tetromino yang lainnya. Ketika J-block mencapai bagian bawah papan permaian tetris ada 4 kemungkinan posisi T-block. Perhatikan gambar berikut ini.

Pemain bebas menetukan pada posisi mana sebaiknya J-block diletakkan.

g. Setelah J-block telah mencapai bagian bawah papan permainan, selanjutnya muncul L-block. Pemain harus menggerakkan L-block ini hingga mencapai bagian bawah papan permainan. Pemain bebas menentukan di posisi mana L-block akan diletakkan, apakah pada bagian paling bawah dari papan permainan ataukah di bagian atas dari

tetromino yang lainnya. Ketika L-block mencapai bagian bawah papan permaian tetris ada 4 kemungkinan posisi L-block. Perhatikan gambar di bawah ini.

Pemain bebas menetukan pada posisi mana sebaiknya L-block diletakkan.

h. Setelah L-block mencapai bagian bawah papan permainan, selanjutnya kembali muncul I-block, kemudian diikuti oleh O-block, S-block, T-block, Z-block, J-block, dan terakhir L-block. Jika telah selesai, maka kembali lagi ke I-block, lalu O-block, dan seterusnya seperti urutan yang dijelaskan sebelumnya. Permainan berhenti jika tetromino yang digunakan telah habis.

6. Syarat dari permaian ini yaitu:
   - Tidak boleh ada kotak yang kosong di sela-sela tetromino
   - Jika baris bagian bawah dari papan permainan telah penuh, kamu dapat mengisi baris pada bagian yang berada pada posisi lebih atas
   - Jika baris bagian bawah dari papan permainan telah penuh, kamu dapat mengisi baris pada bagian yang berada pada posisi lebih atas
   - Kamu tidak diperbolehkan mengubah urutan dan posisi awal dari kemunculan tetromino
   - Kamu hanya diperbolehkan melakukan rotasi dan translasi pada masing-masing tetromino
   - Permainan berhenti jika tetromino telah habis

Tugas

Sediakan kertas untuk mencatat, lalu buatlah tabel seperti di bawah ini

No.	Nama/Label Tetromino	Urutan Translasi
1.	I-1	...
2.	O-1	...
3.	S-1	...
4.	⋮	⋮

Jelaskan rangkaian urutan translasi yang dilakukan oleh tiap-tiap tetromino dari awal kemunculan hingga mencapai posisi akhir. Catatlah pada tabel di atas. Sajikan hasilmu tersebut di depan kelas.

Bab IV Kekongruenan dan Kesebangunan

A. Pengantar

Bab ini berisi materi Kekongruenan dan Kesebangunan yang disajikan dalam empat subbab yaitu:

- Kekongruenan Bangun Datar,
- Kekongruenan Dua Segitiga,
- Kesebangunan Bangun Datar,
- Kesebangunan Dua Segitiga.

Guru sebisa mungkin mengarahkan siswa untuk menemukan konsep mengenai kekongruenan dan kesebangunan bangun datar melalui kegiatan-kegiatan yang disajikan dalam Buku Siswa. Guru juga harus mengupayakan adanya internalisasi KI-1 dan KI-2 dalam kegiatan pembelajaran.

B. Kompetensi Inti (KI) dan Kompetensi Dasar (KD)

Berikut ini adalah KI, KD, dan Indikator Pencapaian Kompetensi Bab IV Kekongruenan dan Kesebangunan. KI dan KD ini berdasarkan revisi KI dan KD pada tanggal 21 Oktober 2015 sedangkan indikator yang tercantum pada buku ini dapat dikembangkan lagi oleh guru.

Tabel 4.1 Kompetensi Inti (KI), Kompetensi Dasar (KD) dan Indikator Pencapaian Kompetensi Bab IV tentang Kekongruenan dan Kesebangunan

Kompetensi Inti	1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya. 2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya. 3. Memahami dan menerapkan pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata. 4. Mengolah, menyaji, dan menalardalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.
Kompetensi Dasar	3.6 Menjelaskan dan menentukan kesebangunan dan kekongruenan antarbangun datar. 4.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan kesebangunan dan kekongruenan antarbangun datar.
Indikator Pencapaian Kompetensi Dasar 3.6	
3.6.1 Mengidentifikasi dua benda/bangun kongruen atau tidak. 3.6.2 Menjelaskan syarat-syarat dua bangun segi banyak yang kongruen. 3.6.3 Menguji dan membuktikan dua segitiga kongruen atau tidak. 3.6.4 Mengidentifikasi dua benda sebangun atau tidak. 3.6.5 Menjelaskan syarat-syarat/sifat-sifat dua bangun segi banyak yang sebangun. 3.6.6 Menguji dan membuktikan dua segitiga sebangun atau tidak.	

Indikator Pencapaian Kompetensi Dasar 4.6	
4.6.1	Menentukan panjang sisi atau besar sudut yang belum diketahui dari dua bangun segi banyak yang kongruen.
4.6.2	Menyelesaikan masalah sehari-hari berdasarkan hasil pengamatan yang terkait penerapan konsep kekongruenan bangun datar segi banyak.
4.6.3	Menentukan panjang sisi atau besar sudut yang belum diketahui dari dua bangun segi banyak yang sebangun.
4.6.4	Menyelesaikan masalah sehari-hari berdasarkan hasil pengamatan yang terkait penerapan konsep kesebangunan bangun datar segi banyak.

C. Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari materi pada Bab 4 ini, siswa diharapkan dapat:

Pertemuan 1:

3.6.1 Mengidentifikasi dua benda/bangun kongruen atau tidak, jika diberikan beberapa gambar atau bangun datar.

3.6.2 Menjelaskan syarat-syarat/sifat-sifat dua bangun segi banyak yang kongruen, jika diberikan gambar dua bangun segi banyak yang kongruen.

Pertemuan 2:

3.6.3 Menguji dan membuktikan dua segitiga kongruen atau tidak, jika diberikan gambar dua segitiga kongruen beserta beberapa informasi mengenai panjang sisi atau besar sudutnya.

3.6.4 Mengidentifikasi dua benda sebangun atau tidak, jika diberikan gambar beberapa bangun segi banyak beserta beberapa informasi mengenai panjang sisi atau besar sudutnya.

3.6.5 Menjelaskan syarat-syarat/sifat-sifat dua bangun segi banyak yang sebangun, jika diberikan gambar dua bangun segi banyak yang sebangun.

3.6.6 Menguji dan membuktikan dua segitiga sebangun atau tidak, jika diberikan gambar dua segitiga sebangun beserta beberapa informasi mengenai panjang sisi atau besar sudutnya.

Pertemuan 3:

4.6.1 Menentukan panjang sisi atau besar sudut yang belum diketahui dari dua bangun segi banyak yang kongruen, jika diberikan gambar dua bangun/lebih segi banyak kongruen beserta beberapa informasi mengenai panjang sisi atau besar sudutnya.

4.6.2 Menyelesaikan masalah sehari-hari berdasarkan hasil pengamatan yang terkait penerapan konsep kekongruenan bangun datar segi banyak, jika diberikan permasalahan terkait.

4.6.3 Menentukan panjang sisi atau besar sudut yang belum diketahui dari dua bangun segi banyak yang sebangun, jika diberikan gambar dua/lebih bangun segi banyak yang sebangun beserta beberapa informasi mengenai panjang sisi atau besar sudutnya.

4.6.4 Menyelesaikan masalah sehari-hari berdasarkan hasil pengamatan yang terkait penerapan konsep kesebangunan bangun datar segi banyak, jika diberikan permasalahan terkait.

D. Materi Pembelajaran dan Alokasi Waktu

Pembelajaran dan penilaian Bab 4 ini memerlukan waktu 20 jam pelajaran (JP) atau 8 kali tatap muka (TM), dengan asumsi 5 JP/minggu diorganisasikan menjadi dua kali TM, yaitu 3 JP dan 2 JP. Pembagian 22 JP tersebut adalah sebagai berikut:

Tabel 4.2. Materi Pembelajaran dan Alokasi Waktu

Materi	Alokasi Waktu
Kekongruenan Bangun Datar	2 JP
Kekongruenan Dua Segitiga	5 JP
Kesebangunan Bangun Datar	5 JP
Kesebangunan Dua Segitiga	5 JP
Presentasi Proyek dan Tes Tulis (Ulangan Harian)	5 JP

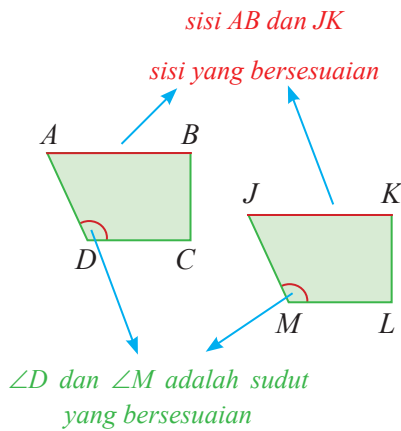
E. Materi Esensial

Materi Esensi 4.1 Syarat Dua Bangun Datar Kongruen

Dua bangun yang mempunyai bentuk dan ukuran yang sama dinamakan kongruen.

Dua bangun segi banyak (poligon) dikatakan kongruen jika memenuhi dua syarat, yaitu:

(i) sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang, dan

(ii) sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

Sudut-sudut yang bersesuaian:

$\angle A$ dan $\angle J \rightarrow m\angle A = m\angle J$

$\angle B$ dan $\angle K \rightarrow m\angle B = m\angle K$

$\angle C$ dan $\angle L \rightarrow m\angle C = m\angle L$

$\angle D$ dan $\angle M \rightarrow m\angle D = m\angle M$

Sisi-sisi yang bersesuaian:

AB dan $JK \rightarrow AB = JK$

BC dan $KL \rightarrow BC = KL$

CD dan $LM \rightarrow CD = LM$

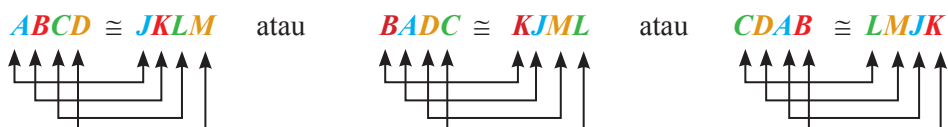
DA dan $MJ \rightarrow DA = MJ$

Jika bangun *ABCD* dan *JKLM* memenuhi kedua syarat tersebut, maka bangun *ABCD* dan *JKLM* kongruen, dinotasikan dengan $ABCD \ncong$ JKLM.

Jika bangun *ABCD* dan *JKLM* tidak memenuhi kedua syarat tersebut maka bangun *ABCD* dan *JKLM* tidak kongruen, dinotasikan dengan $ABCD \cong JKLM$.

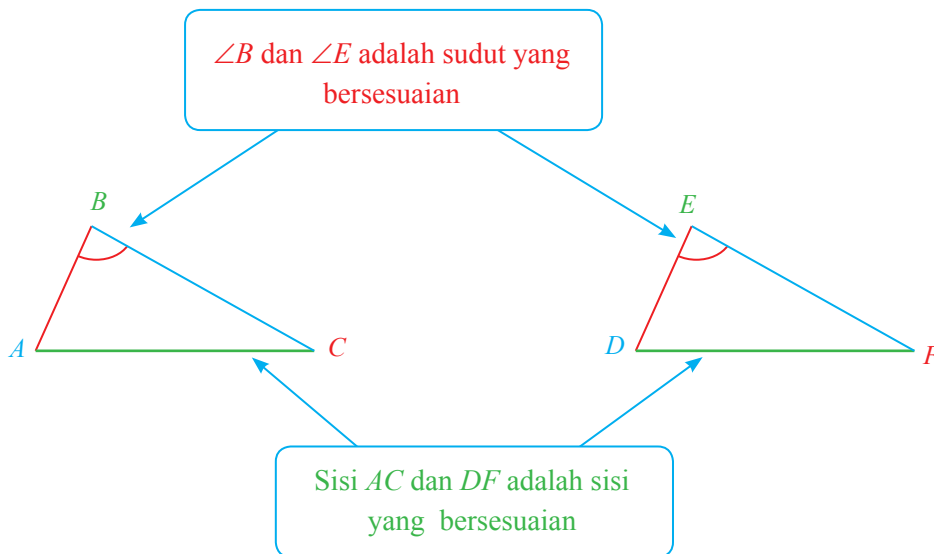
Catatan:

Ketika menyatakan dua bangun kongruen sebaiknya dinyatakan berdasarkan titik-titik sudut yang bersesuaian dan berurutan, contohnya:

$ABCD \cong JKLM$ atau $BADC \cong KJML$ atau $CDAB \cong LMJK$

Materi Esensi 4.2 Syarat Dua Segitiga Kongruen

Dua bangun yang mempunyai bentuk dan ukuran yang sama dinamakan kongruen. Dua segitiga dikatakan kongruen jika hanya jika memenuhi syarat berikut ini:

(i) sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang

(ii) sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

Sisi-sisi yang bersesuaian:

AB dan DE $\rightarrow$ $AB = DE$

BC dan EF $\rightarrow$ $BC = EF$

CA dan FD $\rightarrow$ $CA = FD$

atau dengan kata lain

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = 1$$

Sudut-sudut yang bersesuaian:

$\angle A$ dan $\angle D$ $\rightarrow$ $m\angle A = m\angle D$

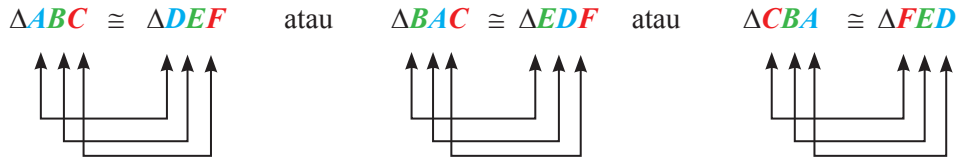
$\angle B$ dan $\angle E$ $\rightarrow$ $m\angle B = m\angle E$

$\angle C$ dan $\angle F$ $\rightarrow$ $m\angle C = m\angle F$

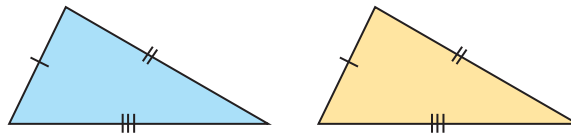
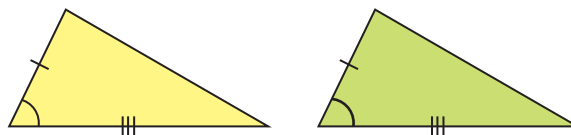
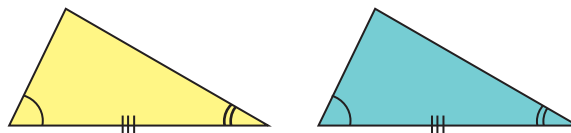
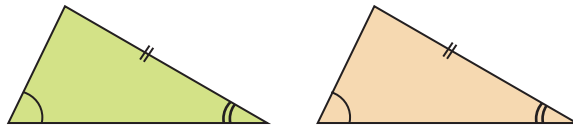
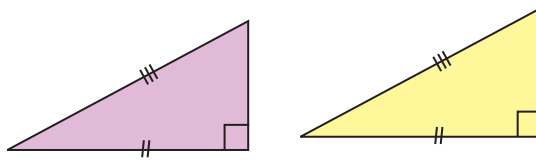
Jika ΔABC dan ΔDEF memenuhi syarat tersebut, maka ΔABC dan ΔDEF kongruen, dinotasikan dengan $\Delta ABC \cong \Delta DEF$.

Jika ΔABC dan ΔDEF tidak memenuhi syarat tersebut maka maka ΔABC dan ΔDEF tidak kongruen, dinotasikan dengan $\Delta ABC \ncong \Delta DEF$.

Catatan:

Ketika menyatakan dua segitiga kongruen sebaiknya berdasarkan titik-titik sudut yang bersesuaian dan berurutan, contohnya:

bukan $\Delta ABC \cong \Delta EDF$ atau $\Delta ABC \cong \Delta EFD$ atau yang lainnya.

Untuk menguji apakah dua segitiga kongruen atau tidak, tidak perlu menguji semua pasangan sisi dan sudut yang bersesuaian. Dua segitiga dikatakan kongruen jika memenuhi salah satu kondisi berikut ini:

1. Ketiga pasangan sisi yang bersesuaian sama panjang. Biasa disebut dengan kriteria *sisi – sisi – sisi*.

2. Dua pasang sisi yang bersesuaian sama panjang dan sudut yang diapitnya sama besar. Biasa disebut dengan kriteria *sisi – sudut – sisi*.

3. Dua pasang sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi yang menghubungkan kedua sudut tersebut sama panjang. Biasa disebut dengan kriteria *sudut – sisi – sudut*.

4. Dua pasang sudut yang bersesuaian sama besar dan sepasang sisi yang bersesuaian sama panjang. Biasa disebut dengan kriteria *sudut – sudut – sisi*.

5. Khusus untuk segitiga siku-siku, sisi miring dan satu sisi siku yang bersesuaian sama panjang.

Materi Esensi 4.3 Kesebangunan Bangun Datar

Dua bangun datar yang mempunyai bentuk yang sama disebut sebangun. Tidak perlu ukurannya sama, tetapi sisi-sisi yang bersesuaian sebanding (*proportional*) dan sudut-sudut yang bersesuaian sama besar. Perubahan bangun satu menjadi bangun lain yang sebangun melibatkan perbesaran atau pengecilan.

Dengan kata lain dua bangun dikatakan sebangun jika memenuhi syarat:

(i) perbandingan panjang sisi yang bersesuaian senilai

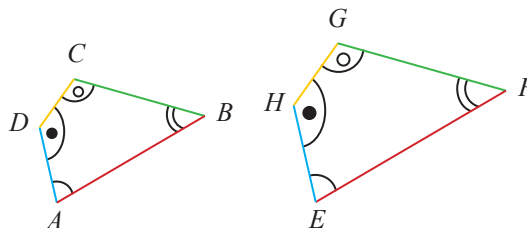
$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{AD}{EH}$$

(ii) sudut yang bersesuaian besarnya sama

$m\angle A = m\angle E$

$m\angle B = m\angle F$

$m\angle C = m\angle G$

$m\angle D = m\angle H$

Jika bangun ABC dan DEF memenuhi kedua syarat tersebut, maka bangun $ABCD$ dan $EFGH$ sebangun, dinotasikan dengan $ABCD \sim EFGH$.

Jika bangun ABC dan DEF tidak memenuhi kedua syarat tersebut maka bangun $ABCD$ dan $EFGH$ tidak sebangun, dinotasikan dengan $ABCD \nsim$ EFGH.

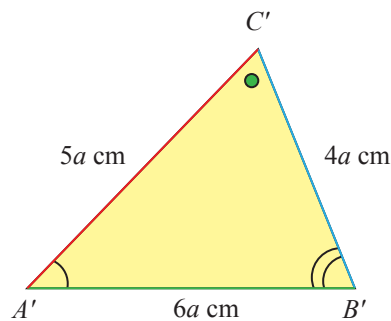
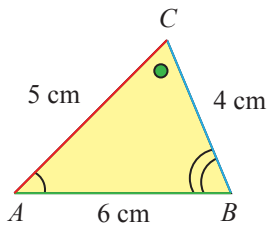
Catatan:

Ketika menyatakan dua bangun sebangun sebaiknya dinyatakan berdasarkan titik-titik sudut yang bersesuaian dan berurutan, contohnya:

Materi Esensi 4.4 Kesebangunan Dua Segitiga

Dua segitiga dikatakan sebangun jika hanya jika memenuhi syarat berikut ini.

(i) Perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian senilai.

(ii) Besar sudut-sudut yang bersesuaian sama.

(i) Perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian senilai

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC} = a$$

(ii) Besar sudut-sudut yang bersesuaian sama

$m\angle A = m\angle A'$

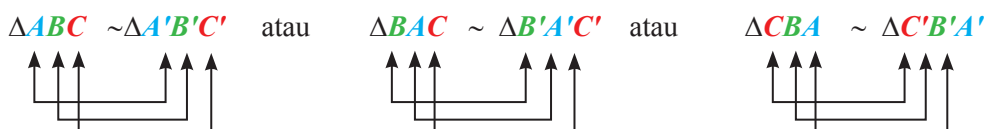
$m\angle B = m\angle B'$

$m\angle C = m\angle C'$

Jika ΔABC dan ΔDEF memenuhi syarat tersebut, maka ΔABC dan $\Delta A'B'C'$ sebangun, dinotasikan dengan $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$.

Jika ΔABC dan ΔDEF tidak memenuhi syarat tersebut maka maka ΔABC dan ΔDEF tidak sebangun, dinotasikan dengan $\Delta ABC \nsim \Delta A'B'C'$.

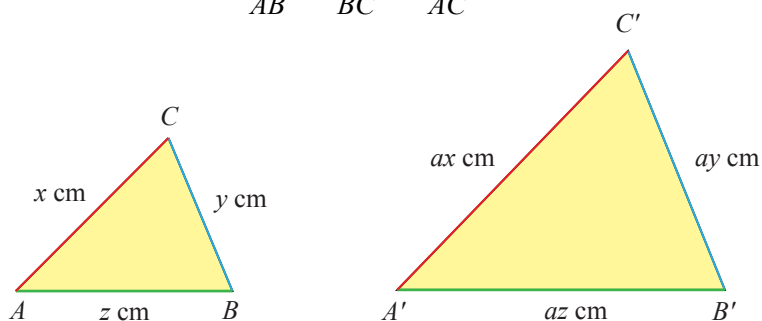
Catatan:

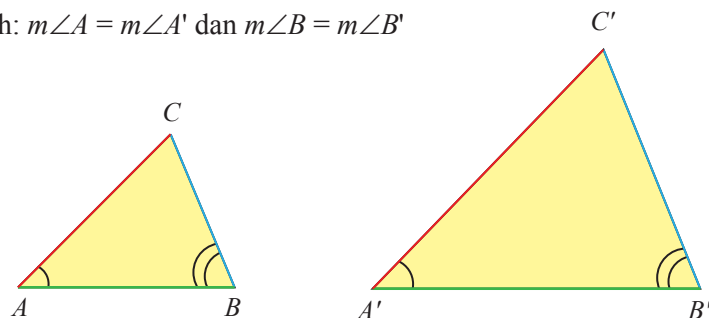
Ketika menyatakan dua segitiga sebangun sebaiknya berdasarkan titik-titik sudut yang bersesuaian dan berurutan, contohnya:

bukan $\Delta ABC \cong \Delta B'C'A'$ atau $\Delta ABC \cong \Delta C'A'B'$ atau yang lainnya.

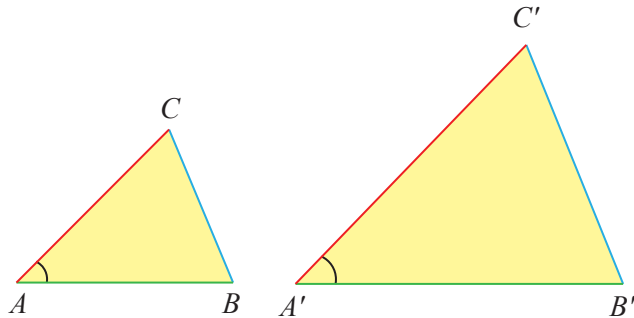
Syarat Dua Segitiga Sebangun

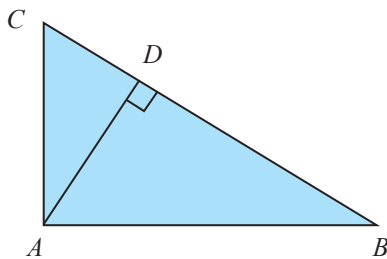
Untuk lebih sederhana, berdasarkan Kegiatan 2, dua segitiga dikatakan sebangun (misal: $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$), jika memenuhi salah satu kondisi berikut ini.

1. Perbandingannya ketiga pasangan sisi yang bersesuaian sama, yaitu:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC} = a$$

2. Dua pasang sudut yang bersesuaian sama besar.

   Contoh: $m\angle A = m\angle A'$ dan $m\angle B = m\angle B'$

3. Perbandingan dua pasang sisi yang bersesuaian sama dan sudut yang diapitnya sama besar.

   Contoh:

Kesebangunan Khusus dalam Segitiga Siku-Siku

Perhatikan gambar. Berdasarkan Kegiatan 3, dengan memperhatikan bahwa $\Delta ABC \sim \Delta DBA$, $\Delta ABC \sim \Delta DAC$, dan $\Delta DBA \sim \Delta DAC$, diperoleh:

$$AB^2 = BD \times BC$$
$$AC^2 = CD \times CB$$
$$AD^2 = DB \times DC$$

F. Kegiatan Pembelajaran

Guru dapat menerapkan pembelajaran *Inquiry*, *Discovery Learning*, atau pun *Problem Based Learning* (PBL) dan pembelajaran kooperatif yang prosesnya berbasis pendekatan scientific dan pendekatan kontekstual pada pembelajaran Bab Kekongruenan dan Kesebangunan ini. Dalam pembelajaran guru sangat diharapkan selalu menginternalisasi nilai-nilai spiritual dan nilai-nilai moral dan sikap yang positif. Misalkan, ketika menjumpai Kegiatan, Contoh Soal, Gambar dan Latihan Soal dan lain-lain dalam Buku Siswa Matematika yang bisa diarahkan untuk menginternalisasi nilai-nilai tersebut, diharapkan guru mampu mengimprovisasi pembelajaran sehingga lebih bermakna, misalnya dengan diarahkan pada kesadaran kebesaran Tuhan dan nilai-nilai moral dan sikap yang baik.

PEMBELAJARAN SUB BAB 4.1 dan 4.2

Pertemuan 1

Kegiatan Pendahuluan (15 menit)

Guru memulai pembelajaran dengan:

1. Mengucapkan salam, dan berdoa dipimpin oleh guru/ketua kelas (nilai-nilai religius).
2. Mengecek kehadiran siswa. Bila ada siswa yang sakit didoakan supaya lekas sembuh, dan mengajak siswa bersama mensyukuri nikmat Tuhan berupa kesehatan dan lain-lain.
3. Menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran.
4. Memotivasi peserta dengan menyampaikan secara singkat manfaat mempelajari materi Kekongruenan dan Kesebangunan.
5. Menginformasikan tujuan yang akan dicapai selama pembelajaran.
6. Guru menginformasikan kepada siswa bahwa akan ada tugas proyek. Deskripsi tugas proyek sebagai berikut.
    a. Siswa dikelompokan menjadi beberapa kelompok (minimal 4 kelompok).
    b. Setiap kelompok diberikan minimal salah satu dari tugas proyek.
    c. Waktu yang diberikan untuk menyelesaikan proyek kurang lebih 1 atau 2 pekan.
    d. Hasil pengerjaan proyek ini dipresentasikan di akhir pertemuan bab 4, sebelum Ulangan Harian.

    Nb:

    - *Mekanisme pembagian tugas proyek bisa diatur bersama antara guru dan siswa.*
    - *Jika kondisi siswa dan waktu memungkinkan maka setiap kelompok bisa mengerjakan lebih dari 2 tugas proyek di bawah ini.*
7. Guru memberi kesempatan bertanya pada siswa jika ada hal-hal yang kurang dimengerti mengenai tugas proyek.
8. Guru menginformasikan tujuan yang akan dicapai selama pembelajaran yaitu:
    a. Siswa dapat mengidentifikasi dua benda/bangun kongruen atau tidak, jika diberikan beberapa gambar atau bangun datar.
    b. Siswa dapat menjelaskan syarat-syarat/sifat-sifat dua bangun segi banyak yang kongruen, jika diberikan gambar dua bangun segi banyak yang kongruen.
9. Keingintahuan siswa mengenai manfaat mempelajari kekongruenan dibangkitkan melalui pemberian contoh peristiwa sehari-hari yang berkaitan dengan materi ini.

Contohnya:

"Diandra mempunyai dua foto yang berukuran sama. Satu foto sudah terpasang di dinding rumah lengkap dengan piguranya sementara satu foto lagi belum terpasang karena belum ada piguranya. Diandra berencana membuat sendiri pigura untuk membingkai foto miliknya. Bagaimana Diandra menentukan ukuran pigura yang akan dibuat?"

10. Siswa diorganisasikan ke dalam kelompok-kelompok kecil yang terdiri dari 3-4 orang siswa yang heterogen.

Kegiatan Inti (60 menit)

Mengamati

1. Siswa mengamati gambar berbagai benda yang ada dalam kegiatan 1 (buku siswa halaman 202-203 (gambar 4.1 - 4.5)).

Menanya

2. Menanyakan kepada siswa mengapa dua bangun atau lebih dikatakan kongruen (berdasarkan gambar 4.1-4.5).

Mengeksplorasi

3. Siswa berdiskusi, bekerja berkelompok untuk mencermati dan menyelesaikan permasalahan yang ada pada kegiatan 2 (buku siswa halaman 204-205) terkait menemukan konsep dua bangun kongruen.
4. Siswa berdiskusi bekerja kelompok melakukan eksplorasi kegiatan 3 yaitu mendapatkan dua bangun kongruen dengan translasi dan kegiatan 4 yaitu mendapatkan dua bangun dengan rotasi serta kegiatan 5 yaitu syarat dua bangun segi banyak (polygon) kongruen. (buku siswa halaman 207-208).

Mengasosiasi

5. Berdasar pemecahan masalah dan eksplorasi pada kegiatan 3, 4, dan 5 siswa menyimpulkan konsep kongruensi dua bangun.

Mengomunikasi

6. Salah satu anggota kelompok mempresentasikan hasil diskusi kegiatan sebelumnya.
7. Siswa memberikan tanggapan hasil presentasi meliputi tanya jawab untuk mengonfirmasi, melengkapi informasi, ataupun tanggapan lainnya.

Kegiatan Penutup (5 menit)

1. Siswa membuat kesimpulan mengenai pembelajaran hari ini, guru sebagai fasilitator.
2. Setiap kelompok diberikan perolehan penghargaan berkaitan dengan aktivitas kelompok.
3. Kesan dan respon siswa terhadap pembelajaran yang baru dialami serta tanggapan guru terhadap respon dan kesan siswa.
4. Guru memberi PR latihan 4.1.
5. Guru menginformasikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan berikutnya yaitu kekongruenan dua segitiga dan meminta siswa untuk mempelajarinya terlebih dahulu.

Pertemuan 2

Kegiatan Pendahuluan (10 menit)

1. Guru mengucapkan salam dan dilanjutkan berdoa dipimpin oleh guru/ketua kelas (nilai-nilai religius).
2. Guru mengecek kehadiran siswa. Bila ada siswa yang sakit didoakan supaya lekas sembuh, dan mengajak siswa bersama mensyukuri nikmat Tuhan berupa kesehatan dan lain-lain.
3. Guru menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran.
4. Siswa diberi kesempatan untuk bertanya tentang kesulitan-kesulitan yang dialami ketika mengerjakan PR pada pertemuan sebelumnya.
5. Guru menginformasikan tujuan yang akan dicapai selama pembelajaran yaitu: Menguji dan membuktikan dua segitiga kongruen atau tidak, jika diberikan gambar dua segitiga kongruen beserta beberapa informasi mengenai panjang sisi atau besar sudutnya.
6. Melalui tanya jawab, siswa diminta menghubungkan pengetahuan yang akan dipelajarai dengan pengetahuan sebelumnya.

   Contoh pertanyaan guru:

   "Pertemuan sebelumnya kalian telah mempelajari mengenai kekongruenan dua bangun. Masih ingatkah kalian syarat-syarat/sifat-sifat dua bangun segi banyak yang kongruen? Coba sebutkan!"

7. Sebelum pelaksanaan diskusi kelompok, siswa diberi kesempatan untuk membuat catatan dikertas.
8. Siswa diorganisasikan ke dalam kelompok-kelompok kecil yang terdiri dari 3-4 orang siswa yang heterogen.

Kegiatan Inti (100 menit)

Mengamati

1. Guru mengingatkan kembali siswa materi sebelumnya sebagai berikut. "Berdasarkan Subbab 4.1, dua bangun segi banyak dikatakan kongruen jika panjang sisi-sisi yang bersesuaian adalah sama dan besar sudut-sudut yang bersesuaian adalah sama. Sehingga, dua segitiga kongruen yaitu jika ketiga pasang sisi yang bersesuaian sama panjang dan ketiga pasang sudut yang bersesuaian sama besar."
2. Kemudian siswa diminta mengamati gambar berikut.

Menanya

3. Menanyakan kepada siswa, "Apakah perlu untuk menguji keenam pasang unsur tersebut untuk menentukan ΔABC dan ΔDEF kongruen atau tidak? Atau ada alternatif lain untuk menguji kekongruenan dua segitiga?"

Mengeksplorasi

4. Siswa berdiskusi bekerja kelompok melakukan eksplorasi kegiatan 1 yaitu menguji kekongruenan segitiga dengan kriteria sisi-sisi-sisi, kegiatan 2 yaitu menguji kekongruenan segitiga dengan kriteria sisi-sudut-sisi, kegiatan 3 yaitu menguji kekongruenan segitiga dengan sudut-sisi-sudut, dan kegiatan 4 yaitu menguji kekongruenan segitiga dengan kriteria sisi-sudut-sudut.

   Nb:

   Jika selang waktu tidak cukup, guru dapat membagi masing-masing kelompok melakukan satu kegiatan

Mengasosiasi

5. Berdasarkan eksplorasi pada kegiatan 1, 2, 3, dan 4 siswa menyimpulkan konsep kongruensi dua segitiga.

Mengomunikasi

6. Masing-masing perwakilan kelompok untuk setiap kegiatan mempresentasikan hasil diskusi kegiatan sebelumnya di depan kelas.

   Siswa memberikan tanggapan hasil presentasi meliputi tanya jawab untuk mengkonfirmasi, melengkapi informasi, ataupun tanggapan lainnya.

Kegiatan Penutup (10 menit)

1. Siswa membuat kesimpulan mengenai pembelajaran hari ini, guru sebagai fasilitator.
2. Setiap kelompok diberikan perolehan penghargaan berkaitan dengan aktivitas kelompok.
3. Kesan dan respon siswa terhadap pembelajaran yang baru dialami serta tanggapan guru terhadap respon dan kesan siswa.
4. Guru memberi PR latihan 4.2.
5. Guru menginformasikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan berikutnya yaitu menentukan panjang sisi atau besar sudut yang belum diketahui dari dua bangun segi banyak yang kongruen dan meminta siswa untuk mempelajarinya terlebih dahulu.

Pertemuan 3

Kegiatan Pendahuluan (10 menit)

1. Guru mengucapkan salam dan dilanjutkan berdoa dipimpin oleh guru/ketua kelas (nilai-nilai religius).
2. Guru mengecek kehadiran siswa. Bila ada siswa yang sakit didoakan supaya lekas sembuh, dan mengajak siswa bersama mensyukuri nikmat Tuhan berupa kesehatan dan lain-lain.
3. Guru menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran.
4. Siswa diberi kesempatan untuk bertanya tentang kesulitan-kesulitan yang dialami ketika mengerjakan PR pada pertemuan sebelumnya.
5. Guru menginformasikan tujuan yang akan dicapai selama pembelajaran yaitu:

- Menentukan panjang sisi atau besar sudut yang belum diketahui dari dua bangun segi banyak yang kongruen, jika diberikan gambar dua bangun/ lebih segi banyak kongruen beserta beberapa informasi mengenai panjang sisi atau besar sudutnya.
- Menyelesaikan masalah sehari-hari berdasarkan hasil pengamatan yang terkait penerapan konsep kekongruenan bangun datar segi banyak, jika diberikan permasalahan terkait.

6. Melalui tanya jawab, siswa diminta menghubungkan pengetahuan yang akan dipelajari dengan pengetahuan sebelumnya.

   Contoh pertanyaan guru:

   “Pertemuan sebelumnya kalian telah mempelajari mengenai kekongruenan dua segitiga. Masih ingatkah kalian bagaimana membuktikan dua segitiga kongruen? Coba sebutkan kriteria apa saja yang bisa digunakan untuk membuktikan dua segitiga kongruen!”
7. Sebelum pelaksanaan diskusi kelompok, siswa diberi kesempatan untuk membuat catatan di kertas.
8. Siswa diorganisasikan ke dalam kelompok-kelompok kecil yang terdiri dari 3-4 orang siswa yang heterogen.

Kegiatan Inti (100 menit)

Mengamati

1. Siswa diminta mengamati contoh 3 yaitu menentukan panjang sisi dan besar sudut yang belum diketahui (buku siswa halaman 210).

Menanya

2. Siswa diberi kesempatan bertanya jika ada hal-hal yang kurang dipahami pada contoh 3.

Mengeksplorasi

3. Siswa berdiskusi bekerja kelompok melakukan eksplorasi contoh 3 dengan mengisi bagian-bagian yang kosong atau bagian-bagian yang belum terjawab pada contoh 3.
4. Siswa berdiskusi bekerja kelompok menyelesaikan permasalahan pada latihan 4.1 no. 7, 8, 9 (buku siswa halaman 214).

Mengasosiasi

5. Berdasarkan eksplorasi pada contoh 3, latihan 4.1 no. 7, 8, dan 9, siswa menyimpulkan cara menentukan panjang sisi atau besar sudut yang belum diketahui dari dua bangun segi banyak yang kongruen, jika diberikan gambar dua bangun/lebih segi banyak kongruen beserta beberapa informasi mengenai panjang sisi atau besar sudutnya.

Mengomunikasi

6. Masing-masing perwakilan kelompok untuk setiap kegiatan mempresentasikan hasil diskusi kegiatan sebelumnya di depan kelas.
7. Siswa memberikan tanggapan hasil presentasi meliputi tanya jawab untuk mengkonfirmasi, melengkapi informasi, ataupun tanggapan lainnya.

Kegiatan Penutup (10 menit)

1. Siswa membuat kesimpulan mengenai pembelajaran hari ini, guru sebagai fasilitator.
2. Setiap kelompok diberikan perolehan penghargaan berkaitan dengan aktivitas kelompok.
3. Kesan dan respon siswa terhadap pembelajaran yang baru dialami serta tanggapan guru terhadap respon dan kesan siswa.
4. Guru menginformasikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan berikutnya yaitu menentukan kesebangunan dan meminta siswa untuk mempelajarinya terlebih dahulu.

PEMBELAJARAN SUB BAB 4.3 dan 4.4

Pertemuan 4

Kegiatan Pendahuluan (10 menit)

1. Mengucapkan salam dan berdoa dipimpin oleh guru/ketua kelas (nilai-nilai religius).
2. Mengecek kehadiran siswa. Bila ada siswa yang sakit didoakan supaya lekas sembuh, dan mengajak siswa bersama mensyukuri nikmat Tuhan berupa kesehatan dan lain-lain.

3. Guru menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran.
4. Siswa mengamati pas foto berbagai ukuran yang sudah mereka siapkan.
5. Guru memotivasi siswa dengan bertanya: Bagaimana kamu dapat mengidentifikasi dua bangun atau lebih sebangun?
6. Siswa diberi permasalahan yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari yang terkait dengan konsep kesebangunan bangun datar seperti berikut:

   Optical zoom atau perbesaran optik sering dijumpai pada kamera. Fasilitas *optical zoom* pada kamera berfungsi untuk memperbesar tampilan gambar. Jika gambar diperbesar dua kali disebut 2× *zoom*. Kata *optical* berarti menggunakan lensa kamera bukan menggunakan sistem digital. Misalkan telepon genggam Ayah memiliki 2× *optical zoom* sedangkan telepon genggam Ibu memiliki 4× *optical zoom*. Gambar bunga krisan di samping ukuran gambar awalnya adalah 1,6 cm × 1,4 cm. Gambar orang main ski di samping Jika ukuran gambar awalnya adalah 1,9 cm × 1,2 cm.

   a. Berapakah ukuran gambar bunga krisan dan gambar orang main ski pada kamera telepon genggam ayah?
   b. Berapakah ukuran gambar bunga krisan dan gambar orang main ski pada kamera telepon genggam ibu?
7. Guru menegaskan tujuan yang akan dipelajari hari ini.
8. Guru menyampaikan cakupan materi dan penjelasan uraian kegiatan sesuai rencana.
9. Peseta didik diorganisasikan ke dalam kelompok-kelompok kecil yang terdiri dari 3-4 orang siswa yang heterogen.

Kegiatan Inti (100 menit)

Mengamati

1. Siswa mengamati gambar pada buku siswa terkait *optical zoom* (Subbab 4.3 Kegiatan 2).

Menanya

2. Siswa menanyakan cara untuk menentukan ukuran gambar setelah mengalami perbesaran 2× dan 4× *zoom* dari masalah yang disajikan.

Mengeksplorasi

3. Siswa berdiskusi bekerja berkelompok untuk mencermati permasalahan terkait konsep kesebangunan untuk menyelesaikan masalah tentang *optical zoom* pada buku siswa.

4. Siswa berdiskusi bekerja kelompok melakukan eksplorasi kegiatan mengukur panjang sisi dan besar sudut dua gambar bangun segi empat yang sebangun Subbab 4.3 Kegiatan 3.
5. Siswa menggali informasi dari berbagai sumber (buku, internet, dan lain-lain) tentang kesebangunan bangun datar dan menentukan sisi-sisi dan sudut-sudut yang bersesuaian beserta ukuran-ukurannya.

Mengasosiasi

6. Berdasar pemecahan masalah dan eksplorasi tersebut, siswa menyimpulkan syarat-syarat dua bangun segi banyak (poligon) yang sebangun.

Mengomunikasi

7. Salah satu kelompok mempresentasikan hasil diskusi kegiatan sebelumnya dan hasil pemecahan masalah *optical zoom*.

   Siswa memberikan tanggapan hasil presentasi meliputi tanya jawab untuk mengkonfirmasi, melengkapi informasi, ataupun tanggapan lainnya.

Kegiatan Penutup (10 menit)

1. Siswa bersama-sama dengan guru membuat kesimpulan mengenai konsep kesebangunan bangun datar dan syarat-syarat dua bangun segi banyak (poligon) sebangun serta solusi dari masalah yang disajikan pada awal pembelajaran.
2. Setiap kelompok diberikan perolehan penghargaan berkaitan dengan aktivitas kelompok.
3. Guru memberikan penguatan dan konfirmasi terhadap temuan siswa tentang konsep kesebangunan dan syarat-syarat dua bangun segi banyak (poligon) sebangun.

Pertemuan 5

Kegiatan Pendahuluan (10 menit)

1. Mengucapkan salam dan berdoa dipimpin oleh guru/ketua kelas (nilai-nilai religius).
2. Mengecek kehadiran siswa. Bila ada siswa yang sakit didoakan supaya lekas sembuh, dan mengajak siswa bersama mensyukuri nikmat Tuhan berupa kesehatan dan lain-lain.

3. Guru menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran.
4. Siswa mengamati permasalahan-permasalahan sehari-hari terkait kesebangunan bangun datar (Latihan 4.3).
5. Guru memotivasi siswa dengan bertanya: Bagaimana kamu dapat menyelesaikan masalah-masalah tersebut? Konsep apa yang dapat digunakan?
6. Siswa diberi beberapa permasalahan yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari yang terkait dengan konsep kesebangunan bangun datar seperti satu contoh berikut.

   Wina mempunyai usaha konveksi. Untuk mengetahui bahan kain yang dibutuhkan, sebelum memproduksi dalam jumlah besar ia membuat sampel baju ukuran kecil dengan skala ¼ terhadap ukuran sebenarnya. Ternyata satu sampel tersebut membutuhkan kain sekitar 0,25 m^2. Berapa luas kain yang dibutuhkan jika ia mendapat pesanan untuk memproduksi baju tersebut sebanyak 1.000 baju?
7. Guru menegaskan tujuan yang akan dipelajari hari ini.
8. Guru menyampaikan cakupan materi dan penjelasan uraian kegiatan sesuai rencana.
9. Peserta didik diorganisasikan ke dalam kelompok-kelompok kecil yang terdiri dari 3–4 orang siswa yang heterogen.

Kegiatan Inti (70 menit)

Mengamati

1. Siswa mengamati permasalahan-permasalahan sehari-hari terkait kesebangunan bangun datar.

Menanya

2. Siswa menanyakan cara dan konsep yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan tersebut.

Mengeksplorasi

3. Siswa berdiskusi bekerja berkelompok untuk mencermati permasalahan terkait konsep kesebangunan bangun datar untuk menyelesaikan masalah pada buku siswa tersebut.

4. Siswa menggali informasi dari berbagai sumber (buku, internet, dan lain-lain) tentang kesebangunan bangun datar dan menentukan sisi-sisi dan sudut-sudut yang bersesuaian beserta ukuran-ukurannya dan pemecahan masalah terkait kesebangunan bangun datar.

Mengasosiasi

5. Berdasar pemecahan masalah dan eksplorasi tersebut, siswa menyimpulkan mengenai berbagai masalah dalam kehidupan sehari-hari terkait kesebangunan bangun datar dan solusi dari masalah-masalah yang disajikan.

Mengomunikasi

6. Salah satu kelompok mempresentasikan hasil diskusi kegiatan sebelumnya dan hasil pemecahan masalah-masalah yang disajikan.

   Siswa memberikan tanggapan hasil presentasi meliputi tanya jawab untuk mengkonfirmasi, melengkapi informasi, ataupun tanggapan lainnya.

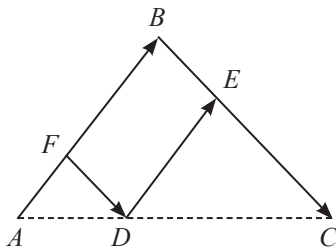
Kegiatan Penutup (10 menit)

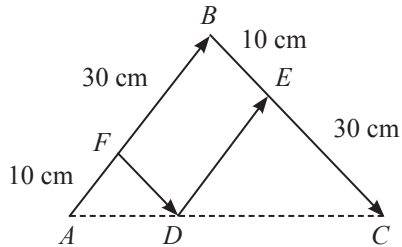
1. Siswa bersama-sama dengan guru membuat kesimpulan mengenai berbagai masalah terkait konsep kesebangunan bangun datar, cara pemecahan masalah, dan solusi dari masalah-masalah yang disajikan.
2. Setiap kelompok diberikan perolehan penghargaan berkaitan dengan aktivitas kelompok.
3. Guru memberikan penguatan dan konfirmasi terhadap temuan siswa tentang berbagai masalah terkait konsep kesebangunan bangun datar dan cara pemecahan masalahnya.

Pertemuan 6

Kegiatan Pendahuluan (10 menit)

1. Mengucapkan salam dan berdoa dipimpin oleh guru/ketua kelas (nilai-nilai religius).
2. Mengecek kehadiran siswa. Bila ada siswa yang sakit didoakan supaya lekas sembuh, dan mengajak siswa bersama mensyukuri nikmat Tuhan berupa kesehatan dan lain-lain.

3. Guru menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran.
4. Siswa mengamati gambar pantograf pada Subbab 4.4 Kegiatan 1.
5. Guru memotivasi siswa dengan bertanya: Tahukah kamu, pada saat teknologi mesin fotokopi, kamera, dan komputer belum ditemukan bagaimana cara manusia menduplikat, memperbesar, atau memperkecil suatu gambar?
6. Siswa diberi permasalahan yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari yang terkait dengan konsep kesebangunan segitiga seperti berikut.

Pada gambar di samping titik tetapnya adalah A dan gambar aslinya adalah D. Pensil gambar salinan berada pada titik C. Lengan AB dan BC sama panjang. FD selalu sejajar dengan BC dan AB selalu sejajar dengan DE.

Apakah sudut-sudut yang bersesuaian sama besar?

Misalkan dibuat rancangan pantograf berukuran AF = 10 cm, FB = 30 cm, EC = 30 cm, BE = 10 cm, AD = 14 cm, dan DC = 42 cm.

Berapa panjang DE dan FD?

Berapa skala perbesaran pada pantograf tersebut?

Apakah $\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AF} = \frac{BC}{FD}$?

Berapa skala perbesaran pantograf tersebut?

Gambar yang dihasilkan nanti berapa kali ukuran gambar aslinya?

7. Guru menegaskan tujuan yang akan dipelajari hari ini.
8. Guru menyampaikan cakupan materi dan penjelasan uraian kegiatan sesuai rencana.

9. Peseta didik diorganisasikan ke dalam kelompok-kelompok kecil yang terdiri dari 3-4 orang siswa yang heterogen.

Kegiatan Inti (100 menit)

Mengamati

1. Siswa mengamati gambar pada buku siswa terkait pantograf pada Subbab 4.4 Kegiatan 1.

Menanya

2. Siswa menanyakan cara menunjukkan sudut-sudut yang bersesuaian apakah sama besar, cara menentukan skala perbesaran pantograf, dan hasil perbesarannya.

Mengeksplorasi

3. Siswa berdiskusi bekerja berkelompok untuk mencermati permasalahan terkait konsep kesebangunan segitiga untuk menyelesaikan masalah tentang pantograf pada buku siswa.
4. Siswa berdiskusi bekerja kelompok melakukan eksplorasi kegiatan menemukan syarat dua segitiga sebangun yang ada pada Subbab 4.4 Kegiatan 2 dan kesebangunan khusus pada segitiga siku-siku pada Subbab 4.4 Kegiatan 3.
5. Siswa menggali informasi dari berbagai sumber (buku, internet, dan lain-lain) tentang syarat dua segitiga sebangun dan kesebangunan khusus pada segitiga siku-siku.
6. Dengan bimbingan guru, siswa berdiskusi cara membuktikan dua segitiga sebangun dan menghitung panjang sisi dan besar sudut yang belum diketahui dari dua segitiga yang sebangun.

Mengasosiasi

7. Berdasar pemecahan masalah dan eksplorasi tersebut, syarat dua segitiga sebangun dan kesebangunan khusus pada segitiga siku-siku, serta cara membuktikan dua segitiga sebangun dan menghitung panjang sisi dan besar sudut yang belum diketahui dari dua segitiga yang sebangun.

Mengomunikasi

8. Salah satu kelompok mempresentasikan hasil diskusi kegiatan sebelumnya dan hasil pemecahan masalah pantograf.

9. Siswa memberikan tanggapan hasil presentasi meliputi tanya jawab untuk mengkonfirmasi, melengkapi informasi, ataupun tanggapan lainnya.

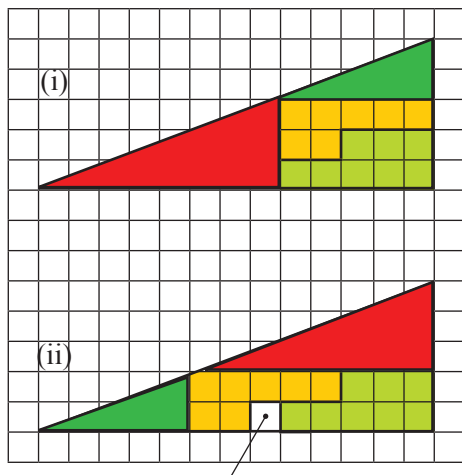
Kegiatan Penutup (10 menit)

1. Siswa bersama-sama dengan guru membuat kesimpulan mengenai syarat dua segitiga sebangun dan kesebangunan khusus pada segitiga siku-siku, serta cara membuktikan dua segitiga sebangun dan menghitung panjang sisi dan besar sudut yang belum diketahui dari dua segitiga yang sebangun.
2. Setiap kelompok diberikan perolehan penghargaan berkaitan dengan aktivitas kelompok.
3. Guru memberikan penguatan dan konfirmasi terhadap temuan siswa tentang konsep kesebangunan segitiga dan cara membuktikan dua segitiga sebangun dan menghitung panjang sisi serta besar sudut yang belum diketahui dari dua segitiga yang sebangun.

Pertemuan 7

Kegiatan Pendahuluan (10 menit)

1. Mengucapkan salam dan berdoa dipimpin oleh guru/ketua kelas (nilai-nilai religius).
2. Mengecek kehadiran siswa. Bila ada siswa yang sakit didoakan supaya lekas sembuh, dan mengajak siswa bersama mensyukuri nikmat Tuhan berupa kesehatan dan lain-lain.
3. Guru menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran.
4. Siswa mengamati permasalahan-permasalahan sehari-hari terkait kesebangunan segitiga yang ada pada Subbab 4.4 Contoh 3.
5. Guru memotivasi siswa dengan bertanya: Bagaimana kamu dapat menyelesaikan masalah-masalah tersebut? Konsep apa yang dapat digunakan?
6. Siswa diberi beberapa permasalahan yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari yang terkait dengan konsep kesebangunan segitiga seperti satu contoh berikut.

7. Perhatikan gambar berikut! Jelaskan di manakah letak kesalahannya?

Jelaskan dari manakah lubang satu kotak ini berasal?

8. Guru menegaskan tujuan yang akan dipelajari hari ini.
9. Guru menyampaikan cakupan materi dan penjelasan uraian kegiatan sesuai rencana.
10. Peseta didik diorganisasikan ke dalam kelompok-kelompok kecil yang terdiri dari 3-4 orang siswa yang heterogen.

Kegiatan Inti (70 menit)

Mengamati

1. Siswa mengamati permasalahan-permasalahan sehari-hari terkait kesebangunan segitiga yang ada pada Latihan 4.4.

Menanya

2. Siswa menanyakan cara dan konsep yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan tersebut.

Mengeksplorasi

3. Siswa berdiskusi bekerja berkelompok untuk mencermati permasalahan terkait konsep kesebangunan segitiga untuk menyelesaikan masalah pada buku siswa tersebut.
4. Siswa menggali informasi dari berbagai sumber (buku, internet, dan lain-lain) tentang kesebangunan dua segitiga dan kesebangunan khusus pada segitiga

siku-siku serta menghitung panjang sisi dan besar sudut yang belum diketahui dari dua segitiga yang sebangun.

Mengasosiasi

5. Berdasar pemecahan masalah dan eksplorasi tersebut, siswa menyimpulkan mengenai berbagai masalah dalam kehidupan sehari-hari terkait kesebangunan segitiga dan solusi dari masalah-masalah yang disajikan.

Mengomunikasi

6. Salah satu kelompok mempresentasikan hasil diskusi kegiatan sebelumnya dan hasil pemecahan masalah-masalah yang disajikan.
7. Siswa memberikan tanggapan hasil presentasi meliputi tanya jawab untuk mengkonfirmasi, melengkapi informasi, ataupun tanggapan lainnya.

Kegiatan Penutup (10 menit)

1. Siswa bersama-sama dengan guru membuat kesimpulan mengenai berbagai masalah terkait konsep kesebangunan dua segitiga, cara pemecahan masalah, dan solusi dari masalah-masalah yang disajikan.
2. Setiap kelompok diberikan perolehan penghargaan berkaitan dengan aktivitas kelompok.
3. Guru memberikan penguatan dan konfirmasi terhadap temuan siswa tentang berbagai masalah terkait konsep kesebangunan segitiga dan cara pemecahan masalahnya.

G. Penilaian

1. Jenis/teknik penilaian: tes tertulis, pengamatan sikap, dan keterampilan.
2. Bentuk instrumen dan instrumen: lembar tes tertulis berbentuk essay dengan soal-soal yang dapat diambil di buku siswa atau dikembangkan oleh guru sendiri. **Sikap** dan **Keterampilan** siswa dapat dinilai oleh guru selama proses pembelajaran, dengan menggunakan format-format seperti dicontohkan pada buku guru ini atau dikembangkan sendiri oleh guru, disesuaikan dengan sikap dan keterampilan yang dinilai.

No.	KD	Indikator Pencapaian Kompetensi		Teknik Penilaian
1.	3.6	3.6.1	Mengidentifikasi dua benda/bangun kongruen atau tidak.	Tes Tulis
		3.6.2	Menjelaskan syarat-syarat dua bangun segi banyak yang kongruen.	Tes Tulis
		3.6.3	Menguji dan membuktikan dua segitiga kongruen atau tidak.	Tes Tulis
		3.6.4	Mengidentifikasi dua benda sebangun atau tidak.	Tes Tulis
		3.6.5	Menjelaskan syarat-syarat/sifat-sifat dua bangun segi banyak yang sebangun.	Tes Tulis
		3.6.6	Menguji dan membuktikan dua segitiga sebangun atau tidak.	Tes Tulis
2.	4.6	4.6.1	Menentukan panjang sisi atau besar sudut yang belum diketahui dari dua bangun segi banyak yang kongruen.	Tes Tulis
		4.6.2	Menyelesaikan masalah sehari-hari berdasarkan hasil pengamatan yang terkait penerapan konsep kekongruenan bangun datar segi banyak.	Tes Tulis dan Tes Unjuk Kerja
		4.6.3	Menentukan panjang sisi atau besar sudut yang belum diketahui dari dua bangun segi banyak yang sebangun.	Tes Tulis
		4.6.4	Menyelesaikan masalah sehari-hari berdasarkan hasil pengamatan yang terkait penerapan konsep kesebangunan bangun datar segi banyak.	Tes Tulis dan Tes Unjuk Kerja

H. Remidial dan Pengayaan

Pada akhir bab siswa diberi tes. Hasil tes dianalisis untuk mengetahui ketercapaian ketercapaian KKM, serta mengidentifkasi indikator-indikator mana yang belum dicapai siswa atau materi-materi yang belum dikuasai oleh siswa. Bagi siswa yang belum mencapai KKM diberi remidial yaitu mempelajari kembali materi yang belum dikuasai dengan dibimbing guru. Pelaksanaan remidial dapat dilakukan satu minggu setelah tes akhir bab dijadwalkan pada waktu tertentu misalnya setelah jam sekolah berakhir selama 60 menit.

Bagi siswa yang sudah memenuhi KKM namun masih belum memasuki bab berikutnya, maka diberi program pengayaan misalnya melalui program pemberian tugas yang menantang (*challenge*). Pelaksanaan program pengayaan dan remidial dapat dilaksanaan dalam waktu yang bersamaan ataupun tidak.

I. Interaksi dengan Orang Tua Siswa

Komunikasi dengan orang tua dapat menggunakan buku penghubung yang memfasilitasi komunikasi yang baik antara sekolah/guru dengan orang tua siswa. Buku penghubung ini juga bermanfaat membangun kerja sama pihak sekolah dengan orang tua dalam membantu keberhasilan siswa. Buku penghubung ini memuat hari/ tanggal, mata pelajaran, pokok bahasan/sub pokok bahasan, bentuk tugas, tanda tangan orang tua.

Contoh lembar Monitoring Orang Tua

Hari/ Tanggal	Mata Pelajaran	Materi/ Pokok Bahasan	Bentuk Tugas	Tanda Tangan Orang Tua	Tanda Tangan Guru

J. Kunci Jawaban

Latihan 4.1 **Bangun-Bangun yang Kongruen**

1. a - j, b - i, c - f, d - g, e - h
2. a - d - h, b - e - i, c - f - g
3. ada dua alternatif jawaban
   - pensil-pensil tersebut kongruen jika ternyata ukuran dan bentuknya sama.
   - pensil-pensil tersebut tidak kongruen jika ternyata ukuran dan bentuknya berbeda.
4. A – D – M, I – L, dan C – O
5.

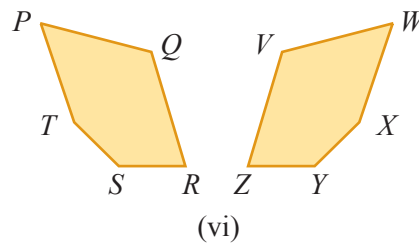
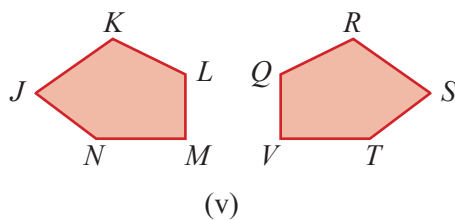
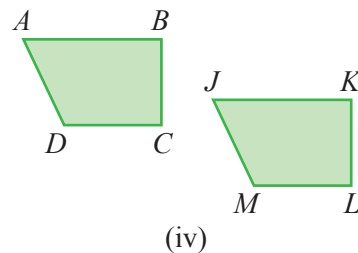
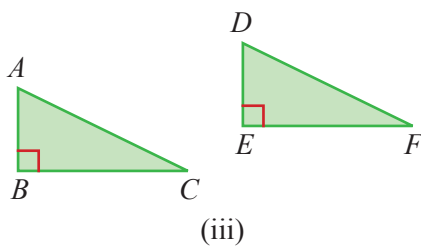
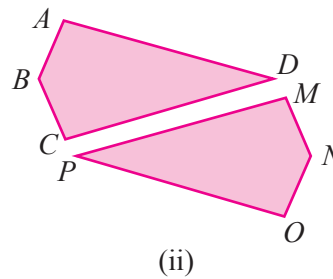
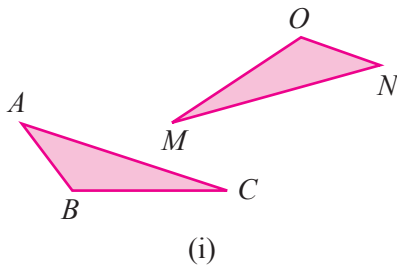
(i)

(ii)

(iii)

(iv)

(v)

(vi)

(i) Sisi-sisi yang bersesuaian: $AB = NO$, $BC = OM$, $AC = NM$

Sudut-sudut yang bersesuaian: $\angle A = \angle N$, $\angle B = \angle O$, $\angle C = \angle M$

(ii) Sisi-sisi yang bersesuaian: $AB = MN$, $BC = NO$, $CD = OP$, $DA = PM$

Sudut-sudut yang bersesuaian: $\angle A = \angle M$, $\angle B = \angle N$, $\angle C = \angle O$, $\angle D = \angle P$

(iii) Sisi-sisi yang bersesuaian: $AB = DE$, $BC = EF$, $AC = DF$

Sudut-sudut yang bersesuaian: $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$

(iv) Sisi-sisi yang bersesuaian: $AB = JK$, $BC = KL$, $CD = LM$, $DA = MJ$

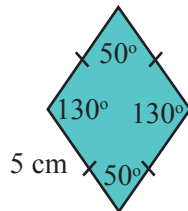
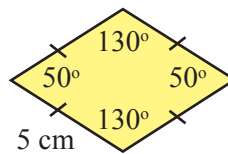
Sudut-sudut yang bersesuaian: $\angle A = \angle J$, $\angle B = \angle K$, $\angle C = \angle L$, $\angle D = \angle M$

(v) Sisi-sisi yang bersesuaian: $JK = SR$, $KL = RQ$, $LM = QV$, $MN = VT$, $NJ = TS$,

Sudut-sudut yang bersesuaian: $\angle J = \angle S$, $\angle K = \angle R$, $\angle L = \angle Q$, $\angle M = \angle V$, $\angle N = \angle T$

(vi) Sisi-sisi yang bersesuaian: $PQ = VW$, $QR = VZ$, $RS = ZY$, $ST = YX$, $TP = XW$

Sudut-sudut yang bersesuaian: $\angle P = \angle W$, $\angle Q = \angle V$, $\angle R = \angle Z$, $\angle S = \angle Y$, $\angle T = \angle X$

6. Gambar (a) dan (c) karena sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang dan sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

7. $EH = 15$ cm

8. $\angle u = 75^\circ$ dan $\angle v = 70^\circ$

9. a. Panjang $AB = JK$, $BC = KL$, $CD = LM$, $DE = MN$, $EA = NJ$

b. Besar $\angle A = \angle J$, $\angle B = \angle K$, $\angle C = \angle L$, $\angle D = \angle M$, $\angle E = \angle N$

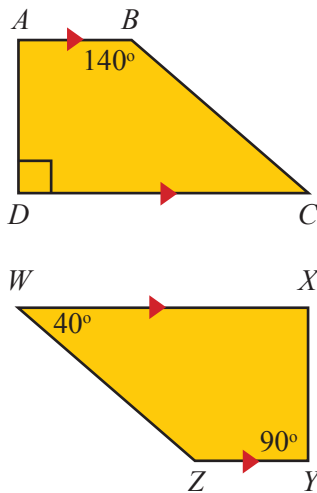
c. Panjang $KJ = 5$ m, $KL = 4$ m, $LM = 8$ m

d. Keliling $JKLMN =$ 26 m, luas $JKLMN =$ 44 m^2

10. **Alternatif Penyelesaian:** dua bangun itu tidak kongruen karena tidak sama bentuknya, gambar pertama persegi dan gambar kedua belah ketupat.

Atau

Dua bangun tersebut mempunyai empat sisi dan sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang, tetapi sudut-sudut yang bersesuaian tidak sama besar, jadi dua bangun tersebut tidak kongruen.

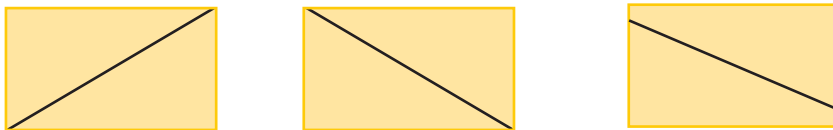
11.

Besar $\angle Z = 140^o$ (benar)

Besar $\angle C = 40^o$ (benar)

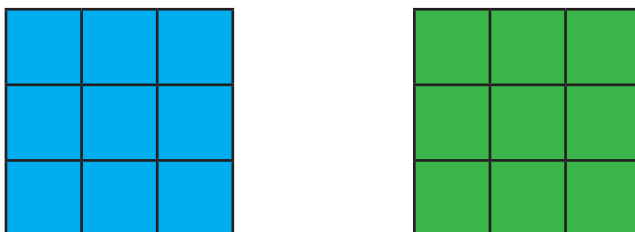
Sisi *WZ* bersesuaian dengan sisi *CB* (benar)

Keliling bangun *ABCD* sama dengan keliling *WXYZ* (benar)

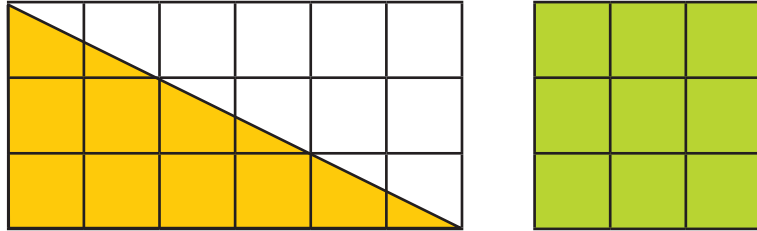
Luas bangun *ABCD* tidak sama dengan luas *WXYZ*
(salah)

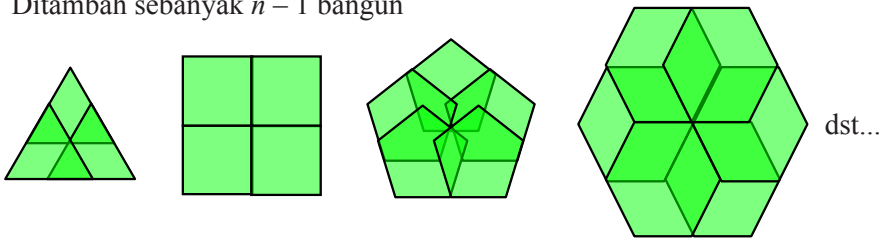
12.

13. Apakah luas dua bangun yang kongruen pasti sama? ya

Jelaskan dengan gambar/diagram untuk mendukung jawabanmu!

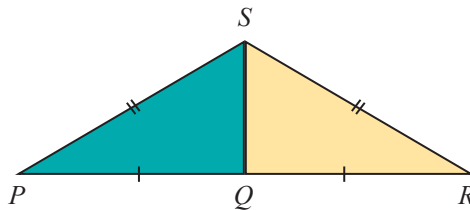
Contoh: dua persegi kongruen masing-masing dengan panjang sisi 3 cm, maka luas persegi masing-masing pasti sama yaitu 9 cm^2.

Apakah dua bangun dengan luas yang sama pasti kongruen? belum tentu

Jelaskan dengan gambar/diagram untuk mendukung jawabanmu!

Contoh:

luas segitiga dengan alas 6 cm dan tinggi 3 cm adalah 9 cm^2, luas persegi dengan panjang sisi 3 cm juga 9 cm^2 tetapi dua bangun tersebut tidak kongruen.

14. Ditambah sebanyak $n - 1$ bangun

Latihan 4.2 Kekongruenan Dua Segitiga

Selesaikan soal-soal berikut ini dengan benar dan sistematis.

1. Perhatikan gambar di bawah ini.

Buktikan bahwa ΔPQS dan ΔRQS kongruen.

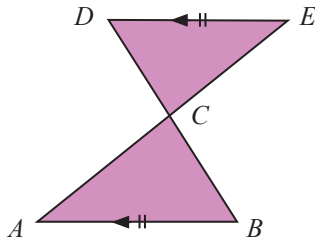
Penyelesaian:

$PQ = RQ$ (diketahui pada gambar)

QS (pada ΔPQS) = QS (pada ΔRQS) (berhimpit)

$PS = RS$ (diketahui pada gambar)

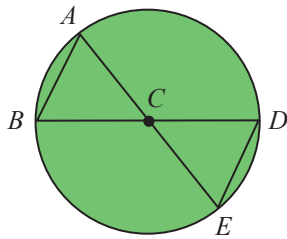
Jadi, ΔPQS dan ΔRQS kongruen berdasarkan kriteria sisi – sisi – sisi.

2. Perhatikan gambar di bawah ini.

Panjang $AB = DE$ dan $AB//DE$.

Buktikan bahwa ΔABC dan ΔEDC kongruen.

Petunjuk:

Buktikan dengan kriteria sudut – sisi – sudut atau dengan kriteria sisi – sudut – sudut.

3.

Titik C adalah titik pusat lingkaran. Tunjukkan bahwa dua segitiga pada gambar di samping adalah kongruen.

Penyelesaian:

$CA = CB$ = jari-jari lingkaran

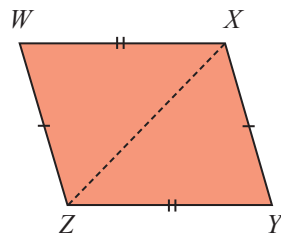
$m\angle ACB = m\angle ECD$ (bertolak belakang)

$CD = CE$ = jari-jari lingkaran

Jadi, ΔACB dan ΔECD kongruen berdasarkan kriteria sisi – sudut – sisi.

4. Bangun $WXYZ$ adalah segi empat dengan sisi-sisi yang berhadapan panjangnya sama. XZ adalah salah satu diagonalnya.

a. Buktikan bahwa $\Delta WXZ \cong \Delta ZYX$.

b. Tunjukkan bahwa $WXYZ$ adalah jajargenjang.

Petunjuk:

a. Buktikan dengan kriteria sisi – sisi – sisi.

b. Gunakan kekongruenan ΔWXZ dan ΔZYX

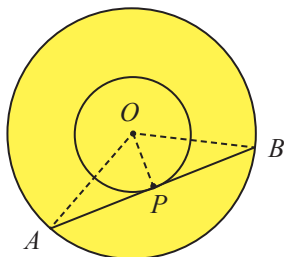
karena $\Delta WXZ \cong \Delta ZYX$ (berdasarkan kriteria sisi – sisi – sisi)

berarti $m\angle WXZ = m\angle YZX$, $m\angle WZX = m\angle YXZ$ $\}$ $m\angle ZWX = m\angle XYZ$ ..... (i)

$m\angle XWZ = m\angle ZYX$ ..... (ii)

Pada gambar diketahui $WX = YZ$ dan $WZ = YX$ ..... (iii)

Berdasarkan (i), (ii), dan (iii) berarti $WXYZ$ adalah jajargenjang.

5. Perhatikan gambar di bawah ini.

Titik O adalah pusat lingkaran dalam dan lingkaran luar. AB adalah garis singgung dan titik P adalah titik singgung pada lingkaran kecil.

Dengan menggunakan kekongruenan segitiga, tunjukkan bahwa titik P adalah titik tengah AB.

Penyelesaian:

ΔAOB adalah segitiga sama kaki dengan $OA = OB$ (jari-jari lingkaran)

sehingga $m\angle OAB = m\angle OBA$ atau $m\angle OAP = m\angle OBP$.

P adalah titik singgung pada lingkaran kecil, maka OP tegak lurus dengan AB

Lihat ΔOAP dan ΔOBP

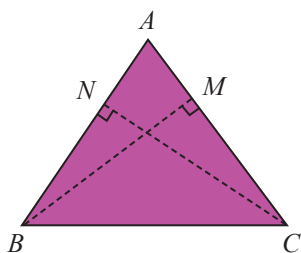
$\Delta OAP = \Delta OBP$ dan $\Delta OPA = \Delta OPB = 90^o$, maka $\Delta AOP = \Delta BOP$

Berarti berdasarkan kriteria sisi - sudut - sudut

yaitu: $OA = OB$, $\Delta OPA = \Delta OPB = 90^o$ dan $\Delta AOP = \Delta BOP$

maka ΔOAP dan ΔOBP kongruen.

Akibatnya, $AP = BP$ (titik P adalah titik tengah AB)

6. Perhatikan gambar di bawah ini.

Pada segitiga ABC, BM tegak lurus dengan AC, CN tegak lurus dengan AB. Panjang $BM = CN$.

Tunjukkan bahwa $\Delta BCM \cong \Delta CBN$

Petunjuk:

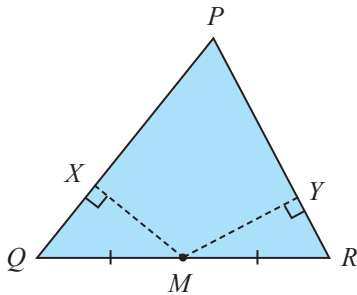
Gunakan kriteria kekongruenan segitiga siku-siku.

$BM = CN$ (diketahui)

$BC = BC$ (berhimpit)

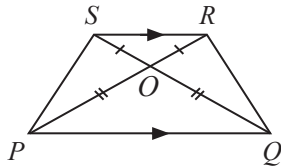
$m\angle BMC = m\angle CNB = 90^{o}$ (diketahui)

Jadi, $\Delta BCM \cong \Delta CBN$

7. Perhatikan gambar di bawah ini.

Titik M adalah titik tengah QR. Garis XM dan YM masing-masing tegak lurus pada PQ dan PR. Panjang $XM = YM$. Buktikan bahwa $\Delta QMX \cong \Delta RMY$.

Petunjuk:

Buktikan dengan kriteria sisi - sudut - sudut.

8. **Menalar**

Diketahui $SR//PQ$, $OP = OQ$, $OS = OR$.

Ada berapa pasang segitiga yang kongruen? Sebutkan dan buktikan.

Penyelesaian:

Petunjuk: bukti gunakan kriteria kesebangungan segitiga.

Ada 3 pasang segitiga kongruen yaitu:

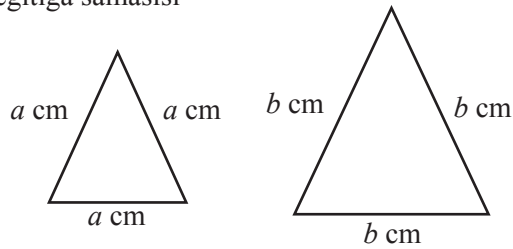
$\Delta POS \cong \Delta QOR$, $\Delta PSR \cong \Delta QRS$, dan $\Delta PSQ \cong \Delta QRP$

9. **Berpikir Kritis**

Apakah dua segitiga yang mempunyai tiga pasang sudut-sudut yang bersesuaian sama besar pasti kongruen? Jelaskan dengan alasan yang mendukung jawabanmu.

Penyelesaian:

Belum tentu, tiga pasang sudut yang bersesuaian sama besar belum menjamin dua segitiga tersebut kongruen.

Contohnya dua segitiga samasisi

Sudut-sudut yang bersesuaian sama besar, yaitu 60°, tetapi panjang sisi yang bersesuaian tidak selalu sama panjang.

10. **Berpikir Kritis**

Apakah dua segitiga yang mempunyai dua pasang sisi yang bersesuaian sama panjang dan sepasang sudut yang bersesuaian sama besar pasti kongruen? Jelaskan dengan alasan yang mendukung jawabanmu.

Penyelesaian:

Belum tentu, dua segitiga yang mempunyai dua pasang sisi yang bersesuaian sama panjang dan sepasang sudut yang bersesuaian sama besar belum menjamin dua segitiga tersebut kongruen. Kecuali dua sisi yang bersesuaian sama panjang yang mengapit satu sudut yang diketahui sama besar (kriteria sisi – sudut – sisi).

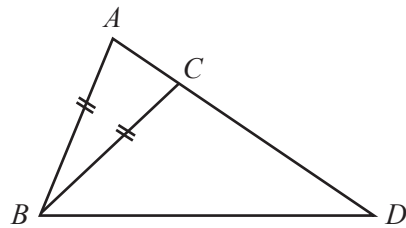
Contohnya ΔABD dan ΔCBD di samping.

(Silakan digambar sendiri)

$AB = CB$

BD (pada ΔABD) = BD (pada ΔCBD)

$m\angle ADB = m\angle CDB$ (berhimpit)

Tetapi panjang $AD \neq CD$.

Dengan kata lain meskipun mempunyai dua pasang sisi yang bersesuaian sama panjang dan sepasang sudut yang bersesuaian sama besar tidak menjamin bahwa ΔABD tidak sebangun dengan ΔCBD.

11. **Membagi Sudut**

Gambarlah sebuah sudut dan beri nama $\angle ABC$, kemudian lakukan langkah berikut.

a. Dengan menggunakan jangka, bagilah $\angle ABC$ tersebut menjadi dua sama besar.

Penyelesaian:

Gunakan teknik membagi sudut menjadi dua bagian dengan jangka seperti langkah di bawah ini: (perhatikan gambar)

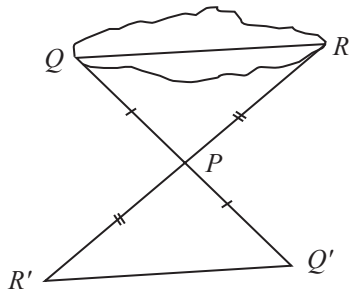
1. Buat busur lingkaran dengan pusat titik B, sehingga memotong kaki sudut AB di titik D dan memotong kaki sudut BC di titik E.
2. Buat lagi 2 buah busur lingkaran masing-masing dengan pusat di titik D dan E. Perpotongan kedua busur lingkaran tersebut beri nama titik G.
3. Tarik garis dari titik B ke G, sehingga $m\angle ABG = \angle CBG$.

b. Gambarlah lagi $\angle ABC$ yang sama, kemudian tanpa menggunakan jangka maupun busur derajat, bagilah $\angle ABC$ tersebut menjadi dua sama besar. (petunjuk: gunakan konsep segitiga kongruen)

Penyelesaian:

1. Gambarlah garis AD yang sejajar dengan BC.
2. Gambarlah garis CD yang sejajar dengan BA. Sehingga terbentuk bangun jajargenjang $ABCD$.

3. Tarik garis dari titik B ke D (diagonal jajargenjang $ABCD$). Jelas bahwa $\Delta ABD \cong \Delta CBD$ dengan $m\angle ABD = \angle CBD$.

12. **Mengukur Panjang Danau**

Chan ingin mengukur panjang sebuah danau tetapi tidak memungkinkan mengukurnya secara langsung. Dia merencanakan suatu cara yaitu ia memilih titik P, Q, R dan mengukur jarak QP dan RP (lihat ilustrasi gambar). Kemudian memperpanjang QP menuju ke Q'dan RP menuju ke R' sehingga panjang $QP = PQ'$ dan $RP = PR'$.

Chan menyimpulkan bahwa dengan mengukur panjang $Q'R'$ dia mendapatkan panjang danau tersebut. Apakah menurutmu strategi Chan benar? Jelaskan.

Penyelesaian:

Strategi Chan benar. Dia menggunakan konsep dua segitiga kongruen.

ΔPQR dijamin sebangun dengan $\Delta PQ'R'$ karena memenuhi kriteria kekongruenan dua segitiga sisi – sudut – sisi, yaitu:

$PQ = PQ'$ (diketahui)

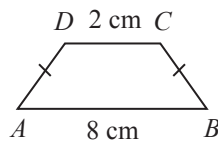
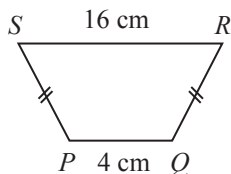
$m\angle QPR = m\angle Q'PR''$ (bertolak belakang)

$PR = PR'$ (diketahui)

Sehingga, panjang danau $QR = Q'R'$.

Latihan 4.3 Kesebangunan Bangun Datar

Selesaikan soal-soal di bawah ini dengan benar dan sistematis.

1. Selidikilah apakah dua trapesium di bawah ini sebangun? Jelaskan.

Petunjuk:

Trapesium *PQRS* sebangun dengan *DCBA* jika perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian senilai dan sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

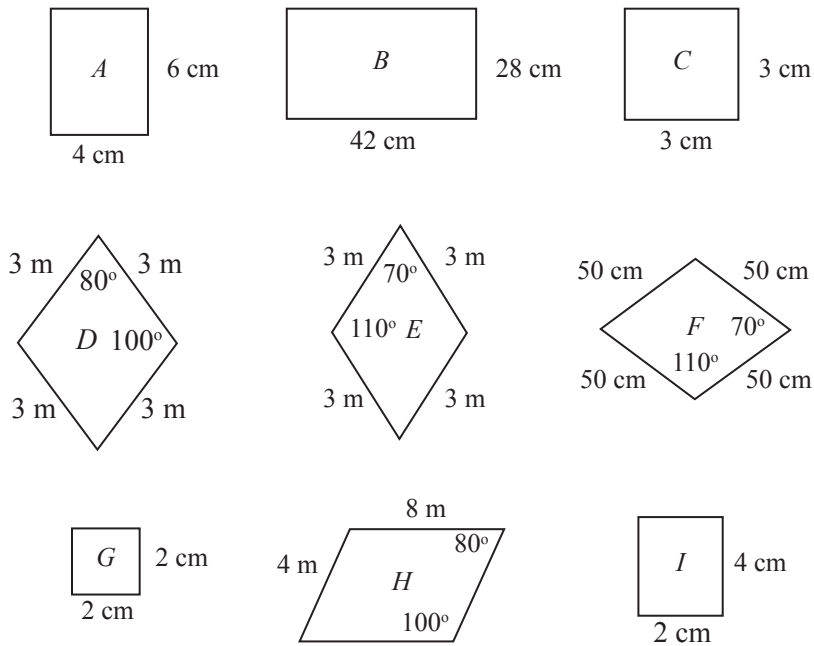
Ukurlah panjang sisi-sisi dan besar sudut-sudut kedua bangun tersebut.

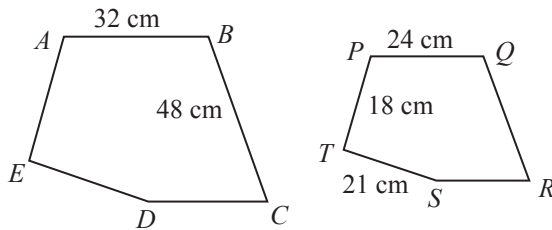
Selidikilah apakah

$$\frac{PQ}{DC} = \frac{QR}{CB} = \frac{RS}{BA} = \frac{SP}{AD}$$

Apakah $m\angle P = m\angle D$, $m\angle Q = m\angle C$, $m\angle R = m\angle B$, dan $m\angle S = m\angle A$?

Jika ya, maka kedua trapesium tersebut sebangun. Jika salah satu tidak terpenuhi maka kedua trapesium di atas tidak sebangun.

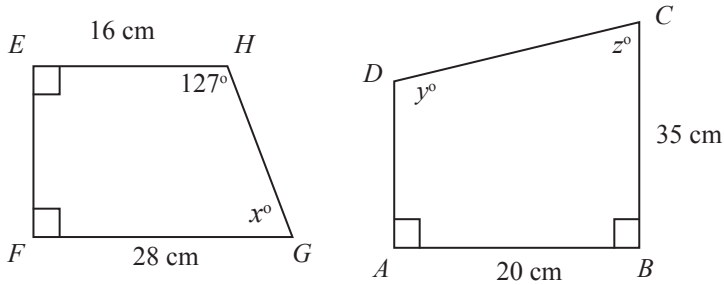
2. Carilah pasangan bangun yang sebangun di antara gambar di bawah ini.

Penyelesaian: $A \sim B$, $C \sim G$, dan $E \sim F$.

3. Perhatikan dua bangun yang sebangun pada gambar di bawah ini.

Hitunglah panjang sisi AE, ED, dan QR.

Penyelesaian:

AE = 24 cm, ED = 28 cm, dan QR = 36 cm.

Petunjuk: gunakan perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian.

4. Dua buah bangun di bawah ini sebangun.

Hitunglah:

a. Panjang EF, HG, AD, dan DC

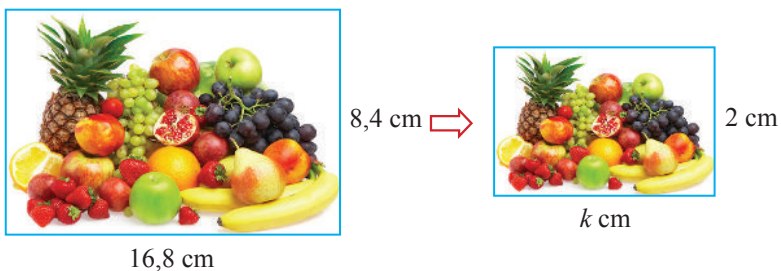
b. Nilai x, y, dan z

Penyelesaian:

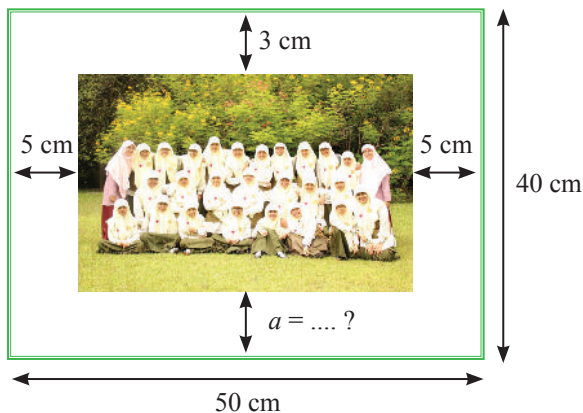
EF = 16 cm, HG = 20 cm, AD = 20 cm, dan DC = 25 cm.

$x = 180^o - m\angle H = 180^o - 127^o = 53^o$

$y = m\angle H = 127^o$ dan $z = x = 53^o$

5. Sebuah gambar berbentuk persegi panjang berukuran 16,8 cm × 8,4 cm. Gambar tersebut diperkecil sehingga ukurannya menjadi k cm × 2 cm. Hitunglah panjang k.

Sumber: www.prasoudadietreviewblog.com

Penyelesaian: $k = 4$

6. Sebuah foto diletakkan pada selembar karton yang berukuran 50 cm × 40 cm, sebelum dipasang di pigura. Di bagian sisi kiri, kanan, atas, dan bawah foto diberi jarak seperti nampak pada gambar. Foto dan karton tersebut sebangun.

Sumber: Dokumen Kemdikbud

a. Berapa lebar karton di bagian bawah yang tidak tertutup oleh foto tersebut?

b. Berapa perbandingan luas foto dan luas karton?

Penyelesaian:

a. a = 5 cm

b. luas foto : luas karton = 16 : 25

7. Sebuah batako berukuran panjang 24 cm, lebar 12 cm, dan tingginya 8 cm dengan berat 1,6 kg. Terdapat miniatur batako yang sebangun dengan batako tersebut dan terbuat dari bahan yang sama dengan batako asli. Ukuran panjang miniatur batako 6 cm. Hitunglah:

   a. Lebar dan tinggi miniatur batako

   b. Perbandingan volume batako asli dan batako miniatur

   c. Berat miniatur batako (dalam gram)

   Petunjuk:

   Volume I : Volume II = (panjang sisi I : panjang sisi II)^3

   Berat I : Berat II = (panjang sisi I : panjang sisi II)^3

   Penyelesaian:

   a. lebar miniatur batako = 3 cm, tebal miniatur batako = 2 cm.

   b. perbandingan volume batako asli dan batako miniatur = 64 : 1

   c. berat miniatur batako = 25 gram

8. Panjang sisi terpendek dari dua buah segi enam (*hexagon*) sebangun adalah 10 cm dan 8 cm. Jika luas segi enam yang besar adalah 200 cm^2, berapakah luas segi enam yang kecil?

   Petunjuk:

   Luas I : Luas II = (panjang sisi I : panjang sisi II)^2

   Penyelesaian:

   Luas segi enam kecil = 128 cm^2

9. **Usaha Konveksi**

   Wina mempunyai usaha konveksi. Untuk mengetahui bahan kain yang dibutuhkan, sebelum memproduksi dalam jumlah besar ia membuat sampel baju ukuran kecil dengan skala ¼ terhadap ukuran sebenarnya. Ternyata satu sampel tersebut membutuhkan kain sekitar 0,25 m^2. Berapa luas kain yang dibutuhkan jika ia mendapat pesanan untuk memproduksi baju tersebut sebanyak 1.000 baju?

   Sumber: Dokumen Kemdikbud

   Penyelesaian:

   Luas kain yang dibutuhkan untuk memproduksi 1.000 baju adalah 4.000 m^2.

10. **Botol Air Mineral**

    Ada dua macam kemasan air mineral, yaitu botol ukuran sedang dan besar. Kedua kemasan tersebut sebangun. Botol sedang tingginya 15 cm dan botol besar tingginya 25 cm. Volume botol besar adalah 1.250 ml. Berapa volume botol kecil?

    Sumber: Dokumen Kemdikbud

    Penyelesaian:

    Volume botol kecil 450 ml.

11. **Denah Rumah**

Perhatikan gambar denah rumah di bawah ini.

Sumber: www.desainic.com

Denah di atas menggunakan skala 1 : 200. Hitunglah:

a. ukuran dan luas garasi sebenarnya,

b. ukuran dan luas kamar mandi sebenarnya,

c. luas taman depan sebenarnya,

d. luas rumah sebenarnya (tanah dan bangunan).

Penyelesaian:

a. Ukuran garasi = 6 m × 9 m. Luas = 54 m^2.

b. Ukuran dan luas kamar mandi = 4 m × 3 m. Luas = 12 m^2.

c. Luas taman depan = 81 m^2.

d. Luas tanah dan bangunan = 26 m × 16 m = 416 m^2.

12. **Miniatur Kereta Api**

Sebuah miniatur salah satu gerbong kereta api dibuat dengan material yang sama dengan kereta api sebenarnya. Panjang miniatur kereta api tersebut adalah 40 cm, panjang sebenarnya adalah 10 m, dan berat miniatur adalah 4 kg. Berapakah berat kereta api sebenarnya?

Sumber: www.kereta-api.co.id

Penyelesaian:

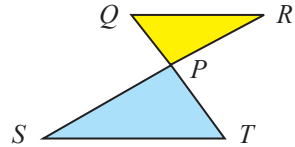
Berat kereta api sebenarnya adalah 2,5 ton

Latihan 4.4 Kesebangunan Dua Segitiga

Selesaikan soal-soal berikut ini dengan benar dan sistematis.

1. Pada gambar di samping, $QR//ST$.

   a. Buktikan bahwa ΔQRP dan ΔTPS sebangun

   b. Tuliskan perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian.

   Penyelesaian:

   a. $m\angle RQP = m\angle STP$ (berseberangan dalam)

   $m\angle QRP = m\angle TSP$ (berseberangan dalam)

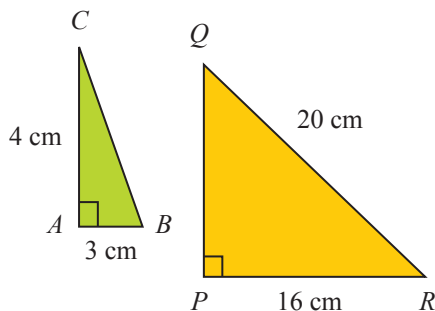
   $m\angle QPR = m\angle TPS$ (bertolak belakang)

   Jadi, $\Delta QRP \sim \Delta TPS$ karena sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

   (sebenarnya cukup hanya 2 pasang sudut yang bersesuaian sama besar maka dua segitiga bisa dikatakan sebangun)

   b. Perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian

   $$\frac{QR}{TS} = \frac{RP}{SP} = \frac{QP}{TP}$$

2. Perhatikan gambar berikut.

   a. Buktikan bahwa ΔABC dan ΔPQR sebangun.

   b. Tuliskan perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian.

   Penyelesaian:

   a. $PQ = \sqrt{20^2 - 16^2} = \sqrt{400 - 256} = 12$

   $$\frac{AB}{PQ} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

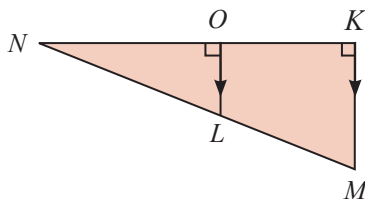
   $m\angle BAC = m\angle QPR = 90^{o}$ (diketahui)

$$\frac{AC}{PR} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Jadi, $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ karena memenuhi syarat kesebangunan dua segitiga yaitu perbandingan dua pasang sisi yang bersesuaian sama dan sudut yang diapitnya sama besar.

b. Perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR} = \frac{BC}{QR}$$

3. Perhatikan gambar berikut.

Apakah ΔKLN sebangun dengan ΔOMN? Tunjukkan.

Iya. $\Delta KLN \sim \Delta OMN$

Bukti:

$m\angle NKL = m\angle NOM$ (siku-siku)

$m\angle KNL = m\angle ONM$ (berhimpit)

$m\angle KLN = m\angle OMN$ (sehadap karena $OM // KL$)

Jadi, $\Delta KLN \sim \Delta OMN$ karena sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

(sebenarnya cukup hanya 2 pasang sudut yang bersesuaian sama besar maka dua segitiga bisa dikatakan sebangun)

4. Pada ΔABC dan ΔPQR diketahui $m\angle A = 105^o$, $m\angle B = 45^o$, $m\angle P = 45^o$, dan $m\angle Q = 105^o$.

a. Apakah kedua segitiga tersebut sebangun? Jelaskan.

b. Tulislah pasangan sisi yang mempunyai perbandingan yang sama.

Penyelesaian:

a. (Silakan digambar)

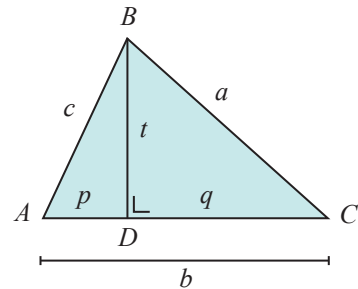
Iya, kedua segitiga tersebut sebangun karena dua pasang sudut yang bersesuaian sama besar, yaitu $m\angle A = m\angle Q = 105^o$ dan $m\angle B = m\angle P = 45^o$.

b. $\overline{AB}$ dengan $\overline{QP}$, $\overline{BC}$ dengan $\overline{PR}$, dan $\overline{AC}$ dengan $\overline{QR}$.

5. Perhatikan gambar.

Diketahui $m\angle ABC = 90^o$, siku-siku di B.

a. Tunjukkan bahwa ΔADB dan ΔABC sebangun.

b. Tunjukkan bahwa ΔBDC dan ΔABC sebangun.

Penyelesaian:

a. $m\angle BAD = m\angle CAB$ (berhimpit)

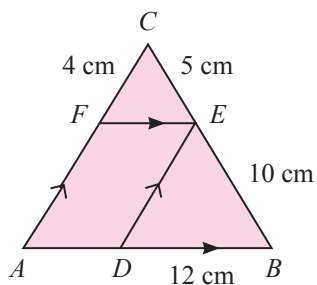
$m\angle BDA = m\angle CBA = 90^o$ (diketahui siku-siku)

Dua pasang sudut yang bersesuaian sama besar, maka $\Delta ADB \sim \Delta ABC$.

b. $m\angle BCD = m\angle ACB$ (berhimpit)

$m\angle CDB = m\angle CBA = 90^o$ (diketahui siku-siku)

Dua pasang sudut yang bersesuaian sama besar, maka $\Delta BDC \sim \Delta ABC$.

6. Perhatikan gambar.

a. Tunjukkan bahwa $\Delta FCE \sim \Delta ACB$.

b. Tunjukkan bahwa $\Delta FCE \sim \Delta DEB$.

c. Tunjukkan bahwa $\Delta ACB \sim \Delta DEB$.

d. Tentukan panjang FE dan AF.

Petunjuk:

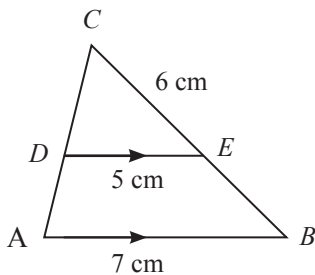
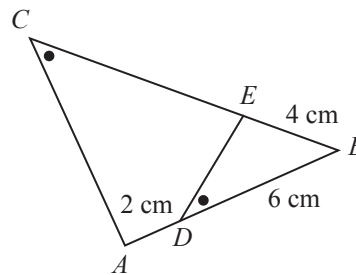
a. s/d c. Carilah sudut-sudut yang bersesuaian dan sama besar.

Gunakan sifat sudut-sudut yang dibentuk oleh garis sejajar yang dipotong oleh garis lain.

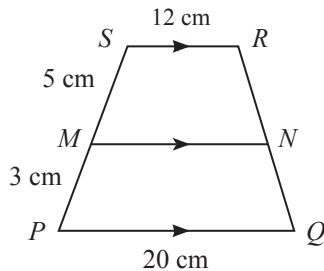
d. FE = 6 cm, AF = 8 cm.

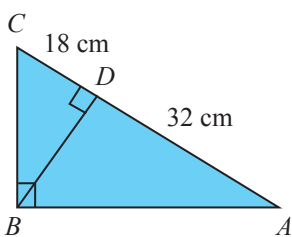
7. Perhatikan gambar.

a. Hitunglah panjang *EB*

C
6 cm
D
E
5 cm
A
B
7 cm

b. Hitunglah panjang *CE*

Penyelesaian: a. $EB = 2{,}4$ cm b. $CE = 8$ cm.

8. Perhatikan gambar.

Hitunglah panjang *MN* pada gambar di bawah ini.

Penyelesaian: $MN = 17$ cm.

9. Perhatikan gambar.

Tentukan:

a. Pasangan segitiga yang sebangun.

b. Pasangan sudut yang sama besar dari masing-masing pasangan segitiga yang sebangun tersebut.

c. Pasangan sisi bersesuaian dari masing-masing pasangan segitiga yang sebangun tersebut.

d. Panjang sisi *BA*, *BC*, dan *BD*.

Penyelesaian:

a. $\Delta ABC \sim \Delta BDC$, $\Delta ABC \sim \Delta ADB$, $\Delta ADB \sim \Delta BDC$.

b. $\Delta ABC \sim \Delta BDC$

$m\angle ABC = m\angle BDC$, $m\angle BAC = m\angle DBC$, dan $m\angle ACB = m\angle BCD$

$\Delta ABC \sim \Delta ADB$

$m\angle ABC = m\angle ADB$, $m\angle BAC = m\angle DAB$, dan $m\angle ACB = m\angle ABD$

$\Delta ADB \sim \Delta BDC$

$m\angle ADB = m\angle BDC$, $m\angle DAB = m\angle DBC$, dan $m\angle ABD = m\angle BCD$

c. $\Delta ABC \sim \Delta BDC$

$\overline{AB} \to \overline{BD}$, $\overline{BC} \to \overline{DC}$, dan $\overline{CA} \to \overline{CB}$

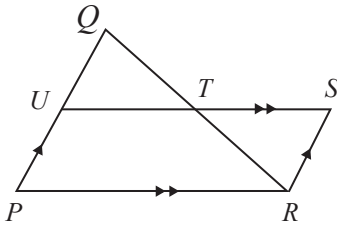
$\Delta ABC \sim \Delta ADB$

$\overline{AB} \to \overline{AD}$, $\overline{BC} \to \overline{DB}$, dan $\overline{CA} \to \overline{BA}$

$\Delta ADB \sim \Delta BDC$

$\overline{AD} \to \overline{BD}$, $\overline{DB} \to \overline{DC}$, dan $\overline{BA} \to \overline{CB}$

d. $BA = 40$ cm, $BC = 30$ cm, dan $BD = 24$ cm

10. Perhatikan gambar.

Diketahui $PR = 15$ cm dan $QU = \frac{2}{3}\ UP$. Tentukan panjang TS.

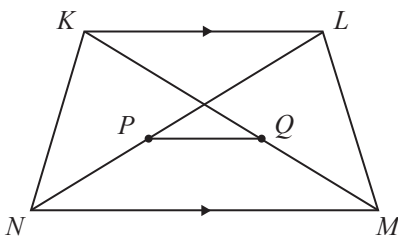
Penyelesaian:

$TS = 9$ cm

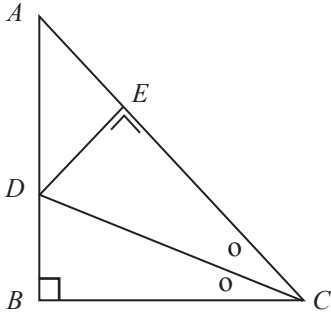
Petunjuk: tentukan dulu panjang UT dengan menggunakan kesebangunan $\Delta QUT \sim \Delta QPR$, diperoleh $UT = 6$ cm.

$US = PR = 15$ cm,

$TS = US - UT = 15\text{ cm} - 6\text{ cm} = 9\text{ cm}$

11. Perhatikan gambar.

Diketahui $KL = 10$ cm dan $MN = 14$ cm. P dan Q berturut-turut adalah titik tengah LN dan KM. Tentukan panjang PQ.

Penyelesaian: $PQ = 2$ cm.

12. Perhatikan gambar.

Segitiga ABC adalah segitiga siku-siku sama kaki. Jika $AB = 10$ cm dan CD garis bagi sudut C, Tentukan panjang BD.

Penyelesaian:

$BD = ED = EA = 10\sqrt{2} - 10 = 10(\sqrt{2} - 1)$ cm

Petunjuk:

ΔABC siku-siku sama kaki ($m\angle ABC = 90^o$), maka $BC = AB = 10$ cm, $m\angle BCA = m\angle BAC = 45^o$, dan $AC = 10\sqrt{2}$ cm.

$\Delta CBD \sim \Delta CED$ karena $DC = DC$ (berhimpit), $m\angle BCD = m\angle ECD$ (diketahui), dan $m\angle DBC = m\angle DEC = 90^o$. Akibatnya $BC = EC = 10$ cm dan $BD = ED$.

Perhatikan ΔDAE, $m\angle DAE = m\angle BAC = 45^o$ (berhimpit), maka $m\angle ADE = 45^o$.

Berarti ΔDAE adalah segitiga siku-siku sama kaki.

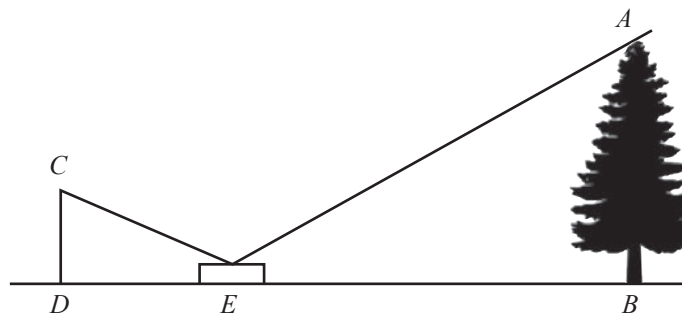
Sehingga, $ED = AE = AC - EC = 10\sqrt{2} - 10 = 10(\sqrt{2} - 1)$ cm.

13. **Memperkirakan Tinggi Rumah**

Pada suatu sore, sebuah rumah dan pohon yang bersebelahan memiliki panjang bayangan berturut-turut 10 m dan 4 m. Jika tenyata tinggi pohon sebenarnya adalah 10 m, tentukan tinggi rumah tersebut sebenarnya.

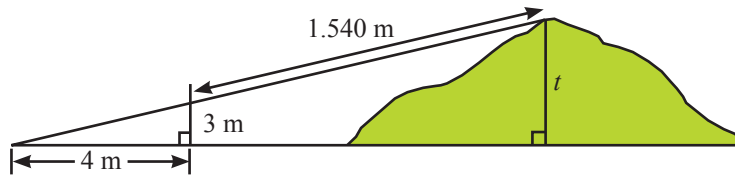
Penyelesaian: tinggi rumah sebenarnya adalah 25 m.

14. **Memperkirakan Tinggi Pohon**

Untuk menentukan tinggi sebuah pohon, Ahmad menempatkan cermin di atas tanah (di titik E) seperti gambar di bawah ini. Dari titik E Ahmad berjalan mundur (ke titik D), sedemikian hingga dia dapat melihat ujung pohon pada cermin. Teman Ahmad mengukur panjang $BE = 18$ m, $ED = 2,1$ m dan ketika berdiri jarak mata Ahmad ke tanah (CD) adalah 1,4 m. Perkirakan tinggi pohon tersebut.

Penyelesaian: tinggi pohon kira-kira 12 m.

15. **Memperkirakan Tinggi Bukit**

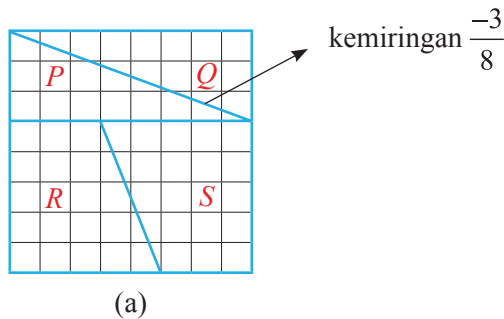
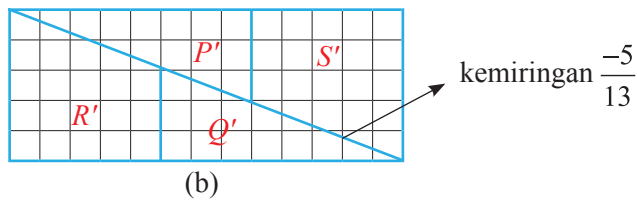
    Dua mahasisiwa Teknik Sipil Agung dan Ali ingin memperkirakan tinggi suatu bukit terhadap posisinya berdiri yang tidak jauh dari bukit itu. Mereka menggunakan bantuan peralatan laser yang dipasang pada sebuah tongkat penyangga setinggi 3 m dari permukaan tanah. Agung mengamati puncak bukit melalui alat tersebut dan diperoleh garis pandang ke puncak bukit adalah 1.540 m. Ali berbaring di tanah memandang ke arah ujung peralatan tersebut dan puncak bukit sehingga tampak sebagai garis lurus. Posisi mata Ali berjarak 4 m dari tongkat penyangga. Perkirakan tinggi bukit tersebut.

    (perhatikan gambar)

Penyelesaian: tinggi bukit kira-kira 927 m.

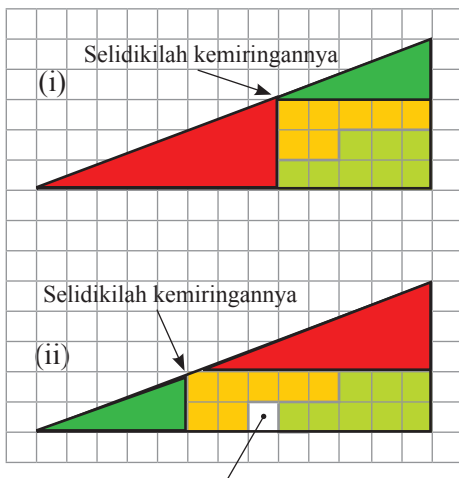
16. **Analisis Kesalahan**

    Gambar (a) menunjukkan persegi dengan panjang sisi 8 satuan. Persegi itu dibagi menjadi 4 bagian yaitu dua segitiga (P dan Q), serta dua trapesium (R dan S). Gambar (b) menunjukkan persegi panjang berukuran 5 satuan × 13 satuan. Persegi itu dibagi menjadi 4 bagian yaitu dua segitiga (P' dan Q'), serta dua trapesium (R' dan S'). Apakah $8 \times 8 = 5 \times 13$? Jika tidak, bagaimana kamu menjelaskan hal ini? Di mana letak kesalahannya?

(a)

(b)

Petunjuk:
Gambar ulang dengan teliti, akan ditemukan bahwa
$P \not\sim P'$, $Q \not\sim Q'$, $R \not\sim R'$, dan $S \not\sim S'$.
(Selidikilah kemiringan garis yang ditunjuk di atas)

17. **Analisis Kesalahan**

Perhatikan gambar di bawah ini! Jelaskan, di manakah letak kesalahannya?

Jelaskan dari manakah lubang satu kotak ini berasal?

Petunjuk:
Gambar ulang dengan teliti, akan ditemukan bahwa gambar (i) dan (ii) tidak kongruen.
(Selidikilah kemiringan garis yang ditunjuk di atas)

Uji Kompetensi 4 Kekongruenan dan Kesebangunan

1. $A \cong K$, $B \cong F$, $C \cong M$, $E \cong H$, $G \cong J$
2. PQ = 4,8 cm

3. Keliling $ABCD$ = 36 cm, Luas $ABCD$ = 80 cm^2

4. CB = 15 cm

5. (i) $x = 52^o$, $y = 70^o$ (ii) $x = 85^o$, $y = 80^o$

6. Semua pasangan segitiga kongruen yaitu:
   a. ada 3 pasang, yaitu $\Delta AED \cong \Delta AEB$, $\Delta CDE \cong \Delta CBE$, $\Delta ADC \cong \Delta ABC$
   b. ada 4 pasang, yaitu $\Delta IFJ \cong \Delta GHI$, $\Delta FIH \cong \Delta HGF$, $\Delta IJH \cong \Delta GJF$, $\Delta IJF \cong \Delta GJH$
   c. ada 2 pasang, yaitu $\Delta MKO \cong \Delta NLO$, $\Delta MKL \cong \Delta NLK$
   d. ada 3 pasang, yaitu $\Delta PST \cong \Delta QRT$, $\Delta PSR \cong \Delta QRS$, $\Delta PSQ \cong \Delta QRP$

7. a. Iya, dijamin kongruen dengan kriteria sisi – sudut – sisi
   b. Iya, dijamin kongruen dengan kriteria sudut 90^o – sisi miring – satu sisi siku (kekongruenan khusus segitiga siku-siku)
   c. Iya, dijamin kongruen dengan kriteria sudut – sisi – sudut
   d. Iya, dijamin kongruen dengan kriteria sudut – sisi – sudut atau kriteria sisi – sudut – sudut
   e. Iya, dijamin kongruen dengan kriteria sisi – sudut – sisi

8. a. Contoh: $\Delta PQN \cong \Delta PRM$

   Bukti: $PN = PM$ (diketahui)
   $m\angle QPN = m\angle RPM$ (berhimpit)
   $PQ = PR$ (diketahui)

   Jadi, $\Delta PQN \cong \Delta PRM$ (berdasarkan kriteria sisi – sudut – sisi)
   (pasangan segitiga kongruen yang lain silakan dicari dan dibuktikan)

   b. $\Delta PSR \cong \Delta QXP$

   Bukti: $SR = PX$ (diketahui)
   $m\angle PRS = m\angle QPX$ (berseberangan dalam, karena $SR//PQ$)
   $PR = QP$ (ΔPQR segitiga samasisi)

   Jadi, $\Delta PSR \cong \Delta QXP$ (berdasarkan kriteria sisi – sudut – sisi)

   c. Contoh: $\Delta ABC \cong \Delta CDA$

   $AB//DC$, $AD//BC$ akibatnya $AB = CD$ dan $AD = CB$
   AC (pada ΔABC) = AC (pada ΔCDA)
   Jadi, $\Delta ABC \cong \Delta CDA$ (berdasarkan kriteria sisi – sisi – sisi)

Pembuktian $\Delta ABC \cong \Delta CDA$ juga bisa dengan kriteria sudut – sisi – sudut

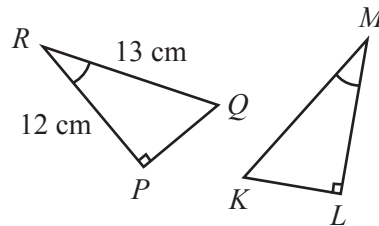
$m\angle BAC = m\angle DCA$ (berseberangan dalam, karena $AB//DC$)

AC (pada ΔABC) = AC (pada ΔCDA) (berhimpit)

$m\angle ACB = m\angle CAD$ (berseberangan dalam, karena $AB//DC$)

Jadi, $\Delta ABC \cong \Delta CDA$ (berdasarkan kriteria sudut – sisi – sudut)

(pasangan segitiga kongruen yang lain silakan dicari dan dibuktikan)

9. a. $m\angle PRQ = 30°$
   b. $m\angle LKM = 60°$
   c. $m\angle KML = 30°$
   d. panjang KL = 5 cm
   e. Panjang KM = 13 cm

10. a. $AC = AE$ (diketahui)

$m\angle BAC = m\angle DAE$ (diketahui)

$m\angle ABC = m\angle ADE$ (diketahui siku-siku)

Jadi, $\Delta ABC \cong \Delta ADE$ berdasarkan kriteria sisi – sudut – sudut

b. BC = 6 cm, AB = 8 cm.

11. a. $AF = DF$ (diketahui)

$m\angle AFE = m\angle DFE = 90^o$ (diketahui siku-siku)

EF (pada ΔAFE) = EF (pada ΔDFE) (berhimpit)

Jadi, $\Delta AFE \cong \Delta DFE$ berdasarkan kriteria sisi – sudut – sisi.

b. $DC = DF$ (diketahui)

$m\angle BDC = m\angle EDF$ (bertolak belakang)

$DB = DE$ (diketahui)

Jadi, $\Delta DCB \cong \Delta DFE$ berdasarkan kriteria sisi – sudut – sisi.

c. EF = 5 cm, $BC = EF$ = 5 cm

(karena $\Delta DCB \cong \Delta DFE$ dan $\overline{BC}$ bersesuaian dengan $\overline{EF}$)

AB = 13 cm, BC = 5 cm, ΔABC siku-siku di C, dengan teorema Phytagoras maka AC = 12 cm.

d. Lihat ΔAFE, EF = 5 cm, $AF = \frac{AC}{3} = \frac{12}{3} = 4$ cm, dengan teorema Phytagoras

maka $AE = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{25 + 16} = \sqrt{41}$

12. a. dua persegi → pasti sebangun
    b. dua lingkaran → pasti sebangun
    c. dua segitiga sama sisi → pasti sebangun
    d. dua belah ketupat → belum tentu sebangun

13. x = 14 cm, y = 18 cm

14. a. p = 18 cm, q = 18 cm, r = 10 cm, dan s = 15 cm
    b. Keliling trapesium (i) : Keliling trapesium (ii) = 2 : 3
    c. Luas trapesium (i) : Luas trapesium (ii) = 4 : 9

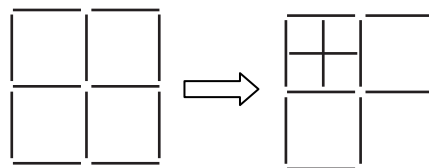
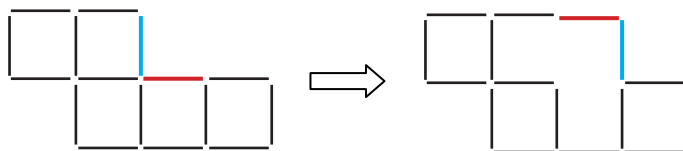
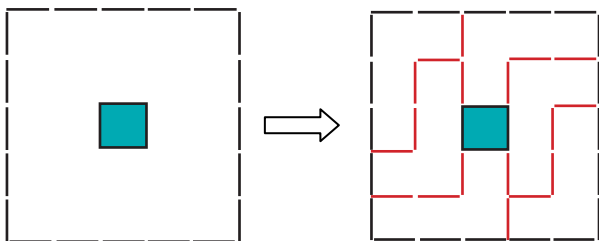
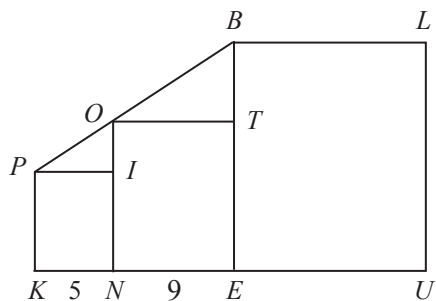
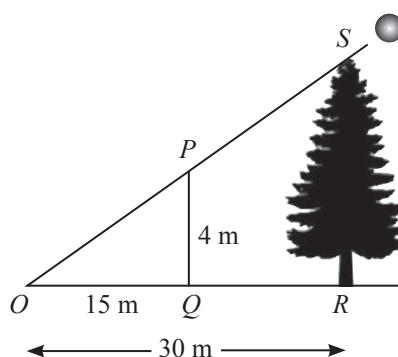
15. a. EF = 4,8 cm
    b. AB = 10,5 cm
    c. AE = 6 cm
    d. CF = 10 cm
    e. AE = 12 cm
    f. EF = 6 cm

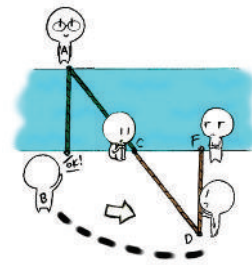
16. **Petunjuk:** gunakan kesebangunan ΔPOQ dan ΔROS
    Penyelesaian: SO = 5 cm

17. $\Delta MKL \sim \Delta MNK$, $\Delta MKL \sim \Delta KNL$, $\Delta MNK \sim \Delta NKL$
    $\Delta MKL \sim \Delta MNK$, perbandingan sisi yang bersesuaian yaitu
    $$\frac{MK}{MN} = \frac{KL}{NK} = \frac{LM}{KM}$$
    $\Delta MKL \sim \Delta KNL$, perbandingan sisi yang bersesuaian yaitu
    $$\frac{MK}{KN} = \frac{KL}{NL} = \frac{LM}{LK}$$
    $\Delta MNK \sim \Delta NKL$, perbandingan sisi yang bersesuaian yaitu
    $$\frac{MN}{NK} = \frac{KN}{KL} = \frac{MK}{NL}$$
    NK = 12 cm, KL = 15 cm, dan MK = 20 cm

18. DE = 10 cm, OE = 3,6 cm, OD = 6,4 cm, OC = 4,8 cm, OF = 5,2 cm

19. *a.* $a = 6\frac{3}{7}$ cm, $b = 12\frac{6}{7}$ cm, c = 5 cm, d = 7 cm, e = 10 cm, $f = 8\frac{4}{7}$ cm
    b. p = 4 cm, q = 8 cm, x = 25,2 cm, y = 28,8 cm, z = 9,6 cm

20. Gambar di samping bisa dikatakan terdiri atas 6 persegi yaitu 2 persegi besar dan 4 persegi kecil. Dapat juga dikatakan terdiri atas 7 persegi yaitu 3 persegi besar dan 4 persegi kecil.

21. Pindahkan/geser tusuk gigi biru ke kanan 1 kotak dan tusuk gigi merah ke atas 1 kotak.

22. **Alternatif penyelesaian:**

23. Panjang sisi bangun *BLUE* = 16,2 cm dan luasnya adalah 262,44 cm^2.
(Petunjuk: gunakan kesebangunan ΔPIO dan ΔOTB)

24. Tinggi pohon adalah 8 meter.
(Petunjuk: gunakan perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian, dalam hal ini $\frac{PQ}{SR} = \frac{PQ}{OR}$)

25. Iya, tentu. Cara tersebut menggunakan konsep kekongruenan dua segitiga dalam gambar di samping yaitu ΔABC dan ΔDFC. Silakan dibuktikan.

Petunjuk: gunakan kriteria kekongruenan sudut-sisi-sudut (gunakan titik sudut B, C, dan F dan sisi BC dan FC)

K. Kegiatan Proyek

Proyek 4

Dalam buku bab ini disediakan 4 pilihan tugas proyek. Guru menginformasikan kepada siswa tentang deskripsi tugas proyek untuk Bab 4 ini di awal pertemuan atau pertengahan pembelajaran bab 4 ini.

Siswa dikelompokan menjadi beberapa kelompok (minimal 4 kelompok). Setiap kelompok diberikan minimal salah satu dari tugas proyek. Mekanisme pembagian tugas proyek bisa diatur bersama antara guru dan siswa. Jika kondisi siswa dan waktu memungkinkan maka setiap kelompok bisa mengerjakan lebih dari 2 tugas proyek di bawah ini. Waktu yang diberikan untuk menyelesaikan proyek kurang lebih 1 atau 2 pekan. Hasil pengerjaan proyek ini dipresentasikan di akhir pertemuan bab 4, sebelum Ulangan Harian.

Kerjakan proyek di bawah ini bersama kelompokmu.

1. Perhatikan gambar jembatan Suramadu dan jembatan Barito di bawah ini.

(i) Jembatan Suramadu

(ii) Jembatan Barito

Sumber: www.pesonawisatasurabaya.files.wordpress.com
www.jalan2.com

a. Berdasarkan gambar di atas, susunlah strategi bagaimana kamu dapat memperkirakan tinggi tiang jembatan Suramadu dan jembatan Barito dari jalan raya tepat di bawahnya?

b. Berdasarkan strategi tersebut kira-kira berapa tinggi tiang jembatan Suramadu dan jembatan Barito tersebut dari jalan raya tepat di bawahnya?

c. Presentasikan hasil kerja kelompokmu di kelas.

2. Coba carilah gedung, pohon, tiang listrik, atau tiang bendera yang ada di sekitar sekolahmu. Bersama temanmu, lakukan kegiatan ini.

   a. Buat strategi untuk memperkirakan tinggi gedung, pohon, tiang listik, atau tiang bendera tersebut dengan menggunakan konsep kesebangunan dua segitiga (minimal dua strategi yang berbeda).

   b. Berdasarkan strategi yang kamu buat, perkirakan berapa tinggi gedung, pohon, tiang listrik, atau tiang bendera tersebut?

   c. Presentasikan hasil kerja kelompokmu di kelas.

3. Coba carilah sungai atau danau yang ada di sekitar sekolah atau rumahmu.

   Bersama temanmu, lakukan kegiatan ini.

   a. Buatlah strategi untuk memperkirakan lebar sungai atau danau tersebut dengan menggunakan konsep kesebangunan atau kekongruenan dua segitiga.

   b. Berdasarkan strategi yang kamu buat, perkirakan berapa lebar sungai atau danau tersebut?

   c. Presentasikan hasil kerja kelompokmu di kelas.

4. Bersama temanmu, buatlah pantograf yang bisa menghasilkan salinan gambar k kali lebih besar (boleh k = 2, 3, 4, 5, atau lebih). Dokumentasikan prosesnya. Presentasikan pantograf hasil karya kelompokmu tersebut beserta gambar salinannya.

Bab V Bangun Ruang Sisi Lengkung

A. Pengantar

Bab V berisi materi Bangun Ruang Sisi Lengkung yang disajikan dalam tiga sub bab yaitu:

- Tabung
- Kerucut
- Bola

Pada Bab V, siswa akan mempelajari cara mendapatkan rumus luas permukaan dan volume dari bangun ruang sisi lengkung. Selain itu siswa akan mempelajari mengenai jaring-jaring tabung dan kerucut. Beberapa kegiatan yang telah disajikan bertujuan untuk membantu siswa memahami konsep luas permukaan dan volume pada bangun ruang sisi lengkung. Guru diharapkan mampu mengarahkan siswa untuk menemukan konsep luas permukaan dan volume dari tabung, kerucut dan bola melalui kegiatan-kegiatan yang disajikan dalam Buku Siswa. Guru juga harus mengupayakan adanya internalisasi KI-1 dan KI-2 dalam kegiatan pembelajaran.

B. Kompetensi Inti (KI) dan Kompetensi Dasar (KD)

Berikut ini adalah KI, KD dan Indikator Pencapaian Kompetensi Bab 5 Bangun Ruang Sisi Lengkung. KI dan KD ini berdasarkan revisi KI dan KD pada tanggal 21 Oktober 2015 sedangkan indikator yang tercantum pada buku ini dapat dikembangkan lagi oleh guru.

Tabel 5.1 KI, KD dan Indikator Pencapaian Kompetensi Bab 5 Bangun Ruang Sisi Lengkung

<table>
<tr><td>Kompetensi Inti</td><td>1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.
2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.
3. Memahami dan menerapkan pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.
4. Mengolah, menyaji, dan menalar dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.</td></tr>
<tr><td>Kompetensi Dasar</td><td>3.7 Membuat generalisasi luas permukaan dan volume bangun ruang sisi lengkung (tabung, kerucut dan bola).
4.7 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan luas permukaan dan volume bangun ruang sisi lengkung (tabung, kerucut, dan bola) serta gabungan beberapa bangun ruang sisi lengkung.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Indikator Pencapaian Kompetensi Dasar 3.6</td></tr>
<tr><td colspan="2">3.7.1 Mengetahui definisi tabung, kerucut dan bola.
3.7.2 Mengetahui jaring-jaring tabung dan kerucut.</td></tr>
</table>

Indikator Pencapaian Kompetensi Dasar 3.7	
3.7.3	Menentukan rumus luas permukaan tabung, kerucut, dan bola.
3.7.4	Menentukan rumus volume tabung, kerucut dan bola.
Indikator Pencapaian Kompetensi Dasar 4.7	
4.7.1	Menentukan luas permukaan dari gabungan beberapa bangun ruang sisi lengkung.
4.7.2	Menentukan volume dari gabungan beberapa bangun ruang sisi lengkung.
4.7.2	Menyelesaikan masalah sehari-hari berdasarkan hasil pengamatan yang terkait.
4.7.4	Menyelesaikan masalah sehari-hari berdasarkan hasil pengamatan yang berkaitan dengan luas permukaan dan volume bangun ruang sisi lengkung serta gabungan beberapa bangun ruang sisi lengkung.

C. Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari materi pada Bab 5 ini, siswa diharapkan dapat:

3.7.1 Mengetahui definisi tabung, kerucut dan bola dan dapat memberikan contoh beberapa benda yang berbentuk tabung kerucut dan bola.

3.7.2 Mengetahui jaring-jaring tabung dan kerucut.

3.7.3 Menentukan rumus luas permukaan tabung, kerucut dan bola.

3.7.4 Menentukan rumus volume tabung, kerucut dan bola.

4.7.1 Menentukan luas permukaan dari gabungan beberapa bangun ruang sisi lengkung.

4.7.2 Menentukan volume dari gabungan beberapa bangun ruang sisi lengkung.

4.7.3 Menyelesaikan masalah sehari-hari berdasarkan hasil pengamatan yang terkait.

4.7.4 Menyelesaikan masalah sehari-hari berdasarkan hasil pengamatan yang berkaitan dengan luas permukaan dan volume bangun ruang sisi lengkung serta gabungan beberapa bangun ruang sisi lengkung.

D. Materi Pembelajaran dan Alokasi Waktu

Pembelajaran dan penilaian Bab 5 ini memerlukan waktu 18 jam pelajaran (JP) atau 8 kali tatap muka (TM), dengan asumsi 5 JP/minggu diorganisasikan menjadi dua kali TM, yaitu 3 JP dan 2 JP. Pembagian 18 JP tersebut adalah sebagai berikut:

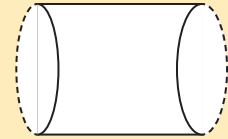
Tabel 5.2. Materi Pembelajaran dan Alokasi Waktu

Materi	Alokasi Waktu
Tabung - Memahami definisi tabung - Mengetahui jaring-jaring tabung - Mengetahui dan memahami rumus luas permukaaan tabung - Mengetahui dan memahami rumus volume tabung - Latihan Soal 5.1	5 JP
Kerucut - Memahami definisi kerucut - Mengetahui jaring-jaring kerucut - Mengetahui dan memahami rumus luas permukaaan kerucut - Mengetahui dan memahami rumus volume kerucut - Latihan Soal 5.2	5 JP
Bola - Memahami definisi bola - Mengetahui dan memahami rumus luas permukaaan bola - Mengetahui dan memahami rumus volume bola - Latihan Soal 5.3	5 JP
Latihan Uji Kompetensi	2 JP
Tes Tulis	1 JP

E. Materi Esensial

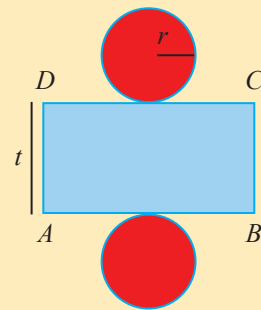
Materi Esensi 5.1 Tabung

Definisi:

Tabung adalah bangun ruang sisi lengkung yang dibentuk oleh dua buah lingkaran identik yang sejajar dan sebuah persegi panjang yang mengelilingi kedua lingkaran tersebut. Tabung memiliki tiga sisi yakni dua sisi datar dan satu sisi lengkung.

Benda-benda dalam kehidupan sehari-hari yang menyerupai tabung adalah tong sampah, kaleng susu, lilin, dan pipa.

Luas Tabung:

Luas tabung ekuivalen dengan jumlahan semua luas bangun penyusun dari jaring-jaring tabung. Jaring-jaring tabung terdiri atas dua lingkaran dan satu persegi panjang.

Misalkan terdapat tabung dengan jari jari r dan tinggi t, maka:

L = Luas jaring-jaring tabung

= 2 × Luas Lingkaran + Luas $ABCD$

$= 2\pi r^2 + \overline{AB} \times \overline{BC}$

$= 2\pi r^2 + 2\pi r \times t$

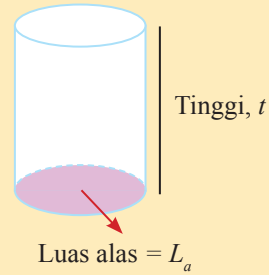
$= 2\pi r(r + t)$

Ingat: panjang AB = keliling lingkaran
panjang BC = tinggi tabung.

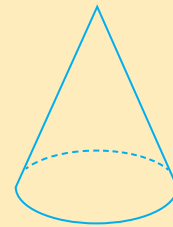
Volume Tabung:

Volume tabung adalah hasil perkalian dari luas alas tabung dengan tinggi tabung atau dapat dirumuskan sebagai berikut:

$V = L_a \times t$

$= \pi r^2 \times t$

Materi Esensi 5.2 **Kerucut**

Definisi:

Kerucut adalah bangun ruang sisi lengkung yang dapat dibentuk dari tabung dengan mengubah tutup tabung menjadi titik. Titik tersebut biasanya disebut dengan titik puncak. Kerucut memiliki dua sisi, yaitu satu sisi datar dan satu sisi lengkung. Kerucut merupakan limas dengan alas lingkaran.

Benda-benda dalam kehidupan sehari-hari yang menyerupai kerucut adalah topi ulang tahun, topi petani, dan *cone* es krim.

Luas Permukaan Kerucut:

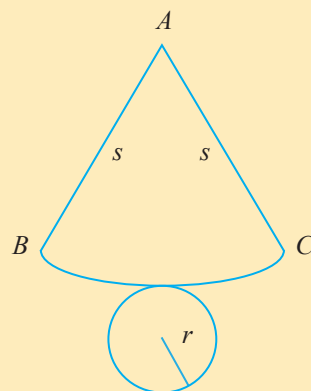
Luas permukaan ekuivalen dengan jumlahan semua luas bangun penyusun dari jaring-jaring kerucut. Jaring-jaring kerucut terdiri atas satu lingkaran dan satu selimut yang berbentuk juring.

Misalkan terdapat tabung dengan jari jari r dan tinggi t, maka:

L = Luas Lingkaran + Luas Juring ABC

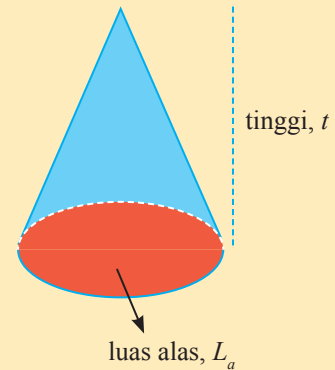
$= \pi r^2 + \pi rs$

$= \pi r(r + s)$

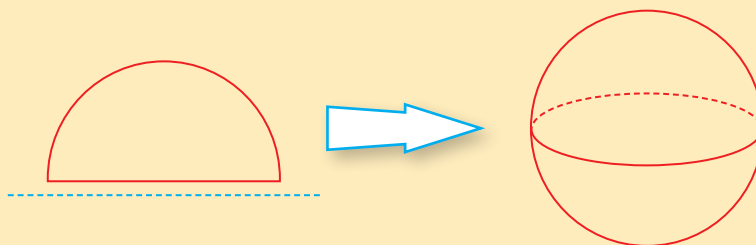
$= \pi r(r + \sqrt{r^2 + t^2})$, dengan $s = \sqrt{r^2 + t^2}$

Volume Kerucut:

Volume kerucut adalah $\frac{1}{3}$ bagian dari volume tabung dengan jari-jari dan tinggi yang sama atau dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$V = \frac{1}{3} L_a \times t$$

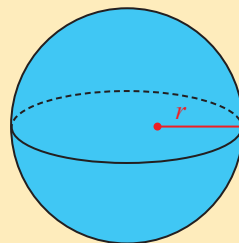
$$= \frac{1}{3} \pi r^2 \times t$$

Materi Esensi 5.3 Bola

Definisi Bola:

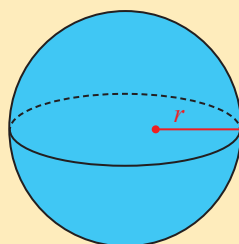
Bola adalah bangun ruang sisi lengkung yang dibentuk dari tak hingga lingkaran yang memiliki jari-jari sama panjang dan berpusat pada titik yang sama. Bola hanya memiliki satu sisi yang merupakan sisi lengkung. Bola dapat dibentuk dengan memutar/merotasi setengah lingkaran sebesar 360° dengan diameter sebagai sumbu rotasi.

Benda dalam kehidupan sehari-hari yang berbentuk bola adalah bola olah raga (sepak bola, basket, voli dan lain-lain), kelereng, globe, dan lainnya.

Luas Permukaan Bola:

Luas permukaan bola adalah sama dengan 4 kali luas lingkaran yang memiliki jari-jari yang sama atau dapat dituliskan sebagai berikut

$$L = 4\pi r^2$$

Volume Bola:

Volume bola adalah hasil kali $\frac{4}{3}\pi$ dengan pangkat tiga jari-jari bola tersebut atau dapat dituliskan sebagai berikut

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

F. Kegiatan Pembelajaran

Guru dapat menerapkan pembelajaran *Inquiry*, *Discovery Learning*, atau pun *Problem Based Learning* (PBL) dan pembelajaran kooperatif yang prosesnya berbasis pendekatan scientific dan pendekatan kontekstual pada pembelajaran Bab Bangun Ruang Sisi Lengkun ini. Dalam pembelajaran guru sangat diharapkan selalu menginternalisasi nilai-nilai spiritual dan nilai-nilai moral dan sikap yang positif. Misalkan, ketika menjumpai Kegiatan, Contoh Soal, Gambar dan Latihan Soal dan lain-lain dalam Buku Siswa Matematika yang bisa diarahkan untuk menginternalisasi nilai-nilai tersebut, diharapkan guru mampu mengimprovisasi pembelajaran sehingga lebih bermakna, Misalnya dengan diarahkan pada kesadaran kebesaran Tuhan dan nilai-nilai moral dan sikap yang baik.

Materi Bagian I. Tabung (2 TM)

Pertemuan 1 (3 JP)

Pendahuluan

1. Guru mengucapkan salam, dan berdoa dipimpin oleh guru/ketua kelas (nilai-nilai religius).

2. Guru mengecek kehadiran siswa. Bila ada siswa yang sakit didoakan supaya lekas sembuh, dan mengajak siswa bersama mensyukuri nikmat Tuhan berupa kesehatan dan lain-lain.
3. Guru menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran.
4. Guru melakukan apersepsi dan motivasi dengan mengajukan pertanyaan pada bagian **Pertanyaan Penting**.
5. Guru menyampaikan kepada siswa tujuan yang akan dicapai selama pembelajaran yaitu:
   - Mengetahui definisi dari bangun tabung
   - Mengetahui jaring-jaring tabung.
   - Siswa dapat menentukan rumus luas permukaan tabung.
6. Materi yang akan dipelajari oleh siswa adalah:
   - Mengetahui bangun yang berbentuk tabung dan definisi tabung.
   - Mendapatkan jaring-jaring tabung.
   - Mendapatkan rumus luas permukaan tabung.

Inti Kegiatan 1

1. Melalui kegiatan ini siswa diharapkan mampu mengetahui definisi bangun tabung.
2. Melalui kegiatan ini siswa akan mencoba untuk membuat jaring-jaring tabung.
3. Kegiatan ini dikerjakan secara kelompok. Guru bisa bisa menentukan pembentukan kelompok atau membiarkan siswa untuk membentuk kelompok.
4. Pada bagian **Ayo Kita Amati**, siswa diminta untuk mengamati unsur-unsur dari tabung.
5. Pada bagian **Ayo Bertanya**, siswa diminta untuk membuat beberapa pertanyaan mengenai unsur-unsur tabung.

Kegiatan 1 Membuat Jaring-jaring Tabung

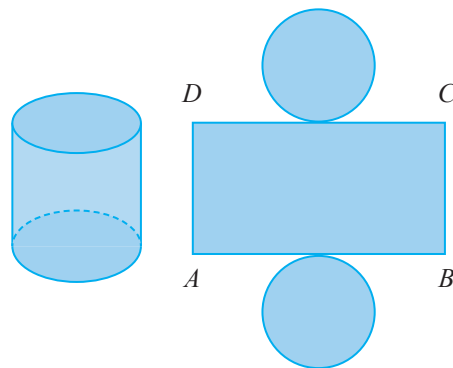
Siapkan beberapa alat berikut.

1. Kaleng susu yang masih ada labelnya
2. Alat tulis
3. Penggaris
4. Kertas karton
5. *Cutter* atau gunting

Kerjakan secara berkelompok (3-5 siswa).

1. Dengan menggunakan alat pemotong (*cutter*) dan penggaris, potong label kaleng susu secara vertikal (jangan sampai sobek). Didapatkan label yang berbentuk persegi panjang.
2. Gambarlah persegi panjang pada kertas karton yang sudah disiapkan sesuai ukuran persegi panjang yang diperoleh Langkah 1 dan tandai titik sudutnya dengan huruf A, B, C dan D.
3. Ukur panjang AB dan BC menggunakan penggaris.

   Panjang BC merupakan tinggi kaleng tersebut sedangkan panjang AB merupakan keliling dari lingkaran bawah (alas) dan lingkaran atas (tutup).
4. Ukur jari-jari lingkaran pada kaleng tersebut.

   Dari panjang AB kamu dapat menghitung jari-jari lingkaran, yakni dengan membagi panjang AB dengan 2π.
5. Gambar dua lingkaran dengan jari-jari yang diperoleh dari Langkah 4. Kedua lingkaran tersebut menyinggung/menempel persegi panjang $ABCD$ pada sisi AB dan CD.
6. Gunting gambar yang diperoleh dari Langkah 5. Apakah dari gambar yang telah digunting kamu dapat membuat tabung? Cobalah untuk menempelkan kedua lingkaran dengan persegi panjang.
7. Ilustrasi tabung dan jaring-jaring tabung dapat dilihat pada Gambar 5.1.

Gambar 5.1 Tabung dan jaring–jaring tabung

Dari Gambar 5.1, selanjutnya akan diamati unsur-unsur dari tabung. Selanjutnya pada bagaian Ayo Bertanya, buatlah beberapa pertanyaan mengenai unsur-unsur tabung.

Unsur-unsur tabung.

- Daerah lingkaran L_1 merupakan alas tabung dengan jari-jari r_1.
- Daerah lingkaran L_2 merupakan tutup tabung dengan jari-jari r_2.
- Daerah persegi panjang $ABCD$ merupakan selimut tabung.
- r_1 dan r_2 merupakan jari-jari tabung ($r_1 = r_2 = r$).
- Jarak titik pusat lingkaran L_1 dengan titik pusat lingkaran L_2 merupakan tinggi tabung (disimbolkan dengan t).
- $AB = CD$ = Keliling daerah lingkaran L_1= Keliling daerah lingkaran L_2.
- $AD = BC = t$.
- Permukaan tabung terdiri atas dua daerah lingkaran dan sebuah daerah persegi.

Berdasarkan pengamatanmu terhadap unsur-unsur tabung buatlah beberapa pertanyaan.

Contoh:

1. Apakah jari-jari tabung selalu lebih pendek daripada tinggi tabung?
2. Bagaimana bentuk selimut tabung?

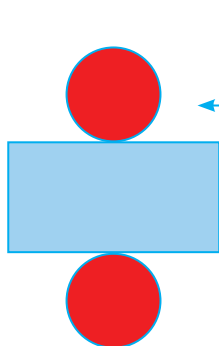
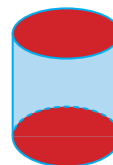
Inti Kegiatan 2

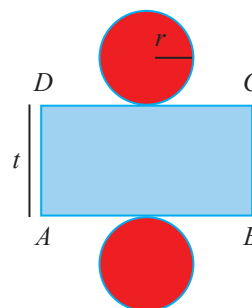
1. Melalui kegiatan ini siswa diharapkan mampu mendapatkan rumus luas permukaan tabung.
2. Melalui kegiatan ini diharapkan siswa mampu mengetahui hubungan antara jaring-jaring tabung dengan permukaan tabung.
3. Pada bagian **Ayo Kita Simpulkan** siswa diharapkan mampu menyimpulkan dari hasil Kegiatan 2 untuk mendapatkan rumus luas permuakaan tabung.

Kegiatan 2 Mendapatkan Rumus Luas Permukaan Tabung

Kamu telah mengetahui jaring-jaring tabung melalui Kegiatan 1. Dengan menggunakan kalimatmu sendiri jawablah pertanyaan berikut.

1. Bagaimana bentuk muka atau sisi tabung? Berapa banyak sisi tabung tabung?
2. Apakah hubungan antara jaring-jaring tabung dengan luas permukaan tabung?

Permukaan tabung adalah bangun-bangun yang membatasi tabung tersebut. Berdasarkan Kegiatan 1 kamu sudah mengetahui bahwa permukaan tabung terdiri atas dua daerah lingkaran dan sebuah daerah persegi panjang. Luas permukaan tabung merupakan jumlah luas muka atau sisi-sisi tabung.

Kamu juga mengetahui bahwa jaring-jaring tabung terdiri atas persegi panjang dan dua lingkaran yang identik. Luas permukaan tabung sama dengan luas jaring-jaring tabung tersebut.

Gambar di samping merupakan jaring-jaring tabung dengan jari-jari r dan tinggi t. Karena luas permukaan tabung sama dengan luas jaring-jaring tabung maka:

L = Luas permukaan tabung

= Luas jaring-jaring tabung

= 2 × Luas lingkaran + Luas $ABCD$

$= 2\pi r^2 + 2\pi r \times t$

$= 2\pi r(r + t)$

Penutup

1. Guru membimbing peserta siswa untuk menarik kesimpulan berdasarkan Kegiatan 1 dan 2 yang telah dilakukan.
2. Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya dan mengemukakan pendapatnya.
3. Setiap kelompok diberikan perolehan penghargaan berkaitan dengan aktivitas kelompok.
4. Guru memberikan pendampingan kepada siswa yang masih kurang mampu memahami materi.
5. Guru menginformasikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan berikutnya.
6. Guru menugaskan siswa untuk mempelajari materi berikutnya.
7. Guru memberi PR kepada siswa untuk mengerjakan beberapa soal dari Latihan 5.1.

Pertemuan 2 (2 JP)

Pendahuluan

1. Guru mengucapkan salam, dan berdoa dipimpin oleh guru/ketua kelas (nilai-nilai religius).
2. Guru mengecek kehadiran siswa. Bila ada siswa yang sakit didoakan supaya lekas sembuh, dan mengajak siswa bersama mensyukuri nikmat Tuhan berupa kesehatan dan lain-lain.
3. Guru menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran.
4. Guru melakukan apersepsi dan motivasi dengan mengajukan pertanyaan "Bagaimana cara mendapatkan rumus volume tabung?"

5. Guru meminta siswa untuk mengingat kembali rumus volume kubus, balok, dan prisma.
6. Guru menyampaikan kepada siswa mengenai tujuan pembelajaran yang akan dicapai yaitu:
   - Siswa dapat menentukan volume tabung melalui eksperimen.
   - Siswa dapat menyimpulkan bahwa volume adalah hasil perkalian luas alas dengan tinggi.
   - Siswa dapat membandingkan volume tabung dengan volume bangun ruang lainnya, yakni prisma segitiga dan balok.
   - Siswa dapat membandingkan volume dari dua tabung.
7. Materi yang akan dipelajari oleh siswa adalah:
   - Mendapatkan rumus volume tabung.
   - Menghitung volume tabung.
   - Membandingkan volume dua tabung.
8. Guru menyampaikan bahwa pada bagian akhir siswa diminta untuk mengerjakan soal-soal yang terdapat pada Latihan 5.1.

Inti Kegiatan 3

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu menentukan rumus volume tabung melalui eksperimen sederhana.
2. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu menyimpulkan bahwa volume adalah hasil dari perkalian luas alas dengan tinggi.
3. Guru membantu siswa untuk menentukan luas permukaan uang koin dengan mengarahkan siswa mengenai luas lingkaran.
4. Guru menjelaskan bahwa ketebalan satu uang koin dianggap sebesar 1 satuan. Sehingga tumpukan 12 uang koin memiliki ketinggian 12 satuan.
5. Guru mengarahkan siswa bahwa volume dari tumpukan 12 uang koin adalah 12 kali luas permukaan uang koin.

Kegiatan 3 — Menentukan Volume Tabung Melalui Eksperimen

Kumpulkan uang koin Rp500,00 sebanyak 12 buah.

Kerjakan kegiatan ini dengan teman sebangkumu.

Sumber: Dokumen Kemdikbud

a. Ambil salah satu uang koin, lalu ukurlah diameternya. Hitunglah luas permukaan koin tersebut.

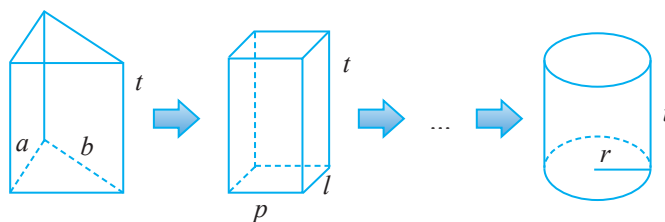
b. Kemudian tumpuk 12 uang koin menjadi satu. Tumpukan uang koin tersebut membentuk tabung. Perkirakan volume tabung yang terbentuk dari tumpukan uang koin tersebut.

c. Berdasarkan butir b, tentukan rumus untuk menghitung volume tabung.

Inti Kegiatan 4

1. Melalui kegiatan ini siswa diharapkan mampu membandingkan dan mendapatkan kesamaan antara tabung dengan bangun ruang lainnya, yakni prisma segitiga dan balok.
2. Guru mengarahkan siswa untuk mengingat kembali rumus volume prisma segitiga dan balok.
3. Melalui kegiatan ini siswa diharapkan mampu mendapatkan rumus volume tabung setelah membandingkannya dengan rumus volume prisma segitiga dan balok.

Kegiatan 4 — Membandingkan Tabung dengan Bangun Ruang Lainnya

Pada gambar di bawah ini terdapat prisma segitiga, balok, dan tabung dengan tinggi yang sama.

a. Menurut kamu apakah kesamaan antara prisma, balok, dan tabung di atas?

Ketiga bangun tersebut merupakan bangun ruang tegak di mana sisi tegaknya sejajar dengan alas dan tutup bangun tersebut. Rumus volume ketiga bangun tersebut adalah **perkalian luas alas dengan tinggi**.

b. Tentukan rumus volume prisma dan balok.

Volume prisma = Luas alas × tinggi

$= \frac{1}{2}ab \times t = \frac{1}{2}abt$

Volume balok = Luas alas × tinggi

$= pl \times t = plt$

c. Dari jawaban butir a dan b kamu dapat mendapatkan rumus volume tabung.

Volume tabung = Luas alas × tinggi

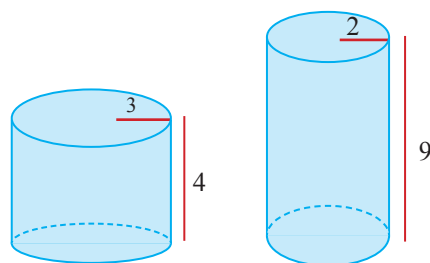
$= \pi r^2 \times t = \pi r^2 t$

Inti Kegiatan 5

1. Melalui kegiatan ini siswa diharapkan mampu membandingkan volume dari dua tabung.
2. Pada bagian **Ayo Kita Simpulkan** siswa menyimpulkan dari hasil Kegiatan 5 untuk menentukan volume tabung.
3. Pada bagian **Catatan**, guru mengingatkan siswa mengenai konstanta π. Seringkali π dituliskan sebagai π = 3,14 atau $\pi = \frac{22}{7}$. Namun jika tidak ada keterangan lebih lanjut, sebaiknya gunakan π saja.

Kegiatan 5 Membandingkan Volume Dua Tabung

Kamu sudah mengetahui rumus volume tabung melalui Kegiatan 5.3 dan 5.4. Perhatikan dua tabung di samping.

a. Hanya dengan memperhatikan kedua tabung, manakah yang memiliki volume lebih besar?
b. Hitung volume kedua tabung, apakah tebakan kamu di pertanyaan bagian (a) benar?

a. **Gunakan kalimatmu sendiri**. Bagaimana cara kamu menentukan volume tabung?

Volume tabung diperoleh dengan mengalikan luas alas tabung (yang berupa lingkaran) dengan tinggi tabung. Jika jari-jari tabung adalah r dan tinggi tabung adalah t maka volume tabung adalah $V = \pi r^2 t$

b. Dari hasil (a) diperoleh bahwa volume tabung dengan jari-jari r dan tinggi t adalah

$$V = \pi r^2 t$$

Catatan:

Bilangan π sering dituliskan $\pi = 3{,}14$ atau $\pi = \frac{22}{7}$, namun keduanya masih nilai pendekatan. Jika pada soal tidak diperintahkan menggunakan $\pi = 3{,}14$ atau $\pi = \frac{22}{7}$ maka cukup gunakan π saja.

Penutup

1. Guru membimbing peserta siswa untuk menarik kesimpulan berdasarkan Kegiatan 3, 4 dan 5 yang telah dilakukan.
2. Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya dan mengemukakan pendapatnya.
3. Setiap kelompok diberikan perolehan penghargaan berkaitan dengan aktivitas kelompok.
4. Guru memberikan pendampingan kepada siswa yang masih kurang mampu memahami materi.
5. Guru menginformasikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan berikutnya.
6. Guru menugaskan siswa untuk mempelajari materi berikutnya.
7. Guru memberi PR mengerjakan beberapa soal dari Latihan 5.1.

Materi Bagian II. Kerucut (2 TM)

Pertemuan 1 (2 JP)

Pendahuluan

1. Guru mengucapkan salam, dan berdoa dipimpin oleh guru/ketua kelas (nilai-nilai religius).
2. Guru mengecek kehadiran siswa. Bila ada siswa yang sakit didoakan supaya lekas sembuh, dan mengajak siswa bersama mensyukuri nikmat Tuhan berupa kesehatan dan lain-lain.
3. Guru menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran.
4. Guru melakukan apersepsi dan motivasi dengan mengajukan pertanyaan pada bagian **Pertanyaan Penting**.
5. Guru menyampaikan kepada siswa mengenai tujuan pembelajaran yang akan dicapai yaitu:
    - Siswa mengetahui definisi dari bangun kerucut.
    - Siswa mengetahui bentuk jaring-jaring kerucut.
    - Siswa dapat menentukan luas selimut kerucut.
    - Siswa dapat menentukan rumus luas permukaan kerucut.
6. Materi yang akan dipelajari oleh siswa adalah:
    - Mengetahui bangun yang berbentuk kerucut dan definisi kerucut.
    - Mendapatkan jaring-jaring kerucut.
    - Mendapatkan rumus luas permukaan kerucut.

Inti Kegiatan 1

1. Melalui kegiatan ini siswa diharapkan mampu mengetahui definisi bangun kerucut.
2. Melalui kegiatan ini siswa akan mencoba untuk membuat jaring-jaring kerucut.
3. Kegiatan ini dikerjakan secara kelompok. Guru bisa menentukan pembentukan kelompok atau membiarkan siswa untuk membentuk kelompok.
4. Pada bagian **Ayo Kita Amati**, siswa diminta untuk mengamati unsur-unsur dari kerucut.

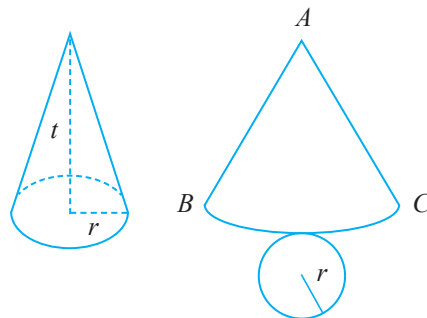
5. Pada bagian **Ayo Bertanya**, siswa diminta untuk membuat beberapa pertanyaan mengenai unsur-unsur kerucut.
6. Pada bagian **Diskusi**, siswa diminta untuk mendiskusikan dua pertanyaan mengenai luas jaring-jaring kerucut.

Kegiatan 1 Membuat Jaring-jaring Kerucut

Siapkan beberapa alat berikut:

1. Topi berbentuk kerucut
2. Alat tulis dan spidol merah
3. Penggaris
4. Gunting
5. Kertas karton

Langkah-langkah dalam Kegiatan 1.

1. Buat garis lurus vertikal dari titik puncak dengan menggunakan spidol merah.
2. Dengan menggunakan gunting, potong topi sesuai garis merah.
3. Dari Langkah 2, diperoleh bangun yang berbentuk juring.
4. Gambarlah/jiplak juring (yang diperoleh dari Langkah 3) pada kertas karton kemudian tandai titik puncak dengan huruf A, titik-titik ujung busurnya dengan titik B dan C.
5. Panjang busur $\widehat{BC}$ = keliling alas kerucut. Sehingga dapat diperoleh jari-jari kerucut, yaitu $r = \widehat{BC}/2\pi$.
6. Gambarlah lingkaran dengan jari-jari yang diperoleh dari Langkah 5. Lingkaran tersebut menyinggung busur $\widehat{BC}$.
7. Gunting gambar yang diperoleh dari Langkah 6. Apakah dari gambar yang telah digunting kamu dapat membuat kerucut?

Gambar 5.2 Kerucut dan jaring-jaring kerucut

Unsur-unsur dari kerucut

- Daerah lingkaran L merupakan alas kerucut.
- Juring ABC merupakan selimut kerucut.
- Titik A merupakan titik puncak kerucut.
- r merupakan jari-jari kerucut.
- t merupakan tinggi kerucut.
- Panjang busur BC sama dengan keliling lingkaran dengan jari-jari r.
- AB dan AC disebut garis lukis kerucut.
- $AB = AC = s$, dimana $s^2 = r^2 + t^2$ (ingat Teorema Phytagoras).

Dari pengamatanmu terhadap unsur-unsur kerucut buatlah beberapa pertanyaan.

Contoh:

1. Apakah jari-jari kerucut selalu lebih pendek daripada tinggi kerucut?
2. Bagaimana bentuk selimut kerucut?

Kamu sudah mengetahui jaring-jaring kerucut melalui **Kegiatan 1**. Diskusikan pertanyaan berikut bersama teman sebangkumu.

1. Apakah untuk menghitung luas permukaan permukaan tabung dapat melalui menghitung luas jaring-jaring kerucut.
2. Bagaimana caranya menghitung luas jaring-jaring kerucut?

Alternatif Jawaban:

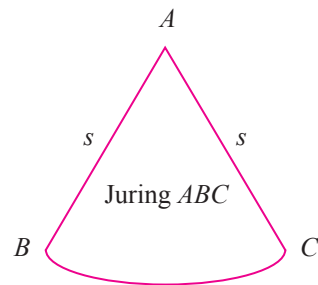
1. Bisa, karena luas permukaan tabung = luas jaring-jaring tabung.
2. Menghitung luas bangun penyusun jaring-jaring kerucut, yakni lingkaran dan juring.

Inti Kegiatan 2

1. Melalui kegiatan ini siswa diharapkan mampu menentukan luas selimut kerucut dengan menggunakan prinsip perbandingan luas juring dan luas lingkaran serta perbandingan panjang busur dan keliling lingkaran.
2. Kegiatan ini dikerjakan secara kelompok. Guru bisa bisa menentukan pembentukankelompok atau membiarkan siswa untuk membentuk kelompok.
3. Pada bagian **Ayo Kita Simpulka**n, siswa diharapkan mampu menyimpulkan rumus luas permukaan kerucut setelah mampu menentukan luas selimut kerucut.

Kegiatan 2 Menentukan Luas Selimut Kerucut

Kerjakan kegiatan ini secara individu.

Perhatikan gambar di samping. Diketahui panjang AB = panjang $AC = s$, serta panjang $\widehat{BC} = 2\pi r$. Ingat bahwa juring ABC merupakan bagian dari lingkaran dengan jari-jari s. Kita beri nama dengan lingkaran S.

1. Ingatkah kamu mengenai perbandingan antara luas juring dengan luas lingkaran?

   Jika diketahui $m\angle BAC$ maka

$$\frac{\text{Luas Juring } ABC}{\text{Luas Lingkaran } S} = \frac{m\angle BAC}{360^\circ}$$

   Namun sudut $m\angle BAC$ tidak diketahui, maka diperlukan analisis lebih lanjut.

2. Ingatkah kamu mengenai perbandingan antara panjang busur dengan keliling lingkaran?

$$\frac{\widehat{BC}}{\text{Keliling Lingkaran } S} = \frac{m\angle BAC}{360^\circ}$$

Namun diketahui $\widehat{BC} = 2\pi r$, sehingga

$$\frac{2\pi r}{\text{Keliling Lingkaran } S} = \frac{m\angle BAC}{360^\circ}$$

3. Dari hasil (1) dan (2) diperoleh

$$\frac{\textit{Luas Juring ABC}}{\textit{Luas}\text{ Lingkaran } S} = \frac{2\pi r}{\text{Keliling Lingkaran } S}$$

Sehingga,

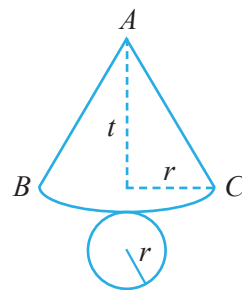
$$\text{Luas Juring } ABC = \frac{2\pi r}{\text{Keliling Lingkaran } S} \times \text{Luas Lingkaran } S$$

Dengan mensubstitusi luas lingkaran $S = \pi s^2$ dan keliling lingkaran $S = 2\pi s$, diperoleh

$$\text{Luas Juring } ABC = \frac{2\pi r}{2\pi s} \times \pi s^2$$
$$= \pi rs$$

Ayo Kita Simpulkan

Gambar di samping merupakan jaring-jaring kerucut dengan jari-jari r dan tinggi t. Karena luas permukaan kerucut ekuivalen dengan luas jaring-jaring kerucut maka:

$$\text{Luas Permukaan Kerucut} = \text{Luas Lingkaran } L + \text{Luas Juring } ABC$$
$$= \pi r^2 + \pi rs$$
$$= \pi r(r + s)$$

Penutup

1. Guru membimbing peserta siswa untuk menarik kesimpulan berdasarkan Kegiatan 1 dan 2 yang telah dilakukan.
2. Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya dan mengemukakan pendapatnya.
3. Setiap kelompok diberikan perolehan penghargaan berkaitan dengan aktivitas kelompok.
4. Guru memberikan pendampingan kepada siswa yang masih kurang mampu memahami materi.
5. Guru menginformasikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan berikutnya.
6. Guru menugaskan siswa untuk mempelajari materi berikutnya.
7. Guru memberi PR mengerjakan beberapa soal dari Latihan 5.2.

Pertemuan 2 (3 JP)

Pendahuluan

1. Guru mengucapkan salam, dan berdoa dipimpin oleh guru/ketua kelas (*nilai-nilai religius*).
2. Guru mengecek kehadiran siswa. Bila ada siswa yang sakit didoakan supaya lekas sembuh, dan mengajak siswa bersama mensyukuri nikmat Tuhan berupa kesehatan dan lain-lain.
3. Guru menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran.
4. Guru melakukan apersepsi dan motivasi dengan mengajukan pertanyaan pada bagian "Bagaimana cara mendapatkan rumus volume kerucut?"
5. Guru menyampaikan kepada siswa mengenai tujuan pembelajaran yang akan dicapai yaitu:
    - Siswa mengetahui perbandingan volume tabung dengan volume kerucut yang memiliki jari-jari dan tinggi yang sama.
    - Siswa membandingkan volume kerucut dengan volume limas segitiga dan limas segi empat.
    - Siswa dapat menentukan rumus volume kerucut.

6. Materi yang akan dipelajari oleh siswa adalah:
   - Mendapatkan rumus volume kerucut.
   - Menghitung volume kerucut.
7. Guru menyampaikan bahwa pada bagian akhir siswa diminta untuk mengerjakan soal-soal yang terdapat pada Latihan 5.2.

Inti Kegiatan 3

1. Pada kegiatan ini siswa akan melakukan eksperimen sederhana untuk menentukan perbandingan volume tabung dan kerucut yang memiliki jari-jari dan tinggi yang sama.
2. Kegiatan ini dikerjakan secara kelompok. Guru bisa menentukan pembentukan kelompok atau membiarkan siswa untuk membentuk kelompok.
3. Pada kegiatan ini siswa diharapkan dapat menentukan rumus volume kerucut.

Kegiatan 3 Menentukan Volume Kerucut Melalui Eksperimen

Kerjakan kegiatan ini secara kelompok.

Siapkan beberapa alat berikut:

1. Kertas karton
2. Gunting
3. Beras atau pasir
4. *Double tape*

Langkah-langkah dari Kegiatan 3 adalah sebagai berikut.

a. Buatlah kerucut tanpa tutup dengan jari-jari dan tinggi sesuka kamu. Kemudian buatlah tabung tanpa tutup dengan jari-jari dan tinggi yang sama dengan jari-jari dan tinggi kerucut tersebut.
b. Isi kerucut dengan beras atau pasir sampai penuh kemudian pindahkan semuanya ke tabung. Ulangi langkah ini sampai tabung terisi penuh.
c. Berapa kali kamu mengisi tabung sampai penuh dengan menggunakan kerucut?

d. Gunakan hasil d untuk menentukan hubungan antara volume tabung dan volume kerucut.

e. Tentukan perbandingan volume kerucut dengan volume tabung.

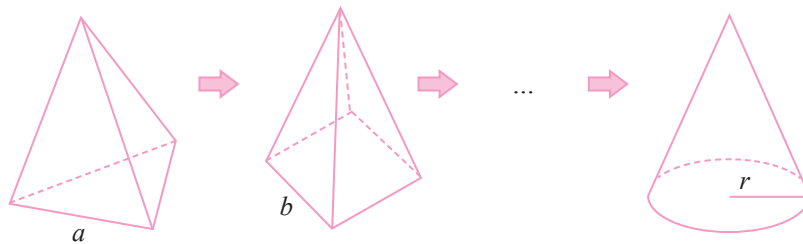
f. Dari jawaban butir e, dapat disimpulkan

$$\text{Volume kerucut} = \frac{1}{3}\ \text{Volume tabung}$$

Inti Kegiatan 4

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu membandingkan kerucut dengan bangun ruang lainnya, yakni limas segitiga dan limas segi empat.
2. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu mendapatkan rumus volume tabung setelah membandingkannya dengan rumus volume limas segitiga dan limas segi empat.

Kegiatan 4 Membandingkan Kerucut dengan Limas

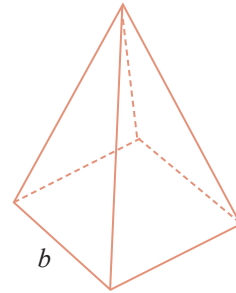
Pada gambar di bawah ini terdapat limas segitiga, limas segi empat dan kerucut dengan tinggi yang sama.

a. Menurut kamu apakah kesamaan antara limas segitiga, limas segi empat dan kerucut?

Rumus volume ketiga bangun tersebut adalah $\frac{1}{3} \times$ **luas alas** $\times$ **tinggi**.

b. Tentukan rumus volume limas segi empat.

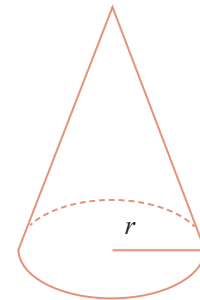
Limas di samping memiliki alas segi empat dengan panjang sisi b serta tinggi t.

$$\text{Volume limas} = \frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times \text{tinggi}$$

$$= \frac{1}{3} \times b^2 \times t = \frac{1}{3}\ \mathrm{b}^2 t$$

c. Dari hasil (a) dan (b) kamu dapat menentukan rumus volume kerucut.

Limas di samping memiliki alas lingkaran dengan jari-jari r serta tinggi t.

$$\text{Volume kerucut} = \frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times \text{tinggi}$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times t = \frac{1}{3}\ \pi r^2 t$$

Ayo Kita Simpulkan

a. **Gunakan kalimatmu sendiri**. Bagaimana caramu menentukan volume kerucut?

Volume kerucut diperoleh dengan mengalikan $\frac{1}{3}$ luas alas dengan tinggi kerucut tersebut.

b. Dari Kegiatan 3 dan 4 diperoleh bahwa rumus volume kerucut dengan jari-jari dan tinggi t adalah

$$V = \frac{1}{3}\ \pi r^2 t$$

Penutup

1. Guru membimbing peserta siswa untuk menarik kesimpulan berdasarkan Kegiatan 3 dan 4 yang telah dilakukan.
2. Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya dan mengemukakan pendapatnya.

3. Setiap kelompok diberikan perolehan penghargaan berkaitan dengan aktivitas kelompok.
4. Guru memberikan pendampingan kepada siswa yang masih kurang mampu memahami materi.
5. Guru menginformasikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan berikutnya.
6. Guru menugaskan siswa untuk mempelajari materi berikutnya.
7. Guru memberi PR mengerjakan beberapa soal dari Latihan 5.2.

Materi Bagian III. Bola (2 TM)

Pertemuan 1 (2 JP)

Pendahuluan

1. Guru mengucapkan salam, dan berdoa dipimpin oleh guru/ketua kelas (nilai-nilai religius).
2. Guru mengecek kehadiran siswa. Bila ada siswa yang sakit didoakan supaya lekas sembuh, dan mengajak siswa bersama mensyukuri nikmat Tuhan berupa kesehatan dan lain-lain.
3. Guru menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran.
4. Guru melakukan apersepsi dan motivasi dengan mengajukan pertanyaan pada bagian "Bagaimana cara mendapatkan rumus volume kerucut?"
5. Guru menyampaikan kepada siswa mengenai tujuan pembelajaran yang akan dicapai yaitu:
   - Siswa dapat menentukan luas permukaan bola melalui eksperimen.
   - Siswa dapat menentukan rumus luas permukaan bola.
6. Materi yang akan dipelajari oleh siswa adalah:
   - Mengetahui bangun yang berbentuk bola dan definisi bola.
   - Mendapatkan rumus luas permukaan bola.

Inti Kegiatan 1

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu menentukan rumus luas permukaan bola melalui eksperimen sederhana.

2. Kegiatan ini dikerjakan secara kelompok. Guru bisa menentukan pembentukan kelompok atau membiarkan siswa untuk membentuk kelompok.
3. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mengetahui perbandingan luas permukaan bola dan lingkaran dengan jari-jari yang sama.

Kegiatan 1 Menentukan Luas Bola Melalui Eksperimen

Kerjakan kegiatan ini secara kelompok sebanyak 3 sampai 5 siswa. Benda atau alat yang perlu disiapkan:

1. Bola plastik ukuran kecil sebanyak tiga
2. Gunting
3. Benang
4. Pensil dan penggaris
5. Kertas karton
6. Lem

Langkah-langkah dari kegiatan ini adalah sebagai berikut.

1. Ambil salah satu bola. Dengan menggunakan benag, hitunglah keliling bola yang kamu siapkan. Dari keliling, dapat diperoleh jari-jari bola.
2. Buatlah beberapa lingkaran di karton dengan jari-jari yang kamu peroleh dari Langkah 1.
3. Guntinglah semua lingkaran yang sudah dibuat.
4. Guntinglah bola yang sudah disiapkan menjadi potongan kecil-kecil.
5. Ambil salah satu lingkaran. Tempelkan dengan menggunakan lem potongan-potongan bola pada lingkaran. (Usahakan potongan-potongan bola tidak saling tindih). Jika sudah penuh, ambil lingkaran yang lain, lalu tempelkan potongan-potongan bola pada lingkaran kedua. Ulangi terus sampai potongan-potongan bola sudah habis.
6. Dari Langkah 5, dapat disimpulkan bahwa luas permukaan bola sama dengan 6 kali luas lingkaran dengan jari-jari yang sama.
7. Untuk lebih meyakinkan, ulangi Langkah 1 sampai dengan Langkah 6 dengan menggunakan bola kedua dan ketiga.

Inti Kegiatan 2

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu menentukan rumus luas permukaan bola melalui eksperimen sederhana.
2. Kegiatan ini dikerjakan secara individu.
3. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mengetahui perbandingan luas permukaan bola dan lingkaran dengan jari-jari yang sama.

Kegiatan 2 Mendapatkan Rumus Luas Permukaan Bola

Diskusi

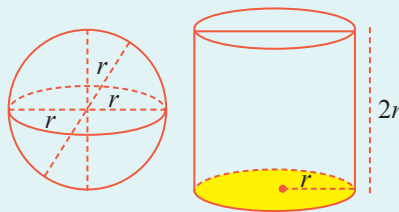
Diskusikan dengan teman sebangkumu beberapa pertanyaan berikut.

a. Apakah bola memiliki jaring-jaring?

b. Bagaimana cara menentukan luas permukaan bola?

Kemudian baca dan pahami informasi di bawah ini.

Tahukah Kamu?

Dalam karyanya yang berjudul *"On Spheres and Cylinder"*, Archimedes menyatakan bahwa "Sebarang tabung yang memiliki jari-jari yang sama dengan jari-jari bola dan tingginya sama dengan diameter bola, maka luas permukaan tabung sama dengan 3/2 kali luas permukaan bola."

Dengan kata lain, perbandingan luas permukaan bola yang memiliki jari-jari r dengan luas permukaan tabung yang memiliki jari-jari r dan tinggi $2r$ adalah 2 : 3.

Selanjutnya jawab pertanyaan di bawah ini.

c. Bagaimana cara menentukan luas permukaan bola berdasarkan informasi di atas?

Pada kegiatan ini kamu akan mendapatkan rumus menghitung luas bola dengan menggunakan perbandingan dengan luas tabung.

Terdapat dua bangun:

a. Tabung dengan jari-jari r dan tinggi $2r$.

b. Bola dengan jari-jari r.

Sekarang ikuti langkah-langkah berikut.

1. Hitung luas tabung. Kamu pasti masih ingat rumus untuk menghitung luas tabung. Tuliskan hasilnya di bawah ini.

$$L_{\text{tabung}} = 2\pi r(r + t) = 2\pi r(r + 2r) = 6\pi r^2$$

2. Selanjutnya berdasarkan pernyataan Archimedes, kamu bisa mendapatkan rumus untuk menghitung luas bola.

$$\begin{aligned} L_{\text{bola}} &= \frac{2}{3} \times L_{\text{tabung}} \\ &= \frac{2}{3} \times 6\pi r^2 \\ &= 4\pi r^2 \end{aligned}$$

Penutup

1. Guru membimbing peserta siswa untuk menarik kesimpulan berdasarkan Kegiatan 1 dan 2 yang telah dilakukan.
2. Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya dan mengemukakan pendapatnya.
3. Setiap kelompok diberikan perolehan penghargaan berkaitan dengan aktivitas kelompok.
4. Guru memberikan pendampingan kepada siswa yang masih kurang mampu memahami materi.
5. Guru menginformasikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan berikutnya.
6. Guru menugaskan siswa untuk mempelajari materi berikutnya.
7. Guru memberi PR mengerjakan beberapa soal dari Latihan 5.3.

Pertemuan 2 (3 JP)

Pendahuluan

1. Guru mengucapkan salam, dan berdoa dipimpin oleh guru/ketua kelas (nilai-nilai religius).
2. Guru mengecek kehadiran siswa. Bila ada siswa yang sakit didoakan supaya lekas sembuh, dan mengajak siswa bersama mensyukuri nikmat Tuhan berupa kesehatan dan lain-lain.
3. Guru menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran.
4. Guru melakukan apersepsi dan motivasi dengan mengajukan pertanyaan pada bagian "Bagaimana cara mendapatkan rumus volume kerucut?"
5. Guru menyampaikan kepada siswa tujuan mengenai pembelajaran yang akan dicapai yaitu:
   - Siswa dapat menentukan volume bola melalui eksperimen.
   - Siswa dapat menentukan rumus volume bola.
6. Materi yang akan dipelajari oleh siswa adalah:
   - Mengetahui perbandingan volume bola dan volume tabung yang memiliki jari-jari yang sama serta tinggi tabung sama dengan 2 kali jari-jari bola.
   - Mendapatkan rumus volume bola.

Inti Kegiatan 3

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu menentukan rumus volume bola melalui eksperimen sederhana.
2. Kegiatan ini dikerjakan secara kelompok. Guru bisa menentukan pembentukan kelompok atau membiarkan siswa untuk membentuk kelompok.
3. Dari kegiatan ini diharapkan siswa mengetahui perbandingan volume bola dan volume tabung yang memiliki jari-jari yang sama serta tinggi tabung sama dengan 2 kali jari-jari bola.

Kegiatan 3 Menentukan Volume Bola Melalui Eksperimen

Kerjakan kegiatan ini secara kelompok. Siapkan bola plastik, alat tulis, penggaris, kertas karton, *cutter,* dan pasir.

a. Ukur keliling bola, lalu hitunglah panjang jari-jarinya.
b. Buatlah dua tabung terbuka dari kertas karton yang telah disiapkan. Jari-jari tabung terbuka sama dengan jari-jari bola plastik, sedangkan tinggi tabung terbuka sama dengan diameter bola plastik.
c. Lubangi bola plastik dengan menggunakan *cutter*.
d. Isi bola plastik yang sudah berlubang dengan pasir sampai penuh.

e. Kemudian pindahkan semua pasir pada bola ke tabung terbuka. Ulangi langkah ini sampai kedua tabung terisi penuh.
f. Berapa kali kamu mengisi dua tabung sampai penuh dengan menggunakan bola?
g. Gunakan hasil (f) untuk menentukan perbandingan volume bola dengan volume tabung.

Inti Kegiatan 4

1. Pada kegiatan ini siswa diharapkan mampu menentukan rumus volume bola melalui berdasarkan hasil dari kegiatan 3.
2. Kegiatan ini dikerjakan secara individu.

Kegiatan 4 Mendapatkan Rumus Volume Bola

Kerjakan kegiatan ini secara individual. Tabung pada Kegiatan 3 memiliki jari-jari r dan tinggi $2r$. Hitung volume dari tabung tersebut dan gunakan hasil dari Kegiatan 3 untuk menentukan rumus menghitung volume bola.

$$
\begin{aligned}
V_{\text{bola}} &= \frac{2}{3} \times V_{\text{tabung}} \\
&= \frac{2}{3} \times \pi r^2 (2r) \\
&= \frac{4}{3} \times \pi r^3
\end{aligned}
$$

Penutup

1. Guru membimbing siswa untuk menarik kesimpulan berdasarkan Kegiatan 1 dan 2 yang telah dilakukan.
2. Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya dan mengemukakan pendapatnya.
3. Setiap kelompok diberikan perolehan penghargaan berkaitan dengan aktivitas kelompok.
4. Guru memberikan pendampingan kepada siswa yang masih kurang mampu memahami materi.
5. Guru menginformasikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan berikutnya.
6. Guru menugaskan siswa untuk mempelajari materi berikutnya.
7. Guru memberi PR mengerjakan beberapa soal dari Latihan 5.3.

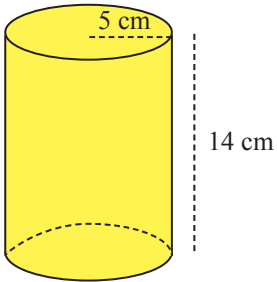
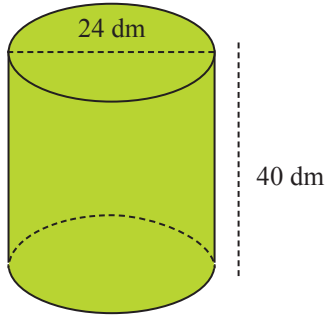
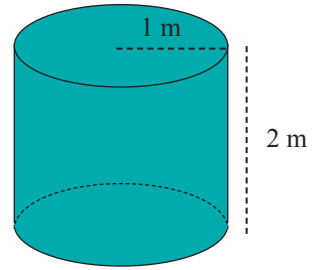
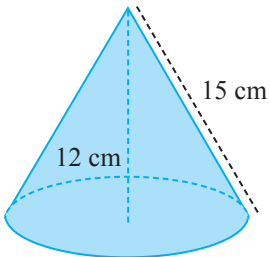
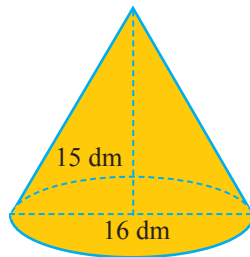
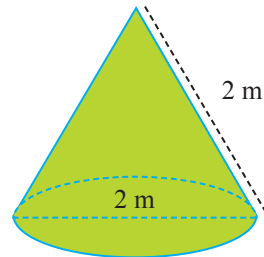
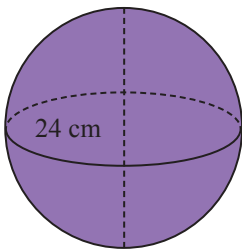
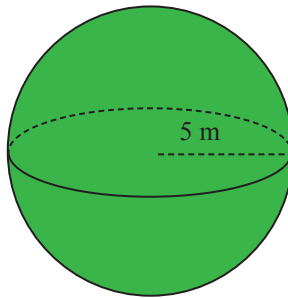
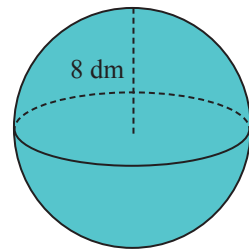
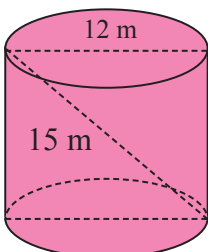
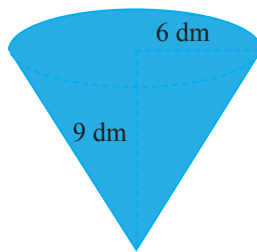
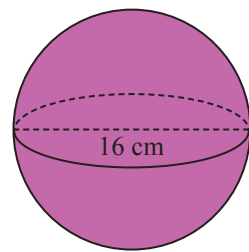
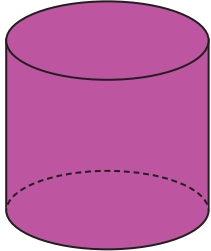
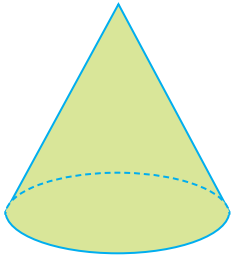
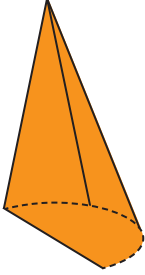
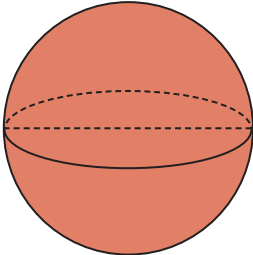
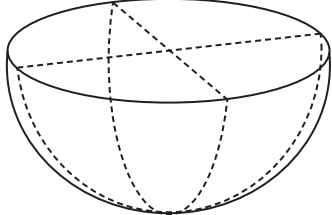
Materi Bagian IV. Uji Kompetensi (1 TM)

Pertemuan 1 (2 JP)

Pendahuluan

1. Guru mereview kembali materi yang telah diajarkan pada 6 pertemuan sebelumnya.
2. Guru menyampaikan kepada siswa tujuan pembelajaran yaitu:
   - Menguji pemahaman siswa mengenai luas permukaan tabung, kerucut dan bola.
   - Menguji pemahaman siswa mengenai volume tabung, kerucut dan bola.
   - Menghitung luas permukaan dari bangun ruang gabungan dari tabung, bola dan kerucut.
   - Menghitung volume dari bangun ruang gabungan dari tabung, bola dan kerucut.
   - Menyelesaikan permasalahan yang berhubungan dengan bangun ruang sisi lengkung.
   - Menyelesaikan kesebangunan bangun ruang sisi lengkung.

Uji Kompetensi 5 Bangun Ruang Sisi Lengkung

Untuk Soal 1 - 2 perhatikan gambar-gambar di bawah ini.

1. Tentukan luas permukaan tiap-tiap bangun.
2. Tentukan volume tiap-tiap bangun.

Untuk Soal 3 - 6 perhatikan tabel di bawah ini.

Tabung	Setengah Tabung
Luas Permukaan = $2\pi r(r + t)$ Volume = $\pi r^2 t$	Luas Permukaan = ...? Volume = ...?
Kerucut	**Setengah Kerucut**
Luas Permukaan = $2\pi r(r + t)$ Volume = $\pi r^2 t$	Luas Permukaan = ...? Volume = ...?
Bola	**Setengah Bola**
Luas Permukaan = $2\pi r(r + t)$ Volume = $\pi r^2 t$	Luas Permukaan = ...? Volume = ...?

3. Tentukan rumus luas permukaan bangun-bangun pada tabel di atas.

4. Dari jawaban Soal nomor 3 bandingkan dengan rumus bangun-bangun pada sebelah kiri.

   a. Apakah luas permukaan bangun sebelah kanan **selalu sama dengan setengah kali** luas permukaan bangun sebelah kiri?

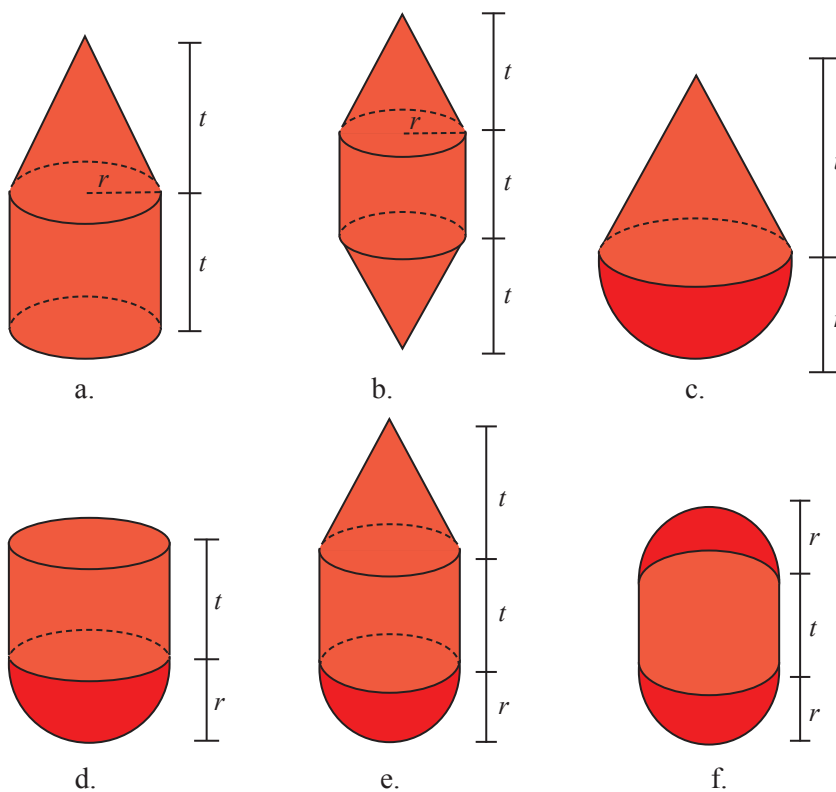
   b. Kesimpulan apa yang dapat kamu peroleh dari jabawan 4a?

5. Tentukan rumus volume bangun-bangun pada tabel di atas.

6. Kemudian bandingkan jawabanmu dengan rumus bangun-bangun pada sebelah kiri.

   a. Apakah volume bangun sebelah kanan **selalu sama dengan setengah kali** volume bangun sebelah kiri?

   b. Kesimpulan apa yang dapat kamu peroleh dari jabawan 6a?

Untuk Soal nomor 7 perhatikan bangun-bangun di bawah ini.

7. Tentukan luas permukaan dan volume tiap-tiap bangun.

Untuk Soal nomor 8-11 perhatikan kalimat di bawah ini.

Bernalar. Suatu perusahaan cokelat memproduksi tiga macam cokelat yang berbentuk tabung, kerucut dan bola. Misalkan jari-jarinya adalah r dan tinggi t. Perusahaan tersebut menginginkan kertas pembungkus cokelat tersebut memiliki luas yang sama satu dengan yang lainnya. Misalkan

T = Luas kertas pembungkus cokelat bentuk tabung.

K = Luas kertas pembungkus cokelat bentuk kerucut.

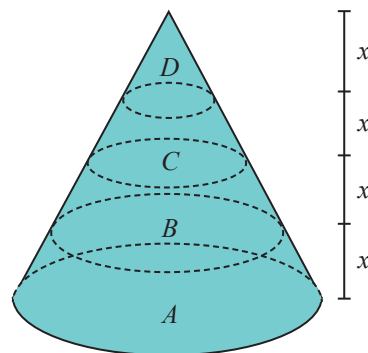
B = Luas kertas pembungkus cokelat bentuk bola.

8. Apakah mungkin $T = K$? Jika ya, tentukan perbandingan $r : t$.

9. Apakah mungkin $T = B$? Jika ya, tentukan perbandingan $r : t$.

10. Apakah mungkin $K = B$? Jika ya, tentukan perbandingan $r : t$.

11. Apakah mungkin $T = K = B$? Kemukakan alasanmu.

12. Gambar di samping merupakan cokelat berbentuk kerucut yang dibagi menjadi empat bagian, A, B, C dan D. Tinggi tiap-tiap bagian adalah x.

   a. Tentukan perbandingan luas permukaan A dengan luas permukaan B.

   b. Tentukan perbandingan luas permukaan B dengan luas permukaan C.

   c. Tentukan perbandingan luas permukaan C dengan luas permukaan D.

   (**Catatan:** Gunakan prinsip kesebangunan.)

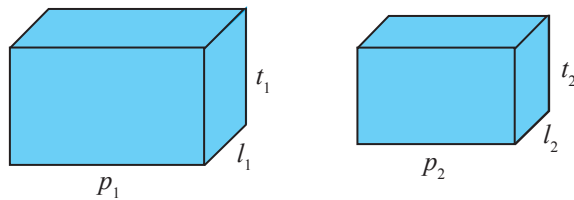
13. Perhatikan kembali gambar pada Soal nomor 12.

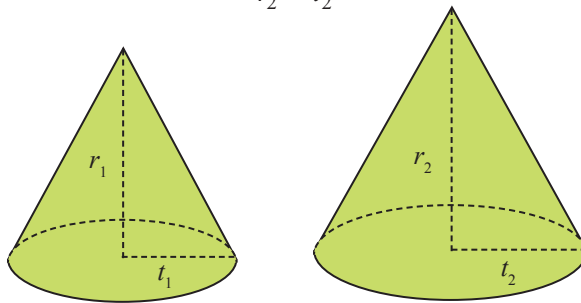
   a. Tentukan perbandingan volume A dengan volume B.

   b. Tentukan perbandingan volume B dengan volume C.

   c. Tentukan perbandingan volume C dengan volume D.

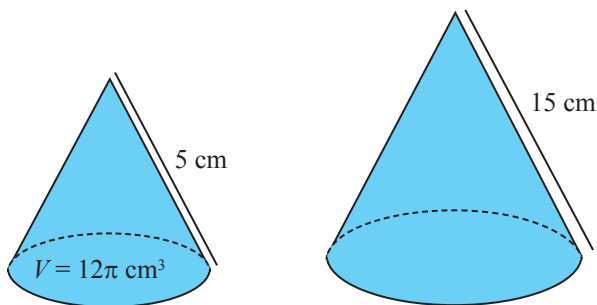
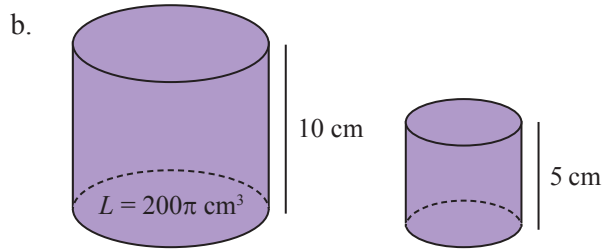
Kesebangunan bangun ruang. Dua bangun ruang dikatakan sebangun jika perbandingan panjang setiap parameternya adalah sama. Sebagai contoh, dua balok di bawah adalah sebangun jika memenuhi

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{l_1}{l_2} = \frac{t_1}{t_2}$$

Dua kerucut dikatakan sebangun jika perbandingan jari-jari sama dengan perbandingan tinggi. Begitu juga dengan dua tabung.

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{t_1}{t_2}$$

Karena bola hanya mempunyai satu parameter, yakni jari-jari, **setiap dua bola adalah sebangun**.

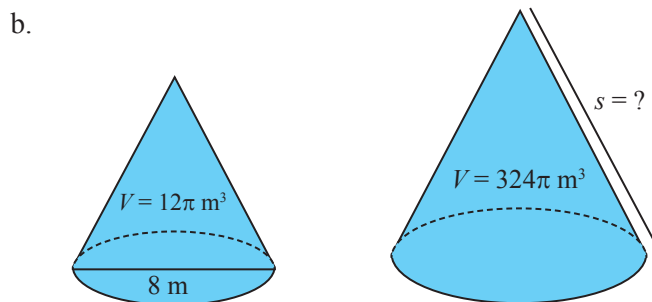
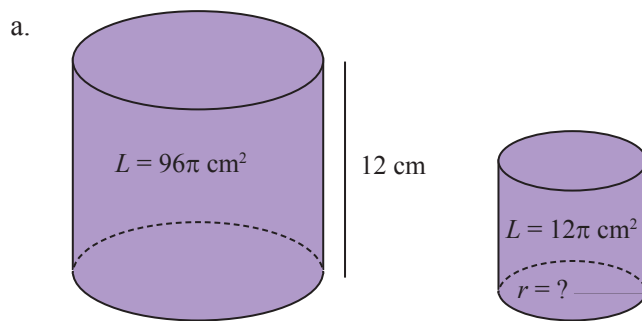
14. Untuk tiap pasangan bangun ruang yang sebangun, hitung volume yang belum diketahui.

    a.

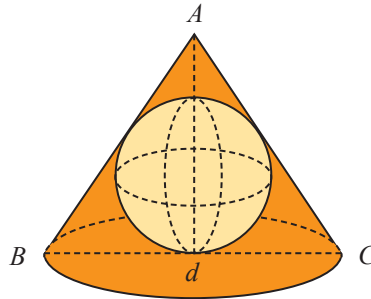
b.

c. Dari jawaban 14a dan 14b, kesimpulan apa yang dapat diperoleh?

15. Untuk tiap pasangan bangun ruang yang sebangun, hitung panjang yang ditanyakan

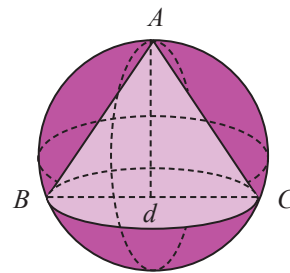
a.

b.

c. Dari jawaban 15a dan 15b, kesimpulan apa yang dapat diperoleh?

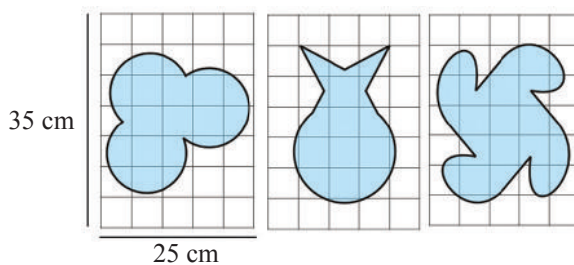
16. **Bola di dalam kerucut**.

Gambar di samping merupakan suatu kerucut dengan $AB = AC = BC = d$. Dalam kerucut tersebut terdapat suatu bola yang menyinggung selimut dan alas kerucut. Tentukan volume bola tersebut.

Petunjuk: tentukan jari-jari bola terlebih dahulu.

17. **Kerucut di dalam bola**.

Gambar di samping merupakan suatu kerucut dengan $AB = AC = BC = d$. Kerucut tersebut di dalam bola. Titik puncak dan alas kerucut tersebut menyentuh bola. Tentukan volume bola tersebut.

Petunjuk: tentukan jari-jari bola terlebih dahulu.

18. Budi mengecat tong sebanyak 14 buah. Tong tersebut berbentuk tabung terbuka dengan jari-jari 50 cm dan tinggi 1 m. Satu kaleng cat yang digunakan hanya cukup mengecat seluas 1 m^2. Tentukan berapa banyak kaleng cat yang dibutuhkan untuk mengecat semua tong. Gunakan $\pi = \frac{22}{7}$.

19. Gambar di bawah ini merupakan 3 macam desain kolam renang. Skala yang digunakan adalah 1 : 200.

a. Perkirakan/taksir luas bangun pada tiap-tiap desain. Nyatakan jawabanmu dalam satuan cm^2.

b. Jika ketinggian kolam renang adalah 2 m, maka tentukan volume tiap-tiap desain kolam renang. Nyatakan jawabanmu dalan satuan m^3.

20. **Globe**. Globe merupakan tiruan bumi yang berbentuk bola. Terdapat suatu globe dengan diameter 30 cm. Jika skala pada globe tersebut adalah 1 : 20.000.000, tentukan luas permukaan bumi.

    Gunakan $\pi = 3{,}14$ dan nyatakan jawabanmu dalam satuan km^2.

G. Penilaian

1. Jenis/teknik penilaian: tes tertulis, pengamatan sikap, dan keterampilan.
2. Bentuk instrumen dan instrumen: lembar tes tertulis berbentuk essay dengan soal-soal yang dapat diambil di buku siswa atau dikembangkan oleh guru sendiri. **Sikap** dan **Keterampilan** siswa dapat dinilai oleh guru selama proses pembelajaran, dengan menggunakan format-format seperti dicontohkan pada buku guru ini atau dikembangkan sendiri oleh guru, disesuaikan dengan sikap dan keterampilan yang dinilai.

No.	KD	Indikator Pencapaian Kompetensi		Teknik Penilaian
1.	3.7	3.7.1	Mengetahui definisi tabung, kerucut dan bola.	Tes Tulis
		3.7.2	Mengetahui jaring-jaring tabung dan kerucut.	Tes Tulis
		3.7.3	Menentukan rumus luas permukaan tabung, kerucut dan bola.	Tes Tulis
		3.7.4	Menentukan rumus volume tabung, kerucut dan bola.	Tes Tulis
2.	4.7	4.7.1	Menentukan luas permukaan dari gabungan beberapa bangun ruang sisi lengkung.	Tes Tulis
		4.7.2	Menentukan volume dari gabungan beberapa bangun ruang sisi lengkung.	Tes Tulis
		4.7.3	Menyelesaikan masalah sehari-hari berdasarkan hasil pengamatan yang terkait.	Tes Tulis

No.	KD	Indikator Pencapaian Kompetensi		Teknik Penilaian
2.	4.7	4.7.4	Menyelesaikan masalah sehari-hari berdasarkan hasil pengamatan yang berkaitan dengan luas permukaan dan volume bangun ruang sisi lengkung serta gabungan beberapa bangun ruang sisi lengkung.	Tes Tulis dan Tes Unjuk Kerja

H. Remidial dan Pengayaan

Pada akhir bab siswa diberi tes. Hasil tes dianalisis untuk mengetahui ketercapaian ketercapaian KKM, serta mengidentifkasi indikator-indikator mana yang belum dicapai siswa atau materi-materi yang belum dikuasai oleh siswa. Bagi siswa yang belum mencapai KKM diberi remidial yaitu mempelajari kembali materi yang belum dikuasai dengan dibimbing guru. Pelaksanaan remidial dapat dilakukan satu minggu setelah tes akhir bab dijadwalkan pada waktu tertentu misalnya setelah jam sekolah berakhir selama 60 menit.

Bagi siswa yang sudah memenuhi KKM namun masih belum memasuki bab berikutnya, maka diberi program pengayaan misalnya melalui program pemberian tugas yang menantang (*challenge*). Pelaksanaan program pengayaan dan remidial dapat dilaksanaan dalam waktu yang bersamaan.

I. Interaksi dengan Orang Tua Siswa

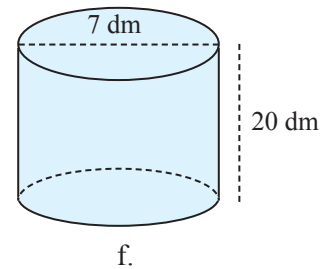
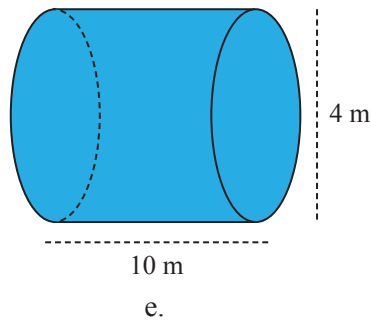
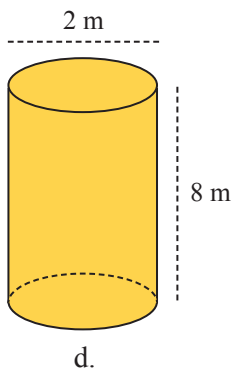
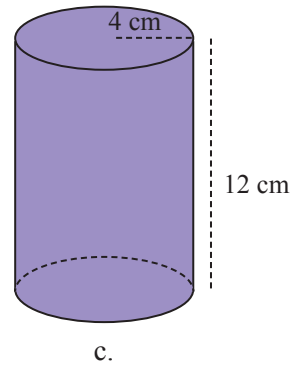
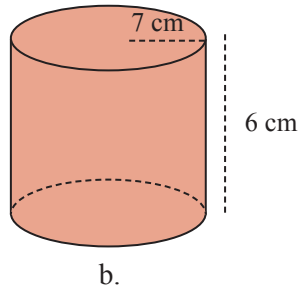
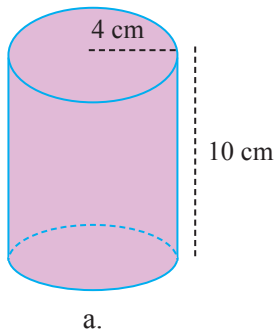
Komunikasi dengan orang tua dapat menggunakan buku penghubung yang memfasilitasi komunikasi yang baik antara sekolah/guru dengan orang tua siswa. Buku penghubung ini juga bermanfaat membangun kerjasama pihak sekolah dengan orang tua dalam membantu keberhasilan siswa. Buku penghubung ini memuat hari/ tanggal, mata pelajaran, pokok bahasan/sub pokok bahasan, bentuk tugas, tanda tangan orang tua.

Contoh lembar Monitoring Orang Tua

Hari/ Tanggal	Mata Pelajaran	Materi/ Pokok Bahasan	Bentuk Tugas	Tanda Tangan Orang Tua	Tanda Tangan Guru

J. Kunci Jawaban

Latihan 5.1 Tabung

1. Hitung luas permukaan dan volume dari bangun tabung berikut ini:

Jawaban:

a. Luas = 112π cm^2

Volume = 160π cm^3

b. Luas = 182π cm^2

Volume = 294π cm^3

c. Luas = 56π cm^2

Volume = 48π cm^3

d. Luas = 18π m^2

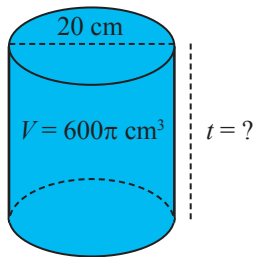
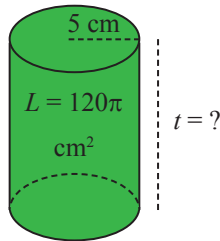
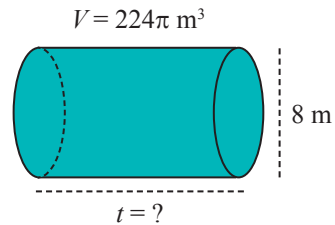
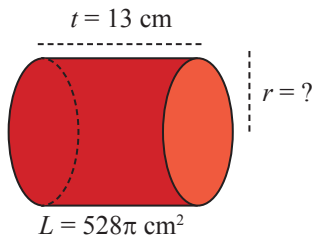
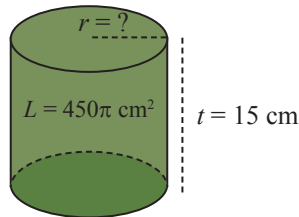
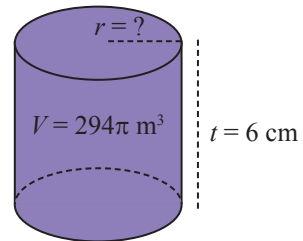
Volume = 8π m^3

e. Luas = 24π m^2

Volume = 40π m^3

f. Luas = $164,5\pi$ dm^2

Volume = 245π dm^3

2. Tentukan panjang dari unsur tabung yang ditanyakan.

Ket: V = volume tabung, L = luas permukaan tabung, r = jari-jari tabung,

t = tinggi tabung.

Jawaban:

a. t = 6 cm

b. t = 7 cm

c. t = 14 m

d. r = 11 cm

e. r = 15 cm

f. r = 7 m

3. **Berpikir Kritis**. Terdapat suatu tabung dengan jari-jari r cm dan tinggi tabung t cm, dimana $r < t$. Misalkan tabung tersebut memiliki volume V cm^3 dan luas permukaan L cm^2. Apakah mungkin $V = L$?

   Jika ya, tentukan nilai $\frac{1}{r} + \frac{1}{t}$.

   Jawaban:

   Rumus luas permukaan tabung = $2\pi r(r + t)$

   Rumus volume tabung = $\pi r^2 t$

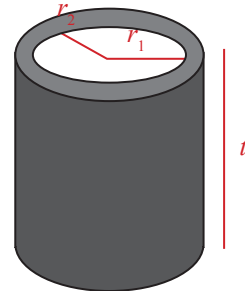
   Diperoleh

$$2\pi r(r + t) = \pi r^2 t$$

$$2(r + t) = rt$$

$$\frac{r+t}{rt} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{r} + \frac{1}{t} = \frac{1}{2}$$

4. **Tantangan**. Gambar di samping merupakan suatu magnet silinder. Alas dari magnet tersebut dibentuk dari dua lingkaran yang sepusat. Lingkaran yang lebih kecil memiliki jari-jari r_1 = 4 cm, sedangkan lingkaran yang lebih besar memiliki jari-jari r_2 = 6 cm. Tinggi dari magnet adalah t = 10 cm.

   Tentukan: a. Luas permukaan magnet.

   b. Volume magnet.

   Jawaban:

   a. Luas permukaan = 2 × luas alas + luas selimut dalam + luas selimut luar

   $= 2(\pi(r_2)^2 - \pi(r_1)^2) + 2\pi r_1 t + 2\pi r_2 t$

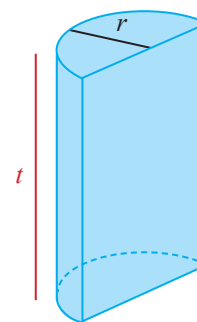
   $= 2(\pi(6)^2 - \pi(4)^2) + 2\pi(4)(10) + 2\pi(6)(10)$

   $= 40\pi + 80\pi + 120\pi$

   $= 240\pi$ cm^2

   b. Volume = volume tabung besar – volume tabung kecil

   $= \pi(r_2)^2 t - \pi(r_1)^2 t = \pi(6)^2(10) - \pi(4)^2(10) = 200\pi$ cm^3

5. **Irisan Tabung**. Misalkan terdapat suatu tabung dengan jari-jari r cm dan panjang t cm. Kemudian tabung tersebut dijadikan irisan tabung dengan memotong tabung tersebut menjadi dua bagian yang sama persis dari atas ke bawah. Tentukan rumus untuk menghitung luas irisan tabung tersebut.

Jawaban:

Petunjuk: Hitung semua luas permukaannya.

$$L = \pi r(r + t) + 2rt$$

6. **Tandon Bocor**. Terdapat suatu tandon yang berbentuk tabung dengan jari-jari 50 cm tinggi 2 m. Tandon tersebut berisi air sebanyak ¾ dari volume total. Terdapat lubang kecil di dasar tandon tersebut yang menyebabkan air mengalir keluar dengan kecepatan 50 cm^3/detik. Air pada tandon tersebut akan habis setelah ... detik? (anggap $\pi = 3{,}14$).

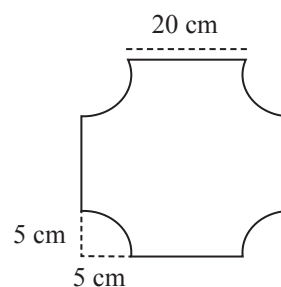
Jawaban:

Volume air $= \frac{3}{4}\pi(50)^2(200) = \frac{3}{4}(3{,}14)(50)^2(200)$

Waktu yang dibutuhkan $= \dfrac{\text{Volume}}{\text{Kecepatan}} = \dfrac{3(3{,}14)(50)^2\,(200)}{4(500)} = 2.355$ detik

7. Pondasi rumah. Alas dari pondasi rumah pak Ahmad berbentuk seperti gambar di samping. Jika tinggi pondasi adalah 2 m maka:

   a. tentukan luas permukaan pondasi,

   b. tentukan volume pondasi.

Jawaban:

Petunjuk: Hitung terlebih dahulu luas dari alas pondasi.

Ubah satuan ke cm.

Luas alas $= 30 \times 30 - \pi(5)^2 = (900 - 25\pi)$ cm^2

Volume $=$ Luas alas $\times$ tinggi

$= (900 - 25\pi) \times 200 = 180000 - 500\pi$ cm^3

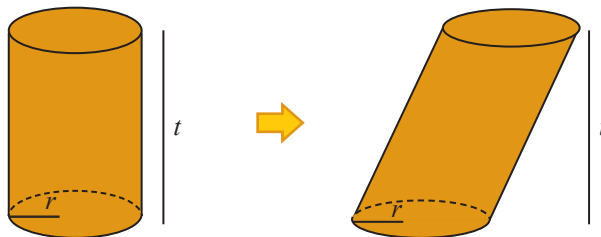
8. **Analisis Kesalahan**. Rudi menghitung volume tabung dengan diameter 5 cm dan tinggi 12 cm. Rudi menghitung

$$V = (12)^2\,(5) = 720$$

Sehingga diperoleh volume tabung adalah 720 cm^3. Tentukan kesalahan yang dilakukan Budi.

Jawaban:

Budi salah menggunakan rumus, seharusnya $V = \pi r^2 t$. Selain itu Budi tertukar ketika mensubstitusikan nilai r dan t

9. **Tabung miring**. Pada gambar di bawah terdapat dua buah bangun sisi lengkung. Sebelah kiri merupakan tabung dengan jari-jari r dan tinggi t. Sebelah kanan merupakan bangun ruang sisi lengkung yang diperoleh dari tabung sebelah kiri dengan menggeser tutup ke sebelah kanan, selanjutnya disebut dengan ***tabung miring***. Tabung miring tersebut memiliki jari-jari r dan tinggi t.

a. Tentukan suatu metode untuk mendapatkan rumus dari volume tabung miring tersebut.

b. Apakah volume rumus tabung miring sama dengan volume tabung? Jelaskan analisismu.

Jawaban:

a. Salah satu metode adalah dengan membuat tumpukan koin yang membentuk tabung miring.

b. Sama, karena kaidah volume adalah luas alas dikalikan dengan tinggi. Dengan merubah tabung menjadi tabung miring tidak merubah alas dan tingginya, sehingga tidak terjadi perubahan volume.

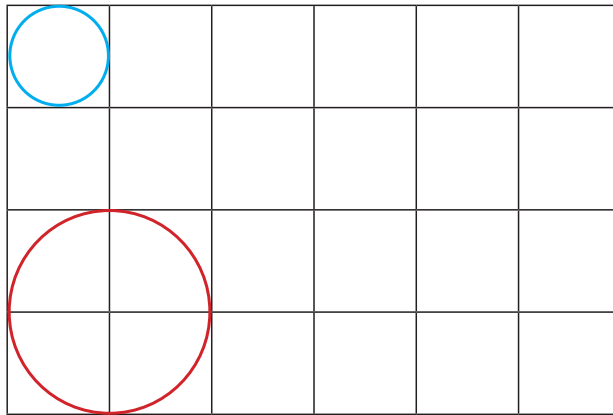
10. **Kaleng susu**. Suatu perusahaan susu memiliki kotak susu ukuran 40 cm × 60 cm × 20 cm. Kapasitas maksimal kotak tersebut adalah 48 kaleng susu. Jari-jari kaleng susu adalah *r* cm dan tingginya *t* cm. Perusahaan tersebut membuat peraturan:

    i. Nilai *r* dan t harus bilangan bulat.

    ii. Luas permukaan kaleng tersebut harus seminimal mungkin.

    Tentukan nilai *r* dan *t*.

    Jawaban:

    Perhatikan gambar di bawah ini.

Gambar di atas merupakan alas kotak susu dengan ukuran 40 cm × 60 cm, tiap-tiap persegi kecil berukuran 10 cm × 10 cm. Siswa dapat membuat lingkaran dengan jari-jari 5 cm (warna biru) atau dengan jari-jari 10 cm (warna merah).

- Ketika $r = 5$ cm, diperoleh 24 lingkaran. Karena kapasitas kotak tersebut adalah 48 kaleng susu, maka tinggi kaleng susu adalah $t = 20 \times (\frac{24}{48}) = 10$.

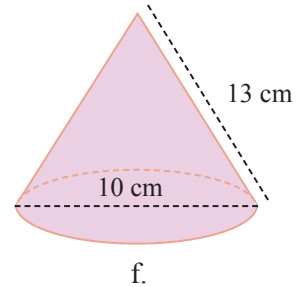
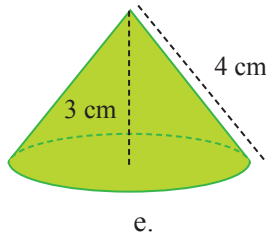
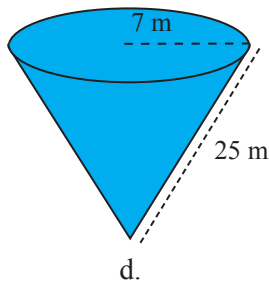
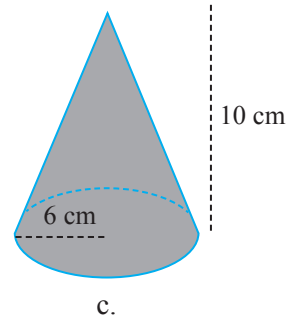
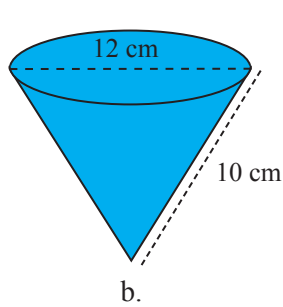
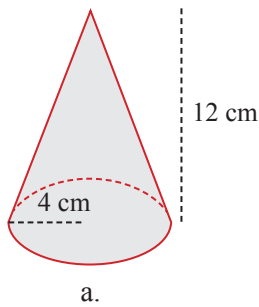
  Diperoleh luas permukaan kaleng = $2\pi r(r + t) = 2\pi(5)(5 + 10) = 150\pi$

- Ketika $r = 10$ cm, diperoleh 12 lingkaran. Karena kapasitas kotak tersebut adalah 48 kaleng susu, maka tinggi kaleng susu adalah $t = 20 \times (\frac{12}{48}) = 5$.

  Diperoleh luas permukaan kaleng = $2\pi r(r + t) = 2\pi(10)(10 + 5) = 300\pi$

  Luas permukaannya minimal saat $r = 5$ cm, $t = 10$ cm.

Latihan 5.2 Kerucut

1. Tentukan luas permukaan dan volume dari bangun kerucut berikut.

Jawaban:

a. luas = $16(1 + \sqrt{10})\pi$ cm^2

   volume = 64π cm^3

b. luas = 96π cm^2

   volume = 96π cm^3

c. luas = $12(3 + \sqrt{34})\pi$ cm^2

   volume = 120π cm^3

d. luas = 224π cm^2

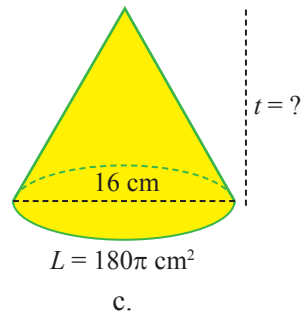
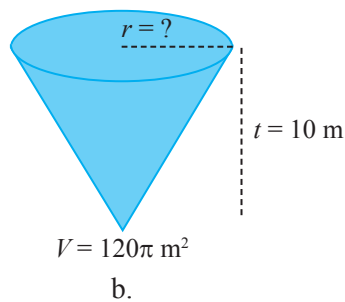
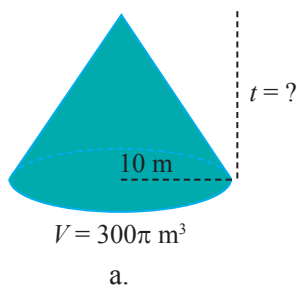
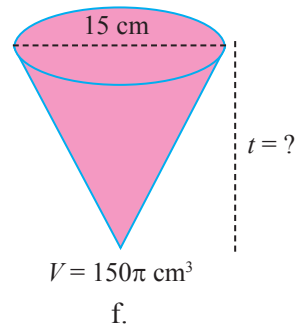
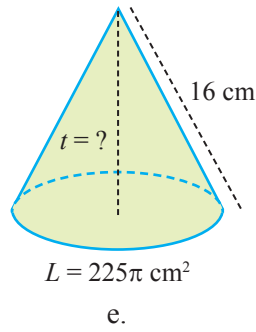
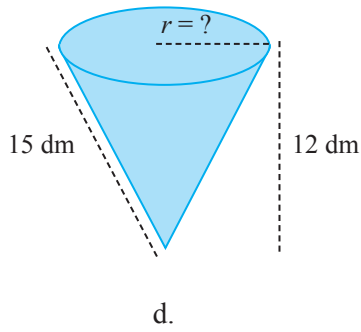
   volume = 392π cm^3

e. luas = $\sqrt{7}(\sqrt{7} + 4)\pi$ cm^2

   volume = 7π cm^3

f. luas = 90π cm^2

   volume = 100π cm^3

2. Tentukan panjang dari unsur kerucut yang ditanyakan.

Jawaban:

a. $t = 9$ m
b. $r = 6$ m
c. $t = 6$ cm
d. $r = 9$ dm
e. $t = \sqrt{175}$ cm
f. $t = 8$ cm

3. **Tumpeng**. Pada suatu hari Pak Budi melakukan syukuran rumah baru. Pak Budi memesan suatu tumpeng. Tumpeng tersebut memiliki diameter 36 cm dan tinggi 24 cm. Namun, diawal acara Pak Budi memotong bagian atas tumpeng tersebut secara mendatar setinggi 8 cm.

Berapakah luas permukaan dan volume dari tumpeng yang tersisa?

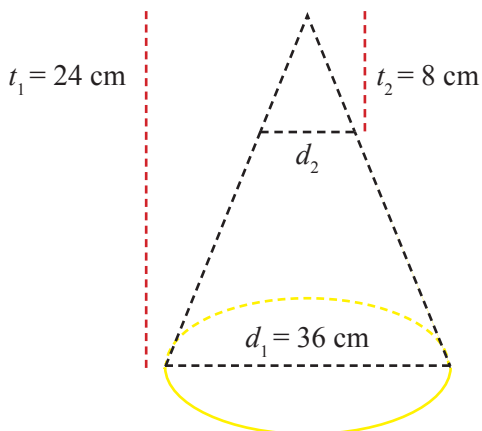
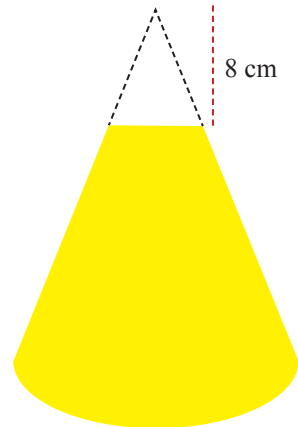
Penyelesaian:

Perhatikan gambar di bawah ini

$t_1 = 24$ cm

$t_2 = 8$ cm

d_2

$d_1 = 36$ cm

Petunjuk: Bagian atas tumpeng yang dipotong juga berbentuk kerucut.

Berdasarkan kesebangunan: $d_2 = 36 \times \frac{8}{24} = 12$

$s_1 = \sqrt{(r_1)^2 + (t_1)^2} = \sqrt{18^2 + 24^2} = 30$

$s_2 = \sqrt{(r_2)^2 + (t_2)^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 10$

Luas permukaan = luas alas tumpeng + luas alas potongan + luas selimut tumpeng – luas selimut potongan

$= \pi(18)^2 + \pi(6)^2 + \pi(18)(18 + 30) - \pi(6)(6 + 10)$

$= 324\pi + 36\pi + 864\pi - 96\pi$

$= 1.128\pi \text{ cm}^2$

Volume sisa = volume tumpeng – volume potongan

$= \frac{1}{3}\pi(18)^2 \times (24) - \frac{1}{3}\pi(6)2 \times 8 = 2592\pi - 96\pi = 2.496\pi \text{ cm}^3$

4. Suatu kerucut memiliki jari-jari 6 cm dan tinggi t cm. Jika luas permukaan kerucut adalah A cm² dan volume kerucut adalah A cm³ maka tentukan:
   a. nilai dari t,
   b. nilai dari A.

Penyelesaian:

a. Luas permukaan kerucut = $\pi(6)(6 + \sqrt{6^2 + t^2})$

Volume kerucut = $\frac{1}{3}\pi(6)^2 t$

$\pi(6)(\sqrt{6^2 + t^2}) = \frac{1}{3}\pi(6)^2 t$

$(6 + \sqrt{6^2 + t^2}) = 2t$

$\sqrt{6^2 + t^2} = 2t - 6$

Kedua ruas dikuadratkan

$36 + t^2 = 4t^2 - 24t + 36$

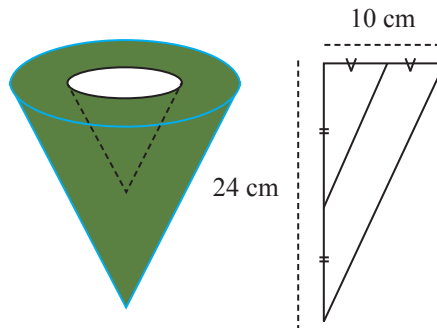
$0 = 3t^2 - 24t$

$0 = 3t(t - 8)$

Diperoleh $t = 8$ (karena t tidak boleh bernilai 0).

b. Luas permukaan kerucut $= \pi(6)(6 + \sqrt{6^2 + t^2}) = \pi(6)(6 + \sqrt{6^2 + 8^2}) = 96\pi$ cm^2

Diperoleh $A = 96$.

5. Terdapat suatu bangun ruang yang diperoleh dari dua kerucut yang sepusat. Kerucut yang lebih besar memiliki jari-jari 10 cm dan tinggi 24 cm. Jari-jari kerucut kecil adalah ½ jari-jari kerucut besar. Tinggi kerucut kecil adalah ½ tinggi kerucut besar (lihat gambar di bawah)

Tentukan: a. luas permukaan,

b. volume.

Penyelesaian:

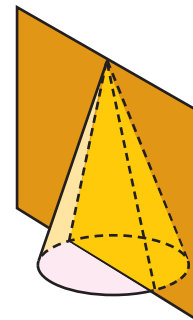
a. Luas permukaan $= \pi(10)^2 - \pi(5)^2 + \pi(10)(10 + 26) + \pi(5)(5 + 13)$

$= 100\pi - 25\pi + 360\pi + 90\pi$

$= 525\pi$ cm^2

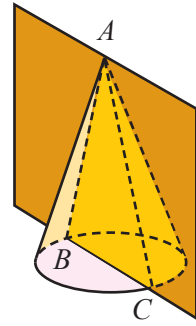
b. Volume $= \frac{1}{3}\pi(10)^2 \times 24 - \frac{1}{3}\pi(5)^2 \times 12$

$= 800\pi - 100\pi = 700\pi$ cm^3

6. **Irisan Kerucut**. Misalkan terdapat suatu kerucut dengan dengan jari-jari r cm dan panjang t cm. Kemudian kerucut tersebut dijadikan irisan kerucut dengan memotong kerucut tersebut menjadi dua bagian dari atas ke bawah (lihat gambar di samping). Tentukan rumus untuk menghitung luas irisan kerucut tersebut.

Jawaban:

Perhatikan gambar di samping

$$L = \frac{1}{2} \times \text{luas permukaan kerucut} + \text{luas segitia } ABC$$

$$= \frac{1}{2}\pi r(r + \sqrt{r^2 + t^2}) + rt$$

7. **Analisis Kesalahan**. Budi menghitung volume kerucut dengan diameter 10 cm dan tinggi 12 cm. Budi menghitung

$$V = \frac{1}{3}\mathbf{(12)^2\ (10) = 480}$$

Sehingga diperoleh volume kerucut adalah 480 cm^3. Tentukan kesalahan yang dilakukan Budi.

Jawaban:

Budi salah mensubstitusikan nilai r dan t, selain itu jari-jarinya adalah $\frac{10}{2} = 5$ cm.

8. Dari kertas karton ukuran 1 m × 1 m Lisa akan membuat jaring-jaring kerucut dengan jari-jari r cm dan tinggi t cm.

   a. Apakah Lisa bisa membuat jaring-jaring tersebut jika $r = 40$ cm dan $t = 30$ cm? Kemukakan alasanmu.

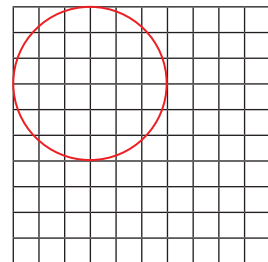
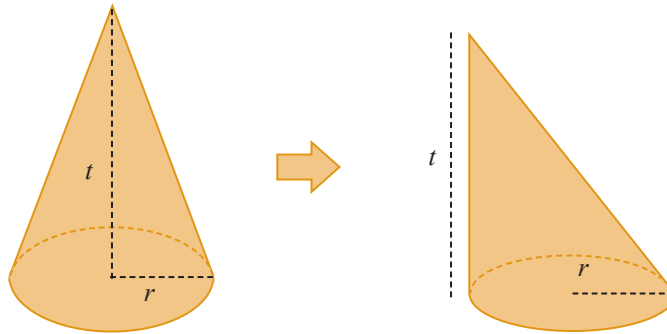
   b. Apakah Lisa bisa membuat jaring-jaring tersebut jika $r = 30$ cm dan $t = 40$ cm? Kemukakan alasanmu.

Penyelesaian:

a. Luas kertas karton = 1 m^2 = 10.000 cm^2

   Tidak bisa, dikarenakan luas jaring-jaring kerucut = $\pi(40)(40 + 50)$ = 3.600π cm^2 > 10.000 cm^2

b. Perhatikan gambar di samping ini.

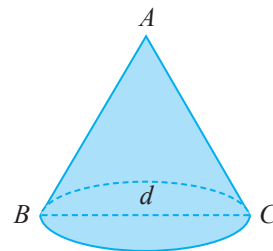
   Dari gambar di samping dapat dipastikan bahwa tidak mungkin dapat menggambar suatu juring dengan jari-jari 50 cm dan menempel lingkaran merah.

9. **Kerucut miring**. Pada gambar di bawah terdapat dua buah bangun sisi lengkung. Gambar sebelah kiri merupakan kerucut dengan jari-jari r dan tinggi t. Gambar sebelah kanan merupakan bangun ruang sisi lengkung yang diperoleh dari kerucut sebelah kiri dengan menggeser alasnya ke sebelah kanan, selanjutnya disebut dengan ***kerucut miring***. Kerucut miring tersebut memiliki jari-jari r dan tinggi t.

a. Tentukan suatu metode untuk mendapatkan rumus dari volume kerucut miring tersebut.

b. Apakah volume rumus kerucut miring sama dengan volume kerucut? Jelaskan analisismu.

Jawaban:

a. Salah satu metode adalah dengan membuat tumpukan koin yang membentuk kerucut miring.

b. Sama, karena kaidah volume adalah luas alas dikalikan dengan tinggi. Dengan mengubah kerucut menjadi kerucut miring tidak mengubah alas dan tingginya, sehingga tidak terjadi perubahan volume.

10. Perhatikan kerucut di samping. Jika segitiga ABC merupakan segitiga sama sisi dengan panjang sisi d cm, tentukan luas permukaan dan volume kerucut.

Jawaban:

Hint: $r = \frac{d}{2}, s = d, t = \sqrt{s^2 - r^2} = \sqrt{d^2 - \frac{d^2}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{3}\, d$

Luas permukaan $= \pi r(r + s)$

$= \pi(\frac{d}{2})(\frac{d}{2} + d)$

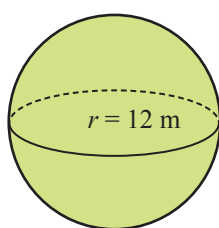
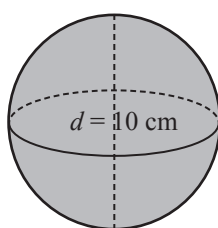
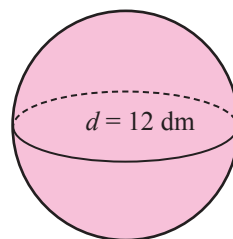
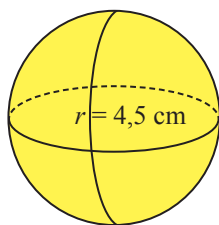
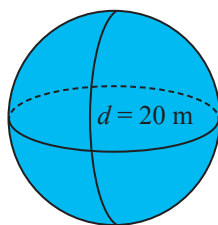
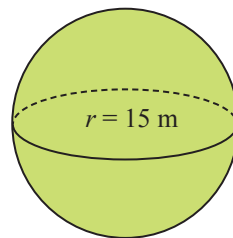
$= \frac{3}{4} d^2\pi \text{ cm}^2$

$$\text{Volume} = \frac{1}{3}\pi r^2 t$$

$$= \frac{1}{3}\pi(\frac{d}{2})^2 \times \frac{1}{2}\sqrt{3}\, d$$

$$= \frac{1}{24}\sqrt{3}\, d^3 \text{ cm}^3$$

Latihan 5.3 Bola

1. Tentukan luas permukaan dan volume bangun bola berikut.

Jawaban:

Gunakan rumus luas permukaan dan volume bola. Jika diketahui diameter ubah menjadi jari-jari.

a. Luas = 576π m²

Volume = 2304π m³

b. Luas = 100π cm²

Volume = $\frac{500}{3}\pi$ cm³

c. Luas = 144π dm²

Volume = 288π dm³

d. Luas = 81π cm²

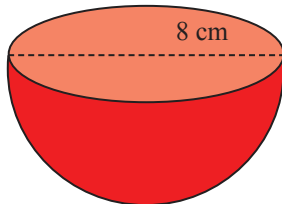
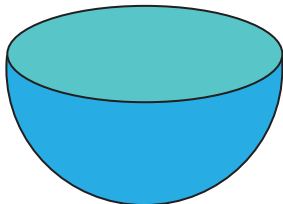
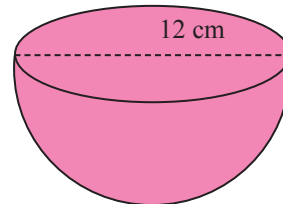
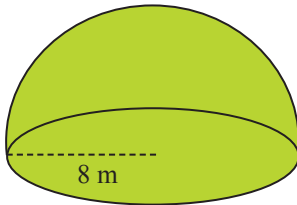
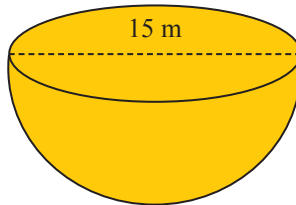
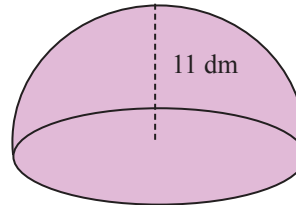
Volume = $\frac{243}{2}\pi$ m³

e. Luas = 400π m^2

Volume = $\frac{4.000}{3}\pi$ m^3

f. Luas = 900π m^2

Volume = 4.500π m^3

2. Berapakah luas permukaan bangun setengah bola tertutup berikut?

Jawaban:

a. Luas = 48π cm^2

Volume = $\frac{128}{3}\pi$ cm^3

b. Luas = 432π cm^2

Volume = 1.152π cm^3

c. Luas = 108π cm^2

Volume = 144π cm^3

d. Luas = 192π m^2

Volume = $\frac{1.024}{3}\pi$ m^3

e. Luas = $\frac{675}{4}\pi$ m^2

Volume = $\frac{1.125}{4}\pi$ m^3

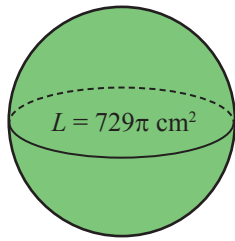
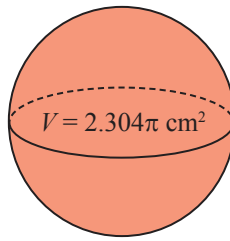
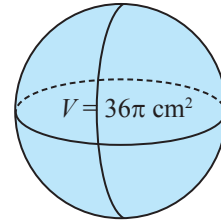
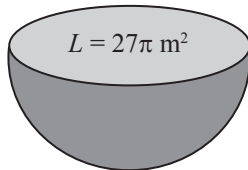
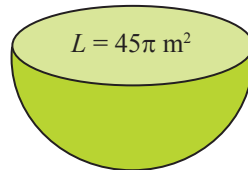
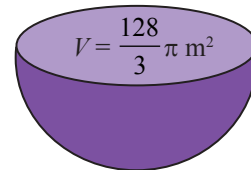
f. Luas = 363π dm^2

Volume = $\frac{2.662}{3}\pi$ dm^3

3. Dari soal-soal nomor 2 tentukan rumus untuk menghitung luas permukaan setengah bola tertutup.

Jawaban:

L = ½ luas permukaan bola + luas lingkaran = $\frac{1}{2} \times 4\pi r^2 + \pi r^2 = 3\pi r^2$

4. Tentukan jari-jari dari bola dan setengah bola tertutup berikut.

Jawaban:

a. $r = \frac{27}{2}$ cm d. $r = 3$ m

b. $r = 12$ cm e. $r = \sqrt{15}$ m

c. $r = 3$ m f. $r = 8$ m

5. **Berpikir kritis**.Terdapat suatu bola dengan jari-jari r cm. Jika luas permukaan bola tersebut adalah A cm^2 dan volume bola tersebut adalah A cm^3, tentukan:

a. nilai r

b. nilai A

Jawaban:

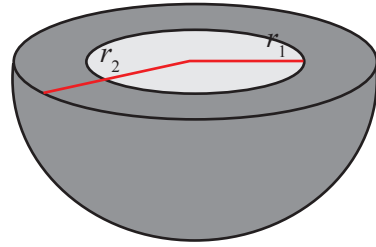
a. Luas permukaan = $4\pi r^2$

Volume = $\frac{4}{3}\pi r^3$

$4\pi r^2 = \frac{4}{3}\pi r^3$

$3 = r$

b. Luas permukaan = $4\pi r^2 = 4\pi(3)^2 = 36\pi$

6. Bangun di samping dibentuk dari dua setengah bola yang sepusat. Setengah bola yang lebih kecil memiliki jari-jari r_1 = 4 cm sedangkan yang lebih besar memiliki jari-jari r_2 = 8 cm. Tentukan:

   a. luas permukaan bangun tersebut,
   b. volume bangun tersebut.

   Jawaban:

   a. Luas permukakan = ½ × luas permukaan bola besar + ½ × luas permukaan bola kecil + luas lingkaran besar – luas lingkaran kecil

   $= \frac{1}{2} \times 4\pi(8)^2 + \frac{1}{2} \times 4\pi(4)^2 + \pi(8)^2 - \pi(4)^2$

   $= 128\pi + 32\pi + 64\pi - 16\pi$

   $= 208\pi \text{ cm}^2$

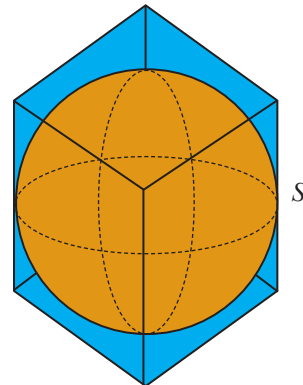
   b. Volume = Volume setengah bola besar – volume setengah bola kecil

   $= \frac{2}{3}\pi(8)^3 - \frac{2}{3}\pi(4)^3 = \frac{2}{3}\pi(512 - 64) = \frac{2}{3}\pi \times 448 = \frac{896}{3}\pi \text{ cm}^3$

7. **Analisis kesalahan**. Lia menghitung luas permukaan bola dengan cara membagi volume bola dengan jari-jari bola tersebut ($L = \frac{V}{r}$). Tentukan kesalahan yang dilakukan oleh Lia.

   Jawaban:

   $L = 4\pi r^2$, $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Sehingga $V = \frac{Lr}{3}$ yang berakibat $L = \frac{3V}{r}$

8. **Bola di dalam kubus**. Terdapat suatu kubus dengan panjang sisi s cm. Dalam kubus tersebut terdapat bola dengan kondisi semua sisi kubus menyentuh bola (lihat gambar di samping).

   a. Tentukan luas permukaan bola tersebut.
   b. Tentukan volume bola tersebut.

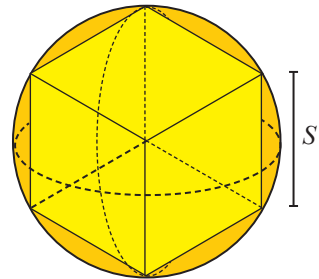
   Petunjuk: tentukan jari-jari bola terlebih dahulu.

Jawaban:

Jari-jari bola adalah s cm.

a. Luas = $4\pi s^2$

b. Volume = $\frac{4}{3}\pi s^3$

9. **Kubus di dalam bola**. Terdapat suatu kubus dengan panjang sisi s cm. Kubus tersebut berada di dalam bola dengan kondisi semua titik sudut kubus menyentuh bola.

a. Tentukan luas permukaan bola tersebut

b. Tentukan volume bola tersebut

Petunjuk: tentukan jari-jari bola terlebih dahulu.

Jawaban:

Diagonal bidang kubus = diameter bola, diperoleh $r = \frac{1}{2}\sqrt{3}\,s$

a. Luas = $4\pi r^2 = 4\pi\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}s\right)^2 = 3\pi s^2$

b. Volume = $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}s\right)^3 = \frac{1}{2}\sqrt{3}\,\pi s^3$

10. **Timbangan dan kelereng**. Andi punya dua macam kelereng. Kelereng tipe I berjari-jari 2 cm sedangkan tipe II berjari-jari 4 cm. Andi melakukan eksperimen dengan menggunakan timbangan. Timbangan sisi kiri diisi dengan kelereng tipe I sedangkan sisi kanan diisi dengan kelereng tipe II. Tentukan perbandingan banyaknya kelereng pada sisi kiri dengan banyaknya kelereng pada sisi kanan agar timbangan tersebut seimbang.

Jawaban:

Misalkan banyaknya kelereng tipe I adalah m sedangkan tipe II adalah n.

V_1 = volume kelereng tipe I = $\frac{4}{3}\pi(2)^3 = \frac{32}{3}\pi$ cm

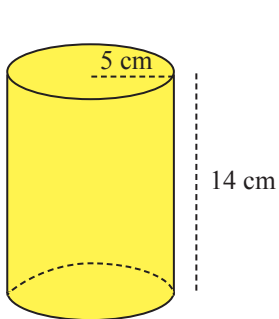
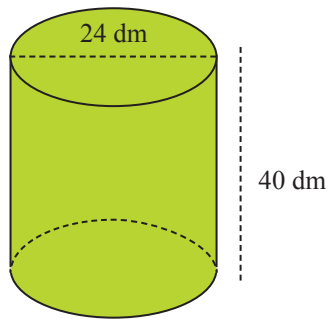
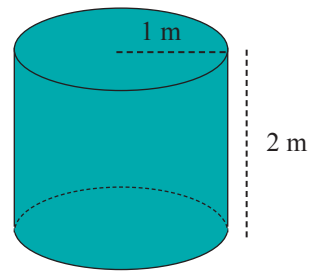
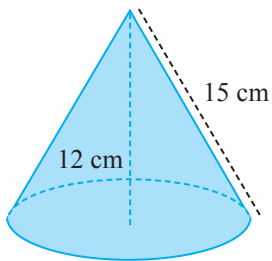
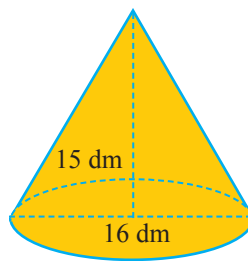
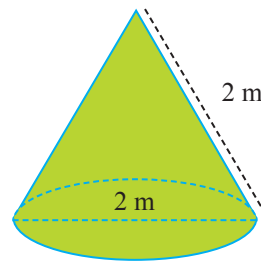
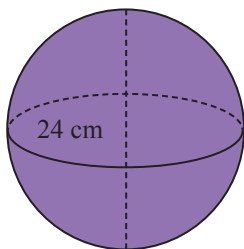
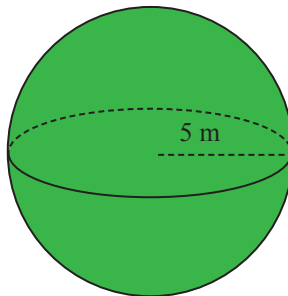
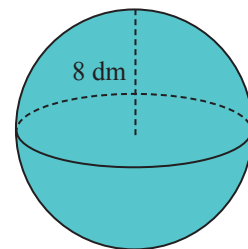
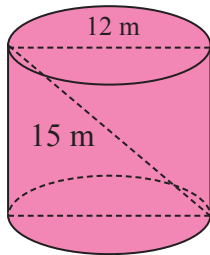
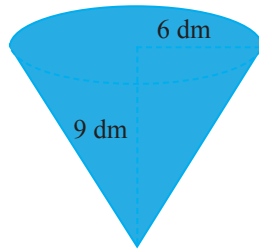
V_2 = volume kelereng tipe II = $\frac{4}{3}\pi(4)^3 = \frac{256}{3}\pi$ cm

Timbangan setimbang jika volume total pada kedua sisi timbangan adalah sama.

$$m \times \frac{32}{3}\pi = n \times \frac{256}{3}\pi$$

$$m = 8n$$

Diperoleh $m : n = 8 : 1$

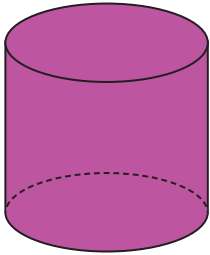
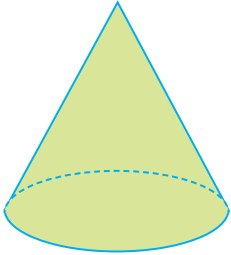
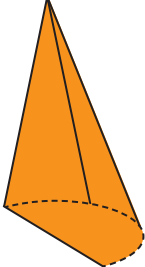
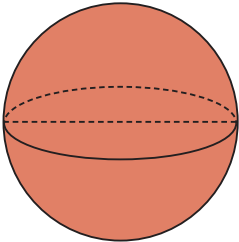
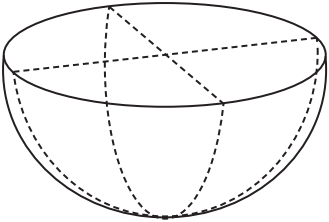
Uji Kompetensi 5 Bangun Ruang Sisi Lengkung

Untuk Soal 1 - 2 perhatikan gambar-gambar di bawah ini.

j.

k.

l.

1. Tentukan luas permukaan tiap-tiap bangun.

Jawaban:

Gunakan rumus luas permukaan yang sudah diketahui.

a. 190π cm^2
b. 1.248π dm^2
c. 6π m^2
d. 216π cm^2
e. 200π dm^2
f. 3π m^2
g. 576π cm^2
h. 100π m^2
i. 256π dm^2
j. 180π m^2
k. $(36 + 18\sqrt{13})\pi$ dm^2
l. 256π cm^2

2. Tentukan volume tiap-tiap bangun.

Jawaban:

Gunakan rumus luas permukaan yang sudah diketahui.

a. 350π cm^3
b. 5.760π dm^3
c. 2π m^3
d. 324π cm^3
e. 320π dm^3
f. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ m^3
g. 2.304π cm^3
h. $\frac{500}{3}\pi$ m^3
i. $\frac{2.048}{3}\pi$ dm^3
j. 324π m^3
k. 108π dm^3
l. $\frac{2.048}{3}\pi$ cm^3

Untuk Soal 3 - 6 perhatikan tabel di bawah ini.

Tabung	Setengah Tabung
Luas Permukaan = $2\pi r(r + t)$ Volume = $\pi r^2 t$	Luas Permukaan = ...? Volume = ...?
Kerucut	**Setengah Kerucut**
Luas Permukaan = $\pi r(r + s)$ Volume = $\frac{1}{3}\pi r^2 t$	Luas Permukaan = ...? Volume = ...?
Bola	**Setengah Bola**
Luas Permukaan = $4\pi r^2$ Volume = $\frac{1}{3}\pi r^2 t$	Luas Permukaan = ...? Volume = ...?

3. Tentukan rumus luas permukaan bangun-bangun pada tabel di atas.

Jawaban:

- Setengah tabung $= \pi r(r + t) + 2rt$
- Setengah kerucut = ½ $\pi r(r + s) + rt,\ s = \sqrt{t^2 + r^2}$
- Setengah bola = $3\pi r^2$

4. Dari jawaban Soal nomor 3 bandingkan dengan rumus bangun-bangun pada sebelah kiri.

   a. Apakah luas permukaan bangun sebelah kanan **selalu sama dengan setengah kali** luas permukaan bangun sebelah kiri?

   b. Kesimpulan apa yang dapat kamu peroleh dari jabawan 4a?

   Penyelesaian:

   a. Tidak

   b. Jika suatu bangun ruang dibagi menjadi dua bagian yang sama maka luas permukaannya tidak sama dengan ½ kali lipatnya.

5. Tentukan rumus volume bangun-bangun pada tabel di atas.

   Penyelesaian:

   Volume setengah tabung = ½ $\pi r^2 t$

   Volume setengah kerucut = = $\frac{1}{6}\ \pi r^2 t$

   Volume setengah bola = $\frac{2}{3}\ \pi r^3$

6. Kemudian bandingkan jawabanmu dengan rumus bangun-bangun pada sebelah kiri.

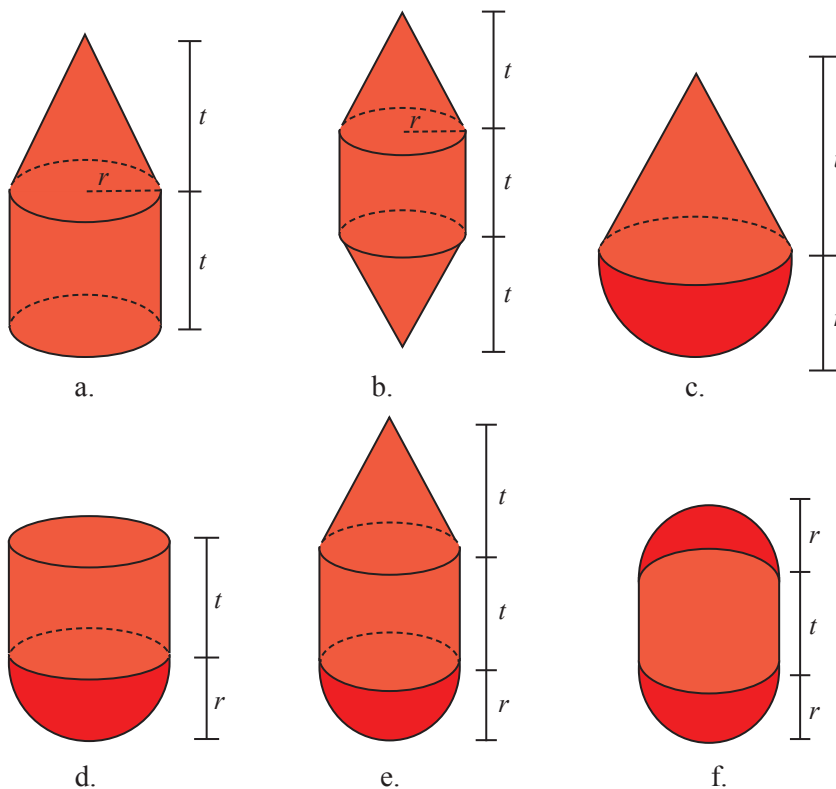
   a. Apakah volume bangun sebelah kanan **selalu sama dengan setengah kali** volume bangun sebelah kiri?

   b. Kesimpulan apa yang dapat kamu peroleh dari jabawan 6a?

   Penyelesaian:

   a. Ya

   b. Jika suatu bangun ruang dibagi menjadi dua bagian yang sama maka volumenya sama dengan ½ kali lipatnya.

Untuk soal nomor 7 perhatikan bangun-bangun di bawah ini.

7. Tentukan luas permukaan dan volume tiap-tiap bangun.

a. Luas permukaan = luas lingkaran + luas selimut tabung + luas selimut kerucut

$= \pi r^2 + 2\pi rt + \pi r\sqrt{r^2 + t^2} = \pi r(r + 2t + \sqrt{r^2 + t^2})$

Volume = volume tabung + volume kerucut

$= \pi r^2 t + \frac{1}{3}\pi r^2 t = \frac{4}{3}\pi r^2 t$

b. Luas permukaan = luas selimut tabung + 2 × luas selimut kerucut

$= 2\pi rt + 2\pi r\sqrt{r^2 + t^2} = 2\pi r(t + \sqrt{r^2 + t^2})$

Volume = volume tabung + 2 × volume kerucut

$= \pi r^2 t + 2 \times \frac{1}{3}\pi r^2 t = \frac{5}{3} \pi r^2 t$

c. Luas permukaan = ½ luas permukaan bola + luas selimut kerucut

$= \frac{1}{2} \times 4\pi r^2 + \pi r\sqrt{r^2 + t^2} = \pi r(2r + \sqrt{r^2 + t^2})$

Volume $= \frac{1}{2}$ volume bola + volume kerucut

$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3 + \frac{1}{3}\pi r^2 t = \frac{1}{3}\pi r^2(2r + t)$

d. Luas permukaan = ½ luas permukaan bola + luas selimut tabung + luas lingkaran

$= \frac{1}{2} \times 4\pi r^2 + 2\pi rt + \pi r^2 = \pi r(3r + 2t)$

Volume = volume tabung + ½ volume bola

$= \pi r^2 t + \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{3}\pi r^2(3t + 2r)$

e. Luas permukaan = ½ luas permukaan bola + luas selimut tabung + luas selimut kerucut

$= \frac{1}{2} \times 4\pi r^2 + 2\pi rt + \pi r\sqrt{r^2 + t^2} = \pi r(2r + 2t + \sqrt{r^2 + t^2})$

Volume = ½ volume bola + volume tabung + volume kerucut

$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 t + \frac{1}{3}\pi r^2 t = \frac{2}{3}\pi r^2 (r + 2t)$

f. Luas permukaan = luas permukaan bola + luas selimut tabung

$= 4\pi r^2 + 2\pi rt = 2\pi r(2r + t)$

Volume = volume bola + volume tabung

$= \frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 t = \frac{1}{3}\pi r^2(4r + 3t)$

Untuk Soal nomor 8-11 perhatikan kalimat di bawah ini.

Bernalar. Suatu perusahaan cokelat memproduksi tiga macam cokelat yang berbentuk tabung, kerucut dan bola. Misalkan jari-jarinya adalah r dan tinggi t. Perusahaan tersebut menginginkan kertas pembungkus cokelat tersebut memiliki luas yang sama satu dengan yang lainnya. Misalkan

T = Luas kertas pembungkus cokelat bentuk tabung.

K = Luas kertas pembungkus cokelat bentuk kerucut.

B = Luas kertas pembungkus cokelat bentuk bola.

8. Apakah mungkin $T = K$? Jika ya, tentukan perbandingan $r : t$.

Jawaban:

$T = 2\pi r(r + t)$, $K = \pi r(r + \sqrt{r^2 + t^2})$

Jika maka $T = K$ maka

$$2\pi r(r + t) = \pi r(r + \sqrt{r^2 + t^2})$$

$$2(r + t) = (r + \sqrt{r^2 + t^2})$$

$$r + 2t = \sqrt{r^2 + t^2}$$

Kuadratkan kedua ruas diperoleh

$$(r + 2t)^2 = (\sqrt{r^2 + t^2})^2$$

$$r^2 + 4rt + 4t^2 = r^2 + t^2$$

$$4rt + 3t^2 = 0$$

$$t(4r + 3t) = 0$$

Diperoleh $t = 0$ atau $4r + 3t = 0$, keduanya **tidak mungkin**.

9. Apakah mungkin $T = B$? Jika ya, tentukan perbandingan $r : t$.

Jawaban:

$T = 2\pi r(r + t)$, $B = 4\pi r^2$

Jika maka $T = B$, maka

$$2\pi r(r + t) = 4\pi r^2$$

$$r + t = 2r$$

$$r = t$$

Sehingga $r : t = 1 : 1$

10. Apakah mungkin $K = B$? Jika ya, tentukan perbandingan $r : t$.

Penyelesaian:

$K = \pi r(r + \sqrt{r^2 + t^2})$, $B = 4\pi r^2$

Jika $K = B$, maka

$$\pi r(r + \sqrt{r^2 + t^2}) = 4\pi r^2$$

$$(\mathrm{r} + \sqrt{r^2 + t^2}) = 4r$$

$$\sqrt{r^2 + t^2} = 3r$$

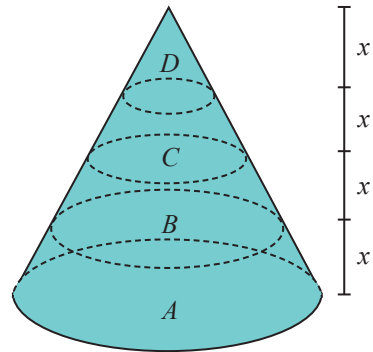
Kuadratkan kedua ruas, diperoleh

$$r^2 + t^2 = 9r^2$$
$$t^2 = 8r^2$$
$$t = \sqrt{8}\ r$$

Sehingga $r : t = 1 : 2\sqrt{2}$

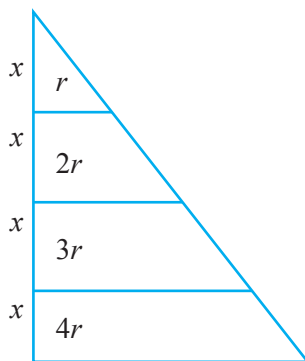
11. Apakah mungkin $T = K = B$? Kemukakan alasanmu.

    Jawaban: Tidak mungkin. Cukup jelas dari jawaban soal no 8, 9 dan 10.

12. Gambar di samping merupakan cokelat berbentuk kerucut yang dibagi menjadi empat bagian, A, B, C dan D. Tinggi tiap-tiap bagian adalah x.

    a. Tentukan perbandingan luas permukaan A dengan luas permukaan B.
    b. Tentukan perbandingan luas permukaan B dengan luas permukaan C.
    c. Tentukan perbandingan luas permukaan C dengan luas permukaan D.

    (**Catatan:** Gunakan prinsip kesebangunan.)

    Penyelesaian:

    Perhatikan gambar di bawah ini:

Ingat bahwa gambar di samping menggunakan prinsip kongruensi.

Diperoleh $4r = 32$ cm, sehingga $r = 8$ cm.

Luas permukaan D $= \pi r(r + \sqrt{r^2 + x^2}) = 144\pi$

Luas permukaan C $= \pi(2r)(2r + \sqrt{(2r)^2 + (2x)^2}) - \pi r\sqrt{r^2 + x^2} + \pi r^2$

$= 576\pi - 80\pi + 64\pi = 560\pi$

Luas permukaan B $= \pi(3r)(3r + \sqrt{(3r)^2 + (3x)^2}) - \pi(2r)\sqrt{(2r)^2 + (2x)^2} + \pi(2r)^2$

$= 729\pi - 160\pi + 256\pi = 825\pi$

Luas permukaan A $= \pi(4r)(4r + \sqrt{(4r)^2 + (4x)^2}) - \pi(3r)\sqrt{(3r)^2 + (3x)^2} + \pi(3r)^2$

$= 1296\pi - 720\pi + 729 = 1305\pi$

a. 1305 : 825 = 87 : 55

b. 825 : 560 = 165 : 112

c. 560 : 144 = 35 : 9

13. Perhatikan kembali gambar pada Soal nomor 12.

    a. Tentukan perbandingan volume *A* dengan volume *B*.

    b. Tentukan perbandingan volume *B* dengan volume *C*.

    c. Tentukan perbandingan volume *C* dengan volume *D*.

Jawaban:

Volume $D = \frac{1}{3}\pi r^2 x$

Volume $C = \frac{1}{3}\pi(2r)^2(2x) - \frac{1}{3}\pi r^2 x = \frac{7}{3}\pi r^2 x$

Volume $B = \frac{1}{3}\pi(3r)^2(3x) - \frac{1}{3}\pi(2r)^2(2x) = \frac{19}{3}\pi r^2 x$

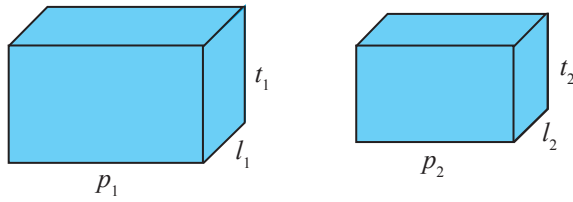
Volume $A = \frac{1}{3}\pi(4r)^2(4x) - \frac{1}{3}\pi(3r)^2(3x) = \frac{37}{3}\pi r^2 x$

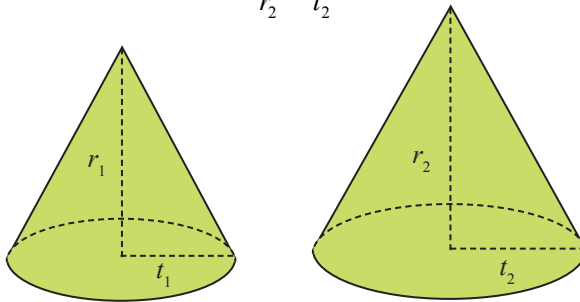
a. 37 : 29

b. 19 : 7

c. 7 : 1

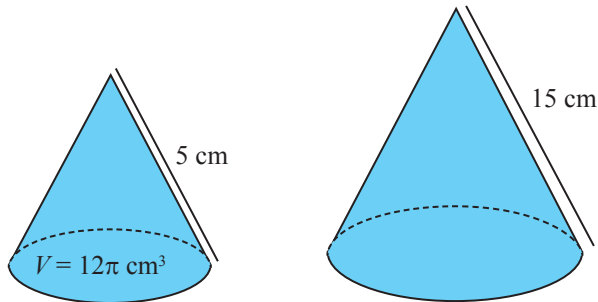
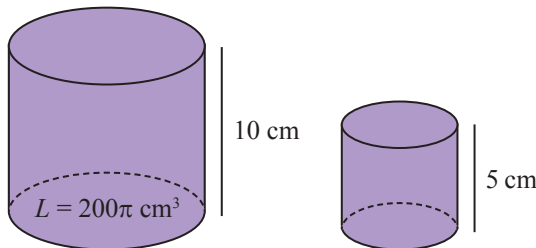
Kesebangunan bangun ruang. Dua bangun ruang dikatakan sebangun jika perbandingan panjang setiap parameternya adalah sama. Sebagai contoh, dua balok di bawah adalah sebangun jika memenuhi

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{l_1}{l_2} = \frac{t_1}{t_2}$$

Dua kerucut dikatakan sebangun jika perbandingan jari-jari sama dengan perbandingan tinggi. Begitu juga dengan dua tabung.

$$\frac{r}{r_2} = \frac{t_1}{t_2}$$

Karena bola hanya mempunyai satu parameter, yakni jari-jari, **setiap dua bola adalah sebangun**.

14. Untuk tiap pasangan bangun ruang yang sebangun, hitung volume yang belum diketahui.

a.

b.

c. Dari jawaban 14a dan 14b, kesimpulan apa yang dapat diperoleh?

Jawaban:

a. Diketahui $s_1 = 12\pi$ cm^3, $V_1 = 5$ cm, $s_2 = 15$ cm. Maka

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{s_1}{s_2} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

Diperoleh $r_2 = 3r_1$ dan $t_2 = 3t_1$,

$V_2 = \pi(r_2)2t^2 = \pi(3r_1)^2(3t_1) = 27\pi(r_1)^2t_1 = 27V_1 = 324\pi \text{ cm}^3$

b. Diketahui $t_1 = 10$ cm, $L_1 = 200\pi$ cm^3, $t_2 = 5$ cm. Maka

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

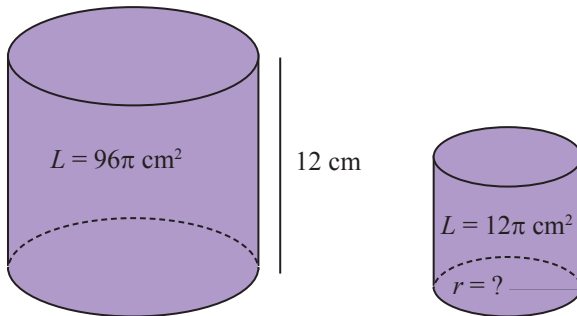
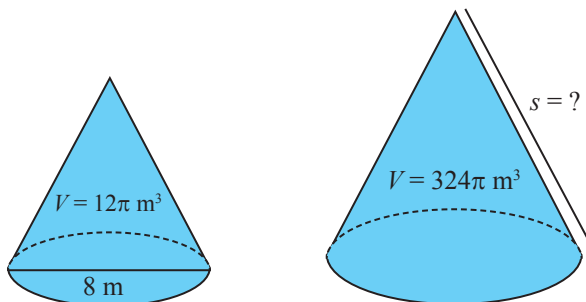
Diperoleh $r_2 = 2r_1$ dan $t_2 = 2t_1$,

$L_2 = 2\pi r_2(r_2 + t_2) = 2\pi(2r_1)(2r_1 + 2t_2) = 4 \times 2\pi r_1(r_1 + t_1) = 4L_1 = 800\pi \text{ cm}^2$

c. Jika $\frac{r_1}{r_2} = \frac{t_1}{t_2} = k$, maka $\frac{V_1}{V_2} = k^3$ dan $\frac{L_1}{L_2} = k^2$

15. Untuk tiap pasangan bangun ruang yang sebangun, hitung panjang yang ditanyakan

a.

b.

c. Dari jawaban 15a dan 15b, kesimpulan apa yang dapat diperoleh?

Jawaban:

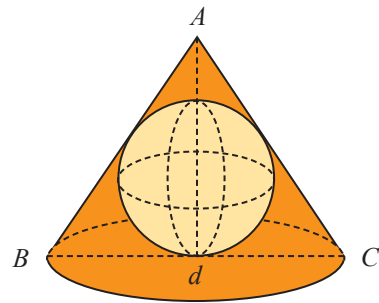
a. $r = 2$ cm

b. $s = 15$ m

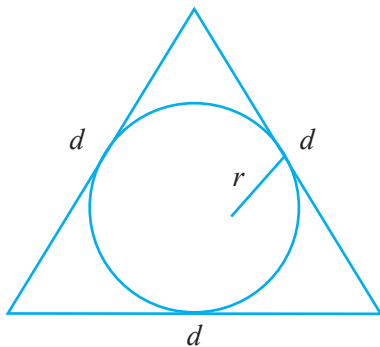
c. Jika $\frac{L_1}{L_2} = m$ maka $\frac{r_1}{r_2} = \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{m}$

Jika $\frac{V_1}{V_2} = n$ maka $\frac{r_1}{r_2} = \frac{t_1}{t_2} = \sqrt[3]{n}$

16. **Bola di dalam kerucut**.

Gambar di samping merupakan suatu kerucut dengan $AB = AC = BC = d$. Dalam kerucut tersebut terdapat suatu bola yang menyinggung selimut dan alas kerucut. Tentukan volume bola tersebut.

Petunjuk: tentukan jari-jari bola terlebih dahulu.

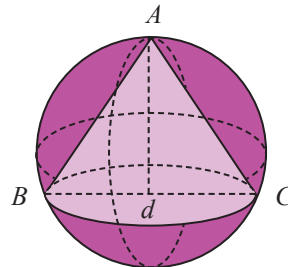
Petunjuk:

Perhatikan gambar di bawah ini:

Menghitung panjang jari-jari dapat menggunakan rumus $r = \frac{2L}{k}$

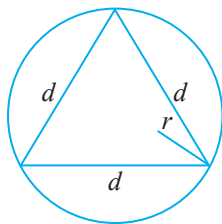
$$r = \frac{2L}{k} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{3}d^2}{3d} = \frac{\sqrt{3}}{6}d$$

Maka $$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{\sqrt{3}}{6}d\right)^3 = \frac{4}{3}\pi\frac{3\sqrt{3}}{216}d^3 = \frac{\sqrt{3}}{54}\pi d^3$$

17. **Kerucut di dalam bola**.

Gambar di samping merupakan suatu kerucut dengan $AB = AC = BC = d$. Kerucut tersebut di dalam bola. Titik puncak dan alas kerucut tersebut menyentuh bola. Tentukan volume bola tersebut.

Petunjuk: tentukan jari-jari bola terlebih dahulu.

Penyelesaian:

Perhatikan gambar di bawah ini.

Menghitung panjang jari-jari dapat menggunakan rumus $r = \dfrac{abc}{4L}$

$$r = \frac{abc}{4L} = \frac{d \times d \times d}{\sqrt{3}d^2} = \frac{d}{\sqrt{3}}$$

Maka

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi\frac{d^3}{3\sqrt{3}} = \frac{4}{9\sqrt{3}}\pi d^3$$

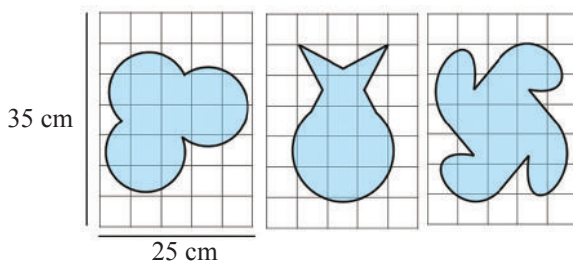
18. Budi mengecat tong sebanyak 14 buah. Tong tersebut berbentuk tabung terbuka dengan jari-jari 50 cm dan tinggi 1 m. Satu kaleng cat yang digunakan hanya cukup mengecat seluas 1 m^2. Tentukan berapa banyak kaleng cat yang dibutuhkan untuk mengecat semua tong. Gunakan $\pi = \dfrac{22}{7}$.

Jawaban:

Luas permukaan tong $= \pi r^2 + 2\pi rt = \dfrac{22}{7}\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + 2\left(\dfrac{22}{7}\right)\left(\dfrac{1}{2}\right)(1)$

$$= \frac{22}{7}\left(\frac{1}{4}+1\right) = \frac{22}{7}\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{55}{14}$$

Banyaknya cat yang dibutuhkan = $\frac{55}{14} \times 14 = 55$ kaleng.

19. Gambar di bawah ini merupakan 3 macam desain kolam renang. Skala yang digunakan adalah 1 : 200.

a. Perkirakan/taksir luas bangun pada tiap-tiap desain. Nyatakan jawabanmu dalam satuan cm^2.

b. Jika ketinggian kolam renang adalah 2 m, maka tentukan volume tiap-tiap desain kolam renang. Nyatakan jawabanmu dalan satuan m^3.

Jawaban:

a. Lakukan pendekatan untuk menghitung luas desain kolom. Salah satunya dengan membuat kotak-kotak kecil pada masing-masing desain.

b. Terlebih dahulu hitung luas sebenarnya (tidak menggunakan skala). Karena skala yang digunakan adalah 1 : 200, maka

luas sebenarnya = luas dalam skala × 200

Untuk menghitung volume kolam, kalikan luas sebenarnya dengan ketinggian kolam, yakni

volume = luas sebenarnya × ketinggian kolam

= luas sebenarnya × t

20. **Globe**. Globe merupakan tiruan bumi yang berbentuk bola. Terdapat suatu globe dengan diameter 30 cm. Jika skala pada globe tersebut adalah 1 : 20.000.000, tentukan luas permukaan bumi.

Gunakan $\pi = 3{,}14$ dan nyatakan jawabanmu dalam satuan km^2.

Jawaban:

Jari-jari bumi = 15 × 40.000.000 cm = 600.000.000 = 6.000 km

Luas permukaan bumi = $4\pi r^2 = 4 \times 3{,}14 \times (6.000)^2 = 4.521.6000.000$ km^2

K. Kegiatan Proyek

Proyek 5

Kerjakan proyek di bawah ini bersama kelompokmu.

Kerjakan secara kelompok beranggotakan 5 siswa.

a. Tiap-tiap siswa membawa botol (bisa botol minuman, kecap, dan lain-lain).

b. Isi tiap-tiap botol dengan air dan hitung volumenya.

c. Hitung volume tiap-tiap botol (kamu bisa menghitung jari-jari dan tinggi terlebih dahulu).

d. Bandingkan hasil (b) dengan (a) dan isi tabel di bawah ini.

	Volume Asli (V_a)	Volume Hitungan (V_h)	Selisih $\lvert V_a - V_b \rvert$	Persentase*
Botol 1				
Botol 2				
Botol 3				
Botol 4				
Botol 5				

e. Presentasikan hasilnya di depan kelas.

Keterangan: Persentase $= \dfrac{\text{Selisih}}{V_a} \times 100\%$

Catatan:
- Ubah semua satuan menjadi 'cm'.
- 1 Liter = 1.000 cm^3

DAFTAR PUSTAKA

Fathani, A.H., 2013, *Ensiklopedi Matematika*, Jogjakarta: Ar-Ruzz Media

Haese, R., dkk, 2006, *Mathematics for Year 9 Sixth Edition*, Australia: Haese and Harris Publications.

Haese, R., dkk, 2007, *Mathematics for Year 8 Sixth Edition*, Australia: Haese and Harris Publications.

Hollands, Roy, 1999, *Kamus Matematika (A Dictionary of Mathematics)*, Alih Bahasa Naipospos Hutauruk, Jakarta: Erlangga.

Hoon, T.P., dkk, 2007, *Math Insights Secondary 3A Normal (Academic)*, Singapore: Pearson Education South Asia Pte Ltd.

Hoon, T.P., dkk, 2007, *Math Insights Secondary 3B Normal (Academic)*, Singapore: Pearson Education South Asia Pte Ltd.

Kemdikbud, 2013, *Matematika Kelas VII SMP/MTs: Buku Siswa Semester 1*, Jakarta: Puskurbuk.

Kemdikbud, 2013, *Matematika Kelas VII SMP/MTs: Buku Siswa Semester 2*, Jakarta: Puskurbuk.

Kemdikbud, 2013, *Matematika Kelas VIII SMP/MTs: Buku Siswa Semester 1*, Jakarta: Puskurbuk.

Kemdikbud. 2013. *Matematika Kelas VIII SMP/MTs: Buku Siswa Semester 2*, Jakarta: Puskurbuk.

Keung, C.W., 2010, *Discovering Mathematics 2A*, Singapore: Star Pubilshing Pte Ltd.

Larson, R. dan Boswell L., 2014, *Big Ideas Math Advanced 1 A Common Core Curriculum California Edition*.

Larson, R. dan Boswell L., 2014, *Big Ideas Math Advanced 2 A Common Core Curriculum California Edition*.

Lynch, B., 2009, *Ensiklopedia Matematika Terapan MATEMATIKA DALAM SAINS (Math in SCIENCE)*, Alih Bahasa Didik Hari Pambudi, Jakarta: Cempaka Putih.

Lynch, B., 2009, *Ensiklopedia Matematika Terapan MATEMATIKA DALAM TEKONOLOGI (Math in TECHNOLOGY)*, Alih Bahasa Rizka Yanuarti, Jakarta: Cempaka Putih.

McSeveny, A. dkk, 1997, *Signpost Mathematics 9 Intermediate Level Second Edition*, Australia: Addison Wesley Longman Australia.

PISA 2012 Assessmentand Analytical FrameworkMathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy, http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/PISA%202012%20framework%20e-book_final.pdf, diunduh tanggal 7 Mei 2014.

PISA 2012 Released Mathematics Items, http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012-2006-rel-items-maths-ENG.pdf, diunduh tanggal 7 Mei 2014.

Pulgies, S. dkk, 2007, *Mathematics for Year 7 Second Edition*, Australia: Haese and Harris Publications.

Seng T.K. dan Yee L.C., 2010, *Mathematics 1 6th Edition*, Singapore: Shinglee Publishers Pte Ltd.

Seng T.K. dan Yee L.C., 2010, *Mathematics 2 6th Edition*, Singapore: Shinglee Publishers Pte Ltd.

Seng T.K. dan Yee L.C., 2008, *Mathematics 3 6th Edition*, Singapore: Shinglee Publishers Pte Ltd.

Seng T.K. dan Keong L.C., 2000, *New Syllabus D Mathematics 2 Fourth Edition*, Singapore: Shinglee Publishers Pte Ltd.

Suwarsono, 2006, *Matematika Sekolah Menengah Pertama 9*, Jakarta: Widya Utama.
Tampomas, H., 2005, *Matematika 3 Untuk SMP/MTs Kelas IX*, Jakarta: Yudhistira.
Thomson, S., Forster, I., 2009, *Ensiklopedia Matematika Terapan MATEMATIKA DALAM LINGKUNGAN (Math in THE ENVIRONMENT)*, Alih Bahasa Andri Setyawan, Jakarta: Cempaka Putih.
Thomson, S., Forster, I., 2009, *Ensiklopedia Matematika Terapan MATEMATIKA DALAM MASYARAKAT (Math in COMMUNITY)*, Alih Bahasa Rizka Yanuarti, Jakarta: Cempaka Putih.
Thomson, S., Forster, I., 2009, *Ensiklopedia Matematika Terapan MATEMATIKA DALAM RANCANG BANGUN (Math in BUILDING DESIGN)*, Alih Bahasa Rachmad Isnanto, Jakarta: Cempaka Putih.
Thomson, S., Forster, I., 2009, *Ensiklopedia Matematika Terapan MATEMATIKA DI TEMPAT KERJA (Math in the WORKPLACE)*, Alih Bahasa Didik Hari Pambudi, Jakarta: Cempaka Putih.
TIMSS 2011 International Results in Mathematics, http://timssandpirls.bc.edu/timss2011/downloads/T11_IR_Mathematics_FullBook.pdf, diunduh tanggal 7 Mei 2014.
TIMSS 2015 Assessment Frameworks, http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/downloads/T15_Frameworks_Full_Book.pdf, diunduh Tanggal 7 Mei 2014.
Wijaya, Ariyadi., 2012, *Pendidikan Matematika Realistik Suatu Alternatif Pendekatan Pembelajaran Matematika*, Yogyakarta: Graha Ilmu.
Wuan, L.Y., dkk., 2001, *Exploring mathematics Normal (Academic)*, Singapore: Pan Pacific Publishing Pte Ltd.

Sumber gambar dari internet:

www.plato.stanford.edu/entries/dedekind-foundations/,diunduh tanggal5 Juli 2014.
www.smiagiung.blogspot.com/2014/08/seberapa-besar-bumi-kita-radius.html,diunduh tanggal 5 Juli 2014.
www.wayantulus.com/?s=samudra+pasifik,diunduh tanggal 5 Juli 2014.
www.greenpeace.org/international/en/campaigns/climate-change/solutions/solar/,diunduh tanggal 5 Juli 2014.
www.studentcalculators.co.uk/acatalog/Scientific_Calculators.html, diunduh tanggal 5 Juli 2014.
www.todayifoundout.com/index.php/2010/10/why-crackers-have-holes/, diunduh tanggal 5 Juli 2014.
www.tsumasaga.wordpress.com/2013/01/29/proses-terbentuknya-bumi-the-process-of-creating-bumi/,diunduh tanggal5 Juli 2014.
www.teknologi.news.viva.co.id/news/read/492008-ditemukan--planet-super-besar-di-tata-surya-terluar,diunduh tanggal 5 Juli 2014.
www.pixabay.com/en/football-pitch-football-rush-320100/, diunduh tanggal 5 Juli 2014.
www.beautiful-indonesia.umm.ac.id/id/peta/peta-indonesia.html,diunduh tanggal 5 Juli 2014.
www.toysrus.com/buy/brain-teasers/rubik-s-cube-4x4-5011-2267476, diunduh tanggal 5 Juli 2014.
www.pebbryant.blogspot.com/2010/09/rumus-rubik-3x3.html, diunduh tanggal5 Juli 2014.
www.edulens.org, diunduh tanggal 6 Juli 2014.
www.rumahku.com, diunduh tanggal 6 Juli 2014.
www.artikelbiologi.com/2013/06/perkembangbiakan-virus-replikasi-virus.html, diunduh tanggal 3 November 2014.
www.jobstreet.co.id/%20career-resources/menyelamatkan-%20karyawan-di-hari-pertama/, diunduh tanggal 6 Juli 2014.
www.stdiis.ac.id/zakat-tabungan/, diunduh tanggal 6 Juli 2014.
www.bimbingan.org/buat-kelereng-jadi-cepat-di-lintasan.htm, diunduh tanggal 6 Juli 2014.
www.liriklaguanak.com/tukang-kayu-lirik/,diunduh tanggal 6 Juli 2014.
www.diketiknews.blogspot.com/2%20013/06/cara-ajari-anak-menabung-sejak-dini.html, diunduh tanggal 6 Juli 2014.
www.portalkbr.com/berita/olahraga/3056444_4214.html, diunduh tanggal 6 Juli 2014.

www.bimbingan.org/macam-macam-manager-dalam-sebuah-perusahaan.html, diunduh tanggal 6 Juli 2014.
www.sumutpos.co/2011/10/15813/industri-lokal-merambah-manca/pabrik-sepeda, diunduh tanggal 6 Juli 2014.
www.h4rry5450ngko.blogdetik.com/2011/12/26/, diunduh tanggal 6 Juli 2014.
www.ipnuralam.wordpress.com/2011/06/14/cure-yourself/, diunduh tanggal 6 Juli 2014.
www.kimia.upi.edu/kimia-old/ht/mumun/joseph_louis_proust.htm,diunduh 9 November 2014.
www.windows2universe.org/people/ancient_epoch/thales.html, diunduh tanggal 26 Juni 2014.
www.edapoenya.files.wordpress.com/2012/09/monyet-gitu1.jpg, diunduh tanggal 26 Juni 2014.
www.kkcdn-static.kaskus.co.id, diunduh tanggal26 Juni 2014.
www.aiptek.com.tw/c0_1.php?bid=2&cid=5&pid=10, diunduh tanggal 26 Juni 2014.
www.prasoudadietreviewblog.com/wp-content/uploads/2012/04/fruit-diet.jpg, diunduh tanggal 26 Juni 2014.
http://www.desainic.com/wp-content/uploads/2013/08/rumah-minimalis-type-45-7.jpg, diunduh tanggal 26 Juni 2014.
www.kereta-api.co.id/#!prettyPhoto, diunduh tanggal 26 Juni 2014.
www.stroitelstvo-domov.net/blog/wp-content/uploads/2013/01/pantograf-1.jpg, diunduh tanggal 26 Juni 2014.
www.pesonawisatasurabaya.files.wordpress.com/2014/09/dsc00995.jpg, diunduh tanggal 10 September 2014.
www.jalan2.com/forum/topic/10476-jembatan-barito/, diunduh tanggal 26 Juni 2014.
www.mathground.net/german-mathematician-carl-friedrich-gauss/,diunduh tanggal 10 November 2014.
www.profilbos.com/2014/07/31/abu-wafa-profil-biografi/,diunduh tanggal 10 November 2014.
www.storyofmathematics.com/hellenistic_diophantus.html, diunduh tanggal 3 Agustus 2014
www.sunpride.co.id/wp-content/uploads/2012/12/Sunpride-Fruit-Apel-Malang-4.jpg, diunduh tanggal 3 Agustus 2014.
www.tokobungamurah.com/wp-content/uploads/2013/09/bunga-tulip-5501.jpg, diunduh tanggal 3 Agustus 2014.
www.bungahati.net/536-728-large/bunga-mawar-kuning.jpg, diunduh tanggal 3 Agustus 2014.
www.tokorasia.weebly.com/uploads/1/5/7/1/15717464/5437004_orig.jpg, diunduh tanggal 3 Agustus 2014.
www.glarehouse.files.wordpress.com/2013/02/foods_to_help_you_control_diabetes_mango_leaves_600x450.jpg, diunduh tanggal 3 Agustus 2014
www.modelstrend.com/2013/08/foto-bayi-kembar-yang-lucu.html, diunduh tanggal 3 Agustus 2014
www.zenosphere.wordpress.com/2012/02/12/galois-matematikawan-di-tengah-revolusi/, diunduh tanggal 10 November 2014.
www.sekolah123.com/articles/view/id/194/page/bermain_trampolin, diunduh tanggal 4 Agustus 2014.
www.indonesia.travel/id/destination/253/jam-gadang, diunduh tanggal 4 Agustus 2014.
www.cindamackinnon.wordpress.com/tag/cuba-basketball-dos-four-latin-music/, diunduh tanggal 4 Agustus 2014.
www.elgisha.wordpress.com/2010/02/06/pengertian-lompat-jauh/, diunduh tanggal 4 Agustus 2014.
www.mastugino.blogspot.com/2013/11/lompat-jauh.html, diunduh tanggal 4 Agustus 2014.
www.ad4msan.com/google-bangun-jaringan-internet-melalui-balon-udara, diunduh tanggal 4 Agustus 2014.
www.idkf.bogor.net/yuesbi/e-DU.KU/edukasi.net/Transportasi/roket/semua.html, diunduh tanggal 4 Agustus 2014.
https://pixabay.com/en/dublin-o2-reflection-water-405771.

Glosarium

Bangun ruang	:	Objek yang memiliki dimensi panjang, lebar, tinggi. Misalnya prisma, limas, kubus.
Bangun ruang sisi lengkung	:	Bangun ruang yang memiliki sisi lengkung. Misalnya tabung, kerucut, dan bola.
Busur	:	Kurva lengkung yang berimpit dengan suatu lingkaran.
Diameter	:	Segmen garis pada lingkaran yang melalui pusat lingkaran.
Grafik	:	Representasi visual yang digunakan untuk menunjukkan hubungan numerik.
Fungsi	:	Pemetaan setiap anggota sebuah himpunan (dinamakan sebagai domain) kepada anggota himpunan yang lain (dinamakan sebagai kodomain).
Fungsi kuadrat	:	Salah satu bentuk fungsi yang pangkat terbesar variabelnya adalah 2 dengan bentuk umumnya $f(x) = ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 0$.
Jarak	:	Angka yang menunjukkan seberapa jauh suatu benda berupa posisi melalui suatu lintasan tertentu.
Jari-jari	:	Ruas garis yang ditarik dari pusat lingkaran ke sebarang titik pada lingkaran; sama dengan setengah diameter.
Jaring-jaring	:	Perpaduan beberapa poligon yang dapat dibuat bangun ruang.
Keliling lingkaran	:	Panjang kurva lengkung tertutup yang berimpit pada suatu lingkaran.
Koordinat	:	Pasangan terurut suatu bilangan yang digunakan untuk menentukan titik pada bidang koordinat, ditulis (x, y).
Luas permukaan	:	Jumlah luas semua sisi-sisi pada bangun ruang.
Persamaan kuadrat	:	Salah satu bentuk persamaan yang pangkat terbesar variabelnya adalah 2 dengan bentuk umumnya $ax^2 + bx + c = 0$ dengan $a \neq 0$.
Refleksi	:	Salah satu jenis transformasi yang memindahkan setiap titik pada suatu bidang dengan mengggunakan sifat bayangan cermin dari titik-titik yang dipindahkan.
Rotasi	:	Salah satu bentuk transformasi yang memutar setiap titik pada gambar sampai sudut dan arah tertentu terhadap titik yang tetap.
Suku	:	Setiap anggota bilangan dari suatu barisan bilangan.
Sumbu-x	:	Garis bilangan horizontal pada bidang koordinat.
Sumbu-y	:	Garis bilangan vertikal pada bidang koordinat.
Teorema Phytagoras	:	Hubungan matematis yang menyatakan bahwa dalam segitiga siku-siku jumlah kuadrat dari panjang dua sisi sama dengan kuadrat sisi miringnya (*hipotenusa*); jika

a dan b adalah panjang dua sisi segitiga siku-siku dan c adalah panjang sisi miring (hipotenusa), maka $a^2 + b^2 = c^2$.

Titik asal : Titik pada bidang koordinat yang merupakan titik potong sumbu-x dan sumbu-y; berkoordinat (0, 0).

Translasi : Salah satu jenis transformasi yang bertujuan untuk memindahkan semua titik suatu bangun dengan jarak dan arah yang sama.

Variabel :
- Simbol yang mewakili suatu bilangan dalam suatu bentuk aljabar, misal $2n + 4$, variabelnya adalah n.
- Simbol yang digunakan untuk menyatakan nilai yang tidak diketahui dalam suatu persamaan. Misal $a + 3 = 6$, variabelnya adalah a.
- Simbol yang digunakan untuk menyatakan suatu bilangan atau anggota himpunan pasangan terurut. Misal $y = x + 3$, variabelnya adalah x dan y.

Volume : Perhitungan seberapa banyak ruang yang bisa ditempati dalam suatu objek.

A...
B...
C...
Indeks

Profil Penulis

Nama Lengkap : Subchan, M.Sc, Ph.D
Telp. Kantor/HP : +62 542-8530800
E-mail : s.subchan@gmail.com; subchan@itk.ac.id
Akun Facebook : -
Alamat Kantor : Kampus ITK Karang Joang,
Balikpapan, Kalimantan Timur 76127
Bidang Keahlian: Optimasi Dinamik

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. Dosen Matematika, FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya (1997 – sekarang).
2. Pusat Robotika Institut Teknologi Sepuluh Nopember (2009 – 2010).
3. Dosen Matematika, Institut Teknologi Kalimantan (2014 – sekarang).
4. Wakil Rektor bidang Akademik Institut Teknologi Kalimantan (2015 - sekarang).

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S3: Defence College of Management and Technology, Department Aerospace, Power and Sensors, Guidance and Control Group, Cranfield University (2001-2005).
2. S2: Faculty Electrical Engineering, Mathematics and Computer Science, Department of Applied Mathematics, Technische Universiteit Delft (1998-2000).
3. S1: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA), Jurusan Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (1989-1994).

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Subchan, R. Zbikowski: *Computational Optimal Control: Tools and Practices,* Wiley 2009, ISBN: 978-0-470-71440-9.
2. *Buku Siswa: Matematika SMP/MTs Kelas IX Semester 1 Edisi 1*, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan RI, 2015. ISBN: 978-602-282-765-8.
3. *Buku Siswa: Matematika SMP/MTs Kelas IX Semester 2 Edisi 1*, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan RI, 2015. ISBN: 978-602-282-095-6.
4. *Buku Guru: Matematika SMP/MTs Kelas IX Edisi 1*, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan RI, 2015. ISBN: 978-602-282-086-4.

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Strategi Nasional, Ministry of Education, 2014-2015: Rancang Bangun Sistem Inspeksi Peluru Kaliber 5,56 mm Berbasis Pengolahan Citra Digital Untuk Meningkatkan Produktifitas di PT. Pindad.
2. Strategi Nasional, Ministry of Education, 2013-2014: Integration Navigation, Guidance and Control for Unmanned Surface Vehicles.
3. Insentif Riset Nasional, Ministry of Research, 2012-2013: Development of Warship
4. Insentif Riset Nasional, Ministry of Research, 2011-2012: Development and Application of Navigation, Guidance and Control of Unmanned Aerial Vehicles.
5. Grand Challenge Ministry of Defense, United Kingdom, 2007–2008: Develop an integrated system with a high level and a micro Unmanned Air Vehicle, an Unmanned Ground Vehicle and a control station fusing data from visual, thermal and radar sensors.
6. Engineering and Physical Sciences Research Council (ESPRC United Kingdom) 2008–2010: Guaranteed Performance of Dynamic Behaviour of Multiple Unmanned Aerial Vehicles.

7. The Data & Information Fusion Defense Technology Centre (DIF DTC United Kingdom) 2006–2007: Develop techniques that will enable: 1). a pack of UAV sensor platforms to quickly detect a contaminant cloud. 2). the extent, shape and track of the cloud to be determined accurately and in a timely fashion.

Nama Lengkap : Winarni, S.Si, M.Si
Telp. Kantor/HP : +62 542-8530800
E-mail : wina.winarni27@gmail.com
winarni@itk.ac.id
Akun Facebook : -
Alamat Kantor : Kampus ITK Karang Joang,
Balikpapan, Kalimantan Timur 76127
Bidang Keahlian: Aljabar Max-Plus dan terapannya

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. Asisten Dosen di Fakultas Teknik Universitas Surabaya (2003 – 2004).
2. Asisten Dosen di PAPSI (D1) ITS (2003 – 2004).
3. Asisten Dosen Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya (2004, 2008).
4. Guru di SMP Al Hikmah Surabaya (2006 – 2014).
5. Dosen Matematika FKIP Universitas Dr. Soetomo Surabaya (2005 – 2009).
6. Dosen Matematika FKIP Universitas Adhi Buana Surabaya (2010 – 2015).
7. Dosen Matematika Institut Teknologi Kalimantan (2015 – sekarang).

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S2: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA), Jurusan Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, (2007 – 2009).
2. S1: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA), Jurusan Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, (2000 – 2005).

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Winarni, dkk: "Melejit Bersama Kami: MATEMATIKA" Hikmah Press, 2011.
2. *Buku Siswa: Matematika SMP/MTs Kelas IX Semester 1 Edisi 1*, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan RI, 2015. ISBN: 978-602-282-765-8.
3. *Buku Siswa: Matematika SMP/MTs Kelas IX Semester 2 Edisi 1*, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan RI, 2015. ISBN: 978-602-282-095-6.
4. *Buku Guru: Matematika SMP/MTs Kelas IX Edisi 1*, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan RI, 2015. ISBN: 978-602-282-086-4.
5. Aljabar Linear Elementer Jilid 1 (Edisi 1), Institut Teknologi Kalimantan, 2015.
6. Struktur Aljabar, Institut Teknologi Kalimantan, 2016.
7. *Perempuan Adalah Penentu Suatu bangsa Bahkan Dunia,* Kaltim Post, halm.28, 21 April 2016. Bisa juga diakses di http://kaltim.prokal.co/read/news/264580-perempuan-adalah-penentu-suatu-bangsa-bahkan-dunia.html
8. *Penguatan Peran Keluarga dalam Pendidikan Anak, Say No to Fatherless and Motherless,* bisa diakses di http://kaltim.tribunnews.com/2016/06/30/penguatan-peran-keluarga-dalam-pendidikan-anak-say-no-to-fatherless-and-motherless
9. *Bumi Kita Tempat Lahir Hidup dan Mati*, http://kaltim.tribunnews.com/2017/04/24/bumi-kita-tempat-lahir-hidup-dan-mati
10. *Sistem Transportasi Massal, Kebutuhan Mutlak*, Kaltim Post, halm.25, 25 April 2017. Bisa juga diakses di http://kaltim.prokal.co/read/news/298347-sistem-transportasi-massal-kebutuhan-mutlak.html

11. *Berkaca Kembali Pada Ajaran Ki Hajar Dewantara*, bisa diakses di https://izi.or.id/berkaca-kembali-pada-ajaran-ki-hajar-dewantara-tulisan-pertama dan https://izi.or.id/berkaca-kembali-pada-ajaran-ki-hajar-dewantara-tulisan-terakhir

- **Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):**
  1. *An optimal control strategies using vaccination and fogging in dengue fever transmission model,* AIP Conference Proceedings 1867, 020068 (2017); doi: http://dx.doi.org/10.1063/1.4994471
  2. *Urgensi Pembiasaan Soal Standart PISA Pada pembelajaran Matematika SMP* dalam Konferensi Nasional Matematika XVII Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya dan IndoMS, 2014.
  3. *Penjadwalan Jalur Bus Dalam Kota dengan Model Petrinet dan Aljabar Max-Plus (Studi Kasus Busway TransJakarta)*, Caucy - Jurnal Matematika Murni dan Aplikasi, Vol 1, 2011. http://ejournal.uin-malang.ac.id/index.php/Math/article/view/1796/pdf
  4. *Model Aljabar Max-Plus untuk Penjadwalan Jalur Bus Dalam Kota*, Prosiding Seminar Nasional Matematika IV, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya 2008.
  5. *Penyelesaian Persamaan Dilasi di $L^2(R)$*, Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Surabaya, 2005.

Nama Lengkap : Muhammad Syifa'ul Mufid, S.Si, M.Si
Telp. Kantor/HP : +62 31-5943354
E-mail : mr.latin.square@gmail.com
Akun Facebook : Muhammad Syifa'ul Mufid
Alamat Kantor : Jurusan Matematika Gedung F Lantai II Kampus ITS, Keputih, Sukolilo, Surabaya 60111
Bidang Keahlian: Latin square, Min-max-plus systems

- **Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:**
  1. Asisten Dosen Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya (2010 - 2013).
  2. Dosen Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya (2014 – sekarang).

- **Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:**
  1. S2: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA), Jurusan Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember ITS, (2011 – 2013).
  2. S1: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA), Jurusan Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, (2008 – 2012).

- **Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):**
  1. *Buku Siswa: Matematika SMP/MTs Kelas IX Semester 1 Edisi 1*, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan RI, 2015. ISBN: 978-602-282-765-8.
  2. *Buku Siswa: Matematika SMP/MTs Kelas IX Semester 2 Edisi 1*, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan RI, 2015. ISBN: 978-602-282-095-6.
  3. *Buku Guru: Matematika SMP/MTs Kelas IX Edisi 1*, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan RI, 2015. ISBN: 978-602-282-086-4.

- **Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):**
  1. Smart Generative Algorithm (Smart Gen-A): 2d Architectural Photo Converter to be The Digital 3D Object, 2011.

2. Eigenvalues and Eigenvectors Of Latin Squares In Max-Plus Algebra, 2014.
3. Eigenproblemsof Latin Squares In Bipartite (Min, Max,+)-Systems, 2014.
4. On The Lagrange Interpolation of Fibonacci Sequences, 2015.

Nama Lengkap : Kistosil Fahim, S.Si, M.Si
Telp. Kantor/HP : +62 31-5943354
E-mail : kfahim@matematika.its.ac.id
Akun Facebook : Kistosil Fahim
Alamat Kantor : Jurusan Matematika Gedung F
Lantai II Kampus ITS, Keputih, Sukolilo,
Surabaya 60111
Bidang Keahlian: Analisis dan Aljabar,
Stokastik Persamaan Diferensial Parsial

- **Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:**
  1. Asisten Dosen Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya (2010 - 2013).
  2. Dosen Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya (2014 – sekarang)
  3. Tim Penyusun Soal OSN SD (2016 – sekarang).

- **Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:**
  1. S2: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA), Jurusan Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (2012 – 2014)
  2. S1: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA), Jurusan Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (2009 – 2013)

- **Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):**
  1. *Buku Siswa: Matematika SMP/MTs Kelas IX Semester 1 Edisi 1*, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan RI, 2015. ISBN: 978-602-282-765-8.
  2. *Buku Siswa: Matematika SMP/MTs Kelas IX Semester 2 Edisi 1*, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan RI, 2015. ISBN: 978-602-282-095-6.
  3. *Buku Guru: Matematika SMP/MTs Kelas IX Edisi 1*, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan RI, 2015. ISBN: 978-602-282-086-4.

- **Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):**
  1. On computing supply chain scheduling using max-plus algebra, 2016.
  2. Generalization Public Transportation Scheduling Using Max-Plus Algebra, 2015.
  3. Konstruksi Transformasi MP-Wavelet Tipe A, 2014.
  4. Pemodelan Jadwal Monorel Dan Trem Menggunakan Aljabar Max-Plus untuk Transportasi Masa Depan Surabaya, 2014.
  5. Monorail and Tram scheduling which integrated in Surabaya using Max-Plus Algebra, 2014.

Nama Lengkap : Wawan Hafid Syaifudin, S.Si, M.Si
Telp. Kantor/HP : +62 81 553 788 917
E-mail : wawan.hafid@gmail.com
Akun Facebook : Wawan Hafid
Alamat Kantor : Jurusan Matematika Gedung F Lantai II Kampus ITS, Keputih, Sukolilo, Surabaya 60111
Bidang Keahlian: Kontrol Sistem, Aktuaria, Matematika Keuangan

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. Asisten Dosen Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya (2011 – 2013).
2. Dosen Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya (2016 – sekarang)

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S2: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA), Jurusan Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (2013 – 2015)
2. S1: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA), Jurusan Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (2009 – 2013)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. *Buku Siswa: Matematika SMP/MTs Kelas IX Semester 1 Edisi 1*, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan RI, 2015. ISBN: 978-602-282-765-8.
2. *Buku Siswa: Matematika SMP/MTs Kelas IX Semester 2 Edisi 1*, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan RI, 2015. ISBN: 978-602-282-095-6.
3. *Buku Guru: Matematika SMP/MTs Kelas IX Edisi 1*, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan RI, 2015. ISBN: 978-602-282-086-4.

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Application of Model Predictive Control (MPC) For Stock Portfolio Optimization, 2015.
2. Ship Heading Control of Corvette Sigma With Disturbance Using Model Predictive Control, 2014.
3. Application of Model Predictive Control ForShip Heading Control, 2013.

Profil Penelaah

Nama Lengkap : Dr. Agung Lukito, M.S.
Telp. Kantor/HP : +62 31 829 3484
E-mail : gung_lukito@yahoo.co.id
Akun Facebook : -
Alamat Kantor : Kampus Unesa Ketintang
Jalan Ketintang Surabaya 60231
Bidang Keahlian: Matematika dan Pendidikan Matematika

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

2010 – 2016: Dosen pada Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Surabaya

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S3: Faculty of Mathematics and Informatics/Delft University of Technology (1996 – 2000)
2. S2: Fakultas Pascasarjana/Matematika/ITB Bandung (1988 – 1991)
3. S1: Fakultas PMIPA/Pendidikan Matematika/Pendidikan Matematika/ IKIP Surabaya (1981 – 1987)

Judul buku yang pernah ditelaah (10 Tahun Terakhir):

1. Buku Teks Matematika kelas 7 dan 10 (2013)
2. Buku Teks Matematika kelas 7, 8 dan 10, 11 (2014)
3. Buku Teks Matematika kelas 7, 8, 9 dan 10, 11, 12 (2015)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Pengembangan Perangkat Pendampingan Guru Matematika SD dalam Implementasi Kurikulum 2013 (2014)
2. Peluang Kerjasama Unit Pendidikan Matematika Realistik Indonesia dengan Pemangku Kepentingan, LPPM Unesa (2013)
3. Pemanfaatan Internet untuk Pengembangan Profesi Guru-guru Matematika SMP RSBI/SBI Jawa Timur, 2010, (Stranas 2010)
4. Relevansi Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) dengan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP), 2009, (Stranas 2009)

Nama Lengkap : Drs. Turmudi, ., M.Sc., Ph.D.
Telp. Kantor/HP : (0264)200395/ 081320140361
E-mail : turmudi@upi.edu
Akun Facebook : -
Alamat Kantor : Jl. Veteran 8 Purwakarta
Jl. Dr. Setiabudi 229 Bandung
Bidang Keahlian: Pendidikan Matematika

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. Dosen Pendidikan Matematika di S1, S2, dan S3 Universitas Pendidikan Indonesia
2. Ketua Jurusan Pendidikan Matematika 2007-2015

3. Ketua Prodi S2 dan S3 Pendidikan Matematika SPs UPI, 2012-2015 (dalam konteks terintegrasi dengan S1 Pendidikan Matematika FPMIPA UPI)
4. Direktur Kampus Daerah UPI Purwakarta, 2015- Sekarang

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S3: Mathematics Education, Graduate School of Education, Educational Studies, La Trobe University Australia, Victoria Campus (1995-1997)
2. S2: Educational and Training System Designs, Twente University Enschede, Th
3. S2: Mathematics Education (Graduate School of Education), Educational Studies, La Trobe University Australia, Victoria Campus (1995-1997)
4. S1: Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Jurusan Pendidikan Matematika, IKIP Bandung (Universitas Pendidikan Indonesia), (1984-1986).
5. D3: Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Jurusan Pendidikan Matematika, IKIP Bandung (Universitas Pendidikan Indonesia), (1983-1984).
6. D2: Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Jurusan Pendidikan Matematika, IKIP Bandung (Universitas Pendidikan Indonesia), (1980-1982).

Judul buku yang pernah ditelaah (10 Tahun Terakhir):

1. Buku Teks Matematika kelas 7 dan 10 (2013)
2. Buku Teks Matematika kelas 7, 8 dan 10, 11 (2014)
3. Buku Teks Matematika kelas 7, 8, 9 dan 10, 11, 12 (2015)

Nama Lengkap : Prof. Dr. St. Suwarsono
Telp. Kantor/HP : -
E-mail : stsuwarsono@gmail.com
Akun Facebook : Stephanus Suwarsono
Alamat Kantor : Jalan Affandi, Mrican, Teromolpos 29, Yogyakarta 55002.
Bidang Keahlian: Matematika dan Pendidikan Matematika

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

Dosen tetap dengan jabatan akademik guru besar di Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (JPMIPA), Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP) Universitas Sanata Dharma, Yogyakarta.

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S3: Faculty Education/Mathematics Education/Monash University (1977 – 1982)
2. S1: Fakultas Fakultas Keguruan Ilmu Eksakta/Ilmu Pasti dan Alam/Pendidikan Matematika/ IKIP Sanata Dharma Yogyakarta (1968 – 1974)
3. D3: Fakultas Fakultas Keguruan Ilmu Eksakta/Ilmu Pasti dan Alam/Pendidikan Matematika/ IKIP Sanata Dharma Yogyakarta (1968 – 1970)

Judul buku yang pernah ditelaah (10 Tahun Terakhir):

1. Buku Teks Matematika Kelas 9 (2015)
2. Buku Teks Matematika Kelas 12 (2015)

Profil Editor

Nama Lengkap : Heny Kusumawati, S.Si.
Telp. Kantor/HP : (0272)322441
E-mail : kusumawati.heny@yahoo.com
Akun Facebook : Heny Kusumawati
Alamat Kantor : Jl. Ki Hajar Dewantoro, Klaten
Bidang Keahlian : Penulis, editor

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. 2000 – 2016 : Penulis, editor di PT Intan Pariwara, Klaten.

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S1: Fakultas MIPA/Matematika/Matematika/Universitas Gadjah Mada Yogyakarta (1988 – 2004)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Buku teks Pelajaran Matematika Kelas IX edisi revisi kurikulum 2013
2. Buku teks Pelajaran Prakarya dan Kewirausahaan Kelas XII edisi revisi kurikulum 2013

Profil Ilustrator

Nama Lengkap : Erwin
Telp. Kantor/HP : +62 823 4881 9452
E-mail : wienk1241@gmail.com
Akun Facebook : -
Alamat Kantor : Kp. Situpete RT 002 RW 002
Kelurahan Sukadamai
Kecamatan Tanah Sareal, Bogor 16165

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

2015 – 2016 : Freelancer Yudhistira
2013 – sekarang : Freelancer Pusat Kurikulum dan Perbukuan
2013 – sekarang : Freelancer Agro Media Group
2012 – 2014 : Layouter CV. Bintang Anaway Bogor
2004 – 2012 : Layouter CV Regina Bogor

Judul buku yang pernah dikerjakan (10 Tahun Terakhir):

1. Buku Teks Matematika Kelas 9, Kemendikbud
2. Buku Teks Matematika Kelas 10, Kemendikbud
3. SBMPTN 2014, CMedia
4. TPA Perguruan Tinggi Negeri & Swasta, CMedia